Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus

MATEMATIKK

Bokmål

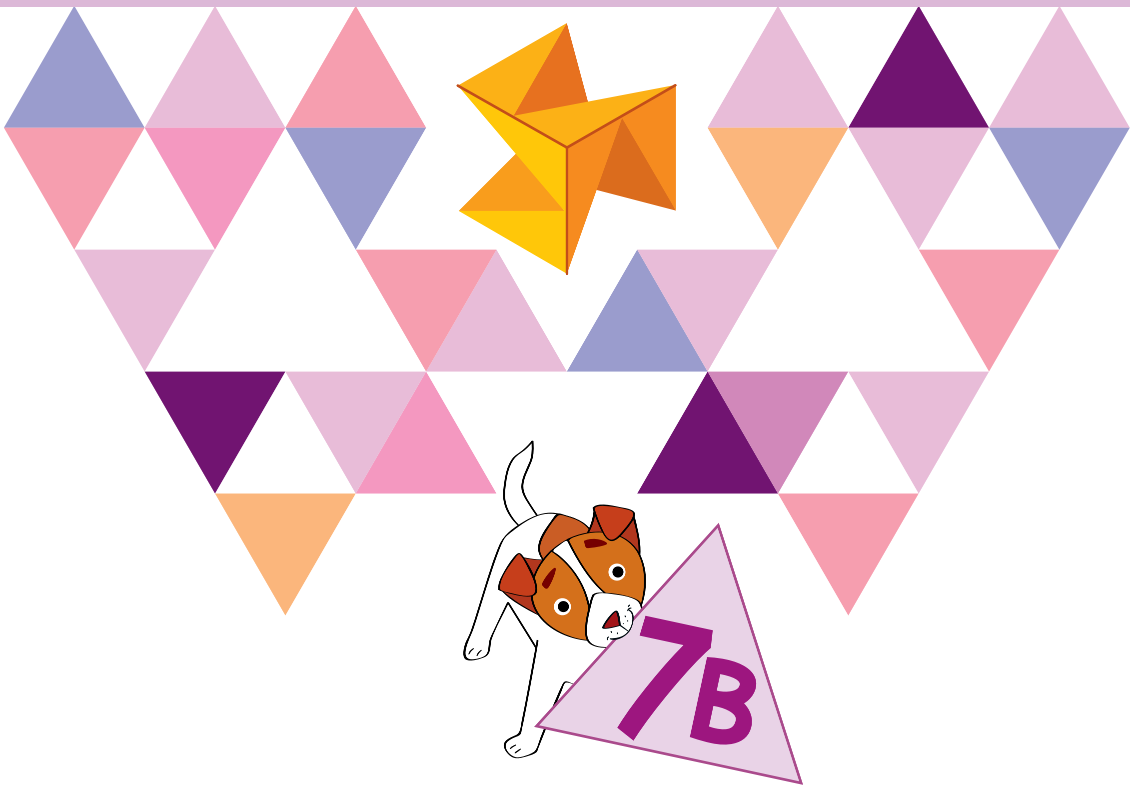
7B

Grunnbok

BARENTSFORLAG

Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus

MATEMATIKK



grunnbok

BARENTSFORLAG

Matematikk Grunnbok 7B er en del av læreverket Matematikk 5-7.

1. utgave/1. opplag 2020

Martiros Aslanov, Natasha Blank og Kjersti Melhus, Universitetet i Stavanger
Illustratør: Aleksandra Thomson
Trykkeri: Neografia, Slovakia

Forfatterne ved Universitetet i Stavanger har mottatt støtte fra Sandnes kommune.

ISBN 978-82-93729-31-0

Alle henvendelser om utgivelse av læreverket kan rettes til:
Barentsforlag
Fr. Nansensgt. 11
9900 Kirkenes
E-post: post@barentsforlag.com
www.barentsforlag.com
www.matematikklandet.no

INNHOLD

10 Rasjonale tall

10.1

a Bruk brøkstrek og skriv ned forholdet mellom:

i fem og åtte

ii minus sju til fire

iii to til minus ni

iv minus tolv til minus tre

Tallene du har skrevet kalles ***rasjonale tall***.

Et rasjonalt tall er et tall som kan skrives som en brøk $\frac{m}{n}$, der m og n er hele tall og $n \neq 0$.

Skriv ned tre egne rasjonale tall.

b En elev satte opp denne utregningen:

$$\frac{3}{-4} = \frac{3 \cdot (-1)}{-4 \cdot (-1)} = \frac{-3}{4}$$

Er utregningen riktig? Begrunn.

Bruk samme tankegang og vis at disse likhetene er sanne.

i) $\frac{6}{-13} = \frac{-6}{13}$ **ii)** $\frac{9}{-24} = \frac{-3}{8}$ **iii)** $\frac{-20}{-15} = \frac{4}{3}$ **iv)** $\frac{21}{-7} = \frac{-21}{7} = -3$

c Skriv hvert tall som en brøk med et naturlig tall i nevneren.
Forkort brøkene hvis det er mulig.

i) $\frac{5}{-2}$ **ii)** $\frac{10}{-16}$ **iii)** $\frac{-72}{-30}$

d Er disse tallene rasjonale?

$8 \qquad -5 \qquad 0$

Hvis du mener «ja», så vis dette ved å skrive tallene som en brøk med heltallig teller og nevner.

Fra matematikkens historie

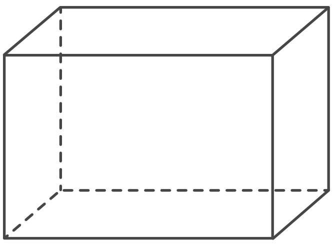
Ordet «rasjonal» er avledet av det latinske ordet «ratio» som betyr fornuft. Navnet kommer av at matematikere i antikkens Hellas fant ut at når man løser noen aritmetiske og geometriske problemer, så blir resultatet et tall som *ikke* kan skrives som en brøk med heltallig teller og nevner. Disse tallene ble kalt irrasjonale tall (ufornuftige/urimelige) – mange mente at de ikke engang var tall.

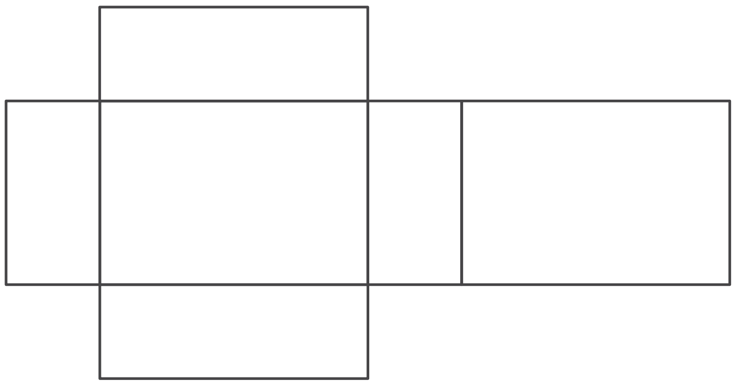
Du har allerede vært borte i et irrasjonalt tall, nemlig tallet π. (Det kan ikke skrives som en brøk med heltallig teller og nevner.) Du vil få høre om flere irrasjonale tall på ungdomsskolen og på videregående skole.

I dag tenker man ikke lenger at de rasjonale tallene er «fornuftige» mens de irrasjonale er «ufornuftige». De historiske navnene har imidlertid overlevd helt fram til våre dager.

10.2

a Hva er sammenhengen mellom disse figurene?





b Ta et løst ark og tegn et utbrettet rett, rektangulært prisme med kanter 4 cm, 2,5 cm og 2 cm. Klipp ut figuren og brett den til et rett, rektangulært prisme.

Finn volumet av prismet.

c Et rett, rektangulært prisme har kanter 10 cm, 8 cm og 6 cm. Finn volumet av prismet.

Finn overflaten til prismet.

d Et rett, rektangulært prisme har volum 96 cm^3. Velg passende lengde på kantene til prismet og tegn det utbrettede prismet.

10.3

a Erstatt bokstavene med hele tall slik at:

i) $a + (-6) + b = -17$ og a og b har samme fortegn.

ii) $c + 38 + d = -100$ og c og d har ulike fortegn.

iii) $e - 25 - f = 250$ og e og f har ulike fortegn.

iv) $g - 43 - h - (-95) = 0$ og g og h har samme fortegn.

b Lag en likning ved å sette det oppgitte uttrykket lik et helt tall (som du velger selv). Lag deretter en liknende oppgave som i a) og be en medelev løse den.

i $x + (-35) + y$

ii $u - (-65) - v$

10.4

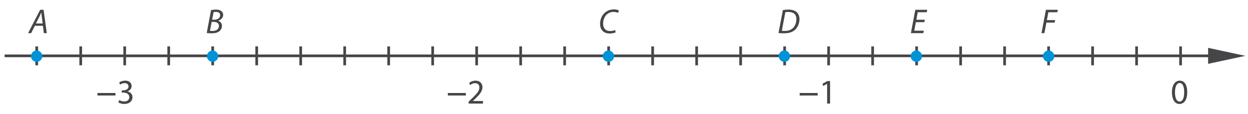
a Er noen av disse rasjonale tallene like? Begrunn.

$\frac{3}{4}$ $\frac{-3}{4}$ $\frac{3}{-4}$ $\frac{-3}{-4}$

Det er vanlig å skrive $\frac{3}{4}$ i stedet for $\frac{-3}{-4}$, og $-\frac{3}{4}$ i stedet for $\frac{-3}{4}$ eller $\frac{3}{-4}$.

$\frac{3}{4}$ er et eksempel på en **positiv brøk** og $-\frac{3}{4}$ er eksempel på en **negativ brøk**.

b Hvilket av de markerte punktene svarer til $-\frac{3}{4}$?



Finn plasseringene til de andre punktene.

c Anta at et tall er skrevet som et endelig desimaltall. Tror du at dette tallet er et rasjonalt tall? Begrunn.

Skriv disse tallene som brøk med heltallig teller og nevner.

i) 0,25 **ii)** −1,6 **iii)** −0,08 **iv)** 13,9 **v)** −2,15

d Tegn en tallinje og sett av disse rasjonale tallene.

i) 0,8 **ii)** −1,4 **iii)** 0,05 **iv)** −0,3

10.5

a **Teodor** laget en blanding av 0,5 kg salt og 9,5 kg vann. Hvor mye veide blandingen? Hvor mange prosent utgjorde saltet av hele blandingen?

Vi sier at Teodor laget en **5 % saltblanding**.

b 30 g sukker ble løst opp i 220 g vann. Hvor mange prosent sukker var det i blandingen?

Blandingen ble tilsatt 250 g mer vann. Hvor mange prosent sukker var det i den nye blandingen?

c **Iben** vil lage 400 g av en 8 % sukkerblanding og 2 kg av en 5 % saltblanding. Hvor mye sukker og hvor mye salt må hun bruke? Hvor mye vann må hun bruke i hvert tilfelle?

10.6

a Finn verdiene til bokstavene.

i) $a = -18 - (-52 - 29)$

ii) $b = 11 - (164 - 99)$

iii) $c = 39 - (-13) + (-32) - (-61)$

iv) $d = -45 - \big(19 - (-38) + (-18)\big)$

b Bruk tallene du fikk og finn disse forholdene.

i) $c : b$ **ii)** $a : |d|$ **iii)** $d : |b|$

Uttrykk forholdstallene som endelige desimaltall hvis det er mulig.

10.7

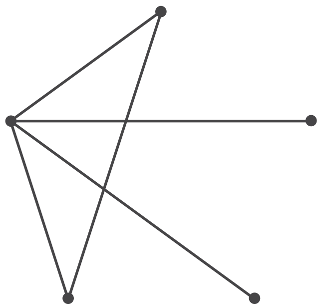
a Sammenlikn oppgavene.

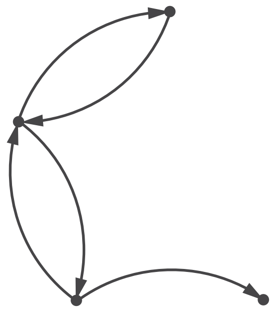
I Fem venner håndhilser på hverandre. Hvor mange håndtrykk blir det?

II Fem venner sender en snap til hver av de andre. Hvor mange snapper blir det?

Tror du at det blir like mange håndtrykk som snapper? Begrunn.

b **Mikkel** begynte å lage modeller til hver oppgave.





Husker du hva vi kaller denne type modeller?

Hvilken graf passer til hvilken oppgave?
Gjør ferdig grafene og løs oppgavene.

c Hvilken av oppgavene over likner denne på?

I en fotballturnering deltok 6 lag. Alle spilte én gang mot hvert av de andre lagene. Hvor mange kamper ble det spilt til sammen?

Løs oppgaven.

10.8

a Hva kalles tallene i disse tallparene?

5 og –5   –14 og 14   96 og –96

Hvis to rasjonale tall har samme absoluttverdi, men ulikt fortegn, kalles også slike tall for **motsatte tall**.

Finn motsatte tall blant disse tallene.

$\frac{3}{2}$	$-3{,}6$	-5	$\frac{4}{6}$	$-1{,}5$	$\frac{625}{125}$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{18}{5}$

Hvordan er motsatte tall plassert på en tallinje?

b Finn det motsatte tallet.

i) $-0{,}2$ **ii)** $1{,}4$ **iii)** $3{,}375$ **iv)** $-0{,}35$ **v)** $-2{,}25$ **vi)** $-0{,}0625$ **vii)** 0

c Skriv tallene du fant i b) som brøker.

d Finn a og $-a$ slik at avstanden mellom tallene på tallinjen er:

i) 1 **ii)** 7 **iii)** $\frac{3}{5}$ **iv)** $1{,}5$

e Lag en egen oppgave som handler om motsatte tall og plasseringen deres på tallinjen. Be en medelev løse oppgaven.

10.9

a Løs oppgaven aritmetisk og algebraisk.

Et tall a ble delt i forholdet 2 : 5. Differansen mellom tallene man fikk var 15. Finn a.

b Hvis du får problemer med den algebraiske løsningen, la tallene være $2x$ og $5x$. Hvordan kan du skrive matematisk at differansen mellom tallene skal være 15?

c Sammenlikn de to måtene å løse oppgaven på, og sjekk at du får samme svar.

d Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den.

Forholdet mellom arealene av tre rom i en leilighet er 2 : 3 : 5. Det største rommet har et areal som er 12 m^2 større enn det minste. Finn arealet av hvert rom.

10.10

a Hva er ulikt i disse likningene?

i) $\frac{x}{3} = \frac{-5}{2}$ **ii)** $\frac{x}{-3} = \frac{5}{2}$ **iii)** $\frac{x}{-3} = \frac{-5}{2}$ **iv)** $\frac{x}{-3} = \frac{-5}{-2}$

Hvilke av likningene vil ha en positiv løsning? Begrunn.
Sjekk svaret ved å løse likningene.

b Løs likningene.

i) $\frac{x}{6} = \frac{-3}{4}$ **iii)** $\frac{-2}{z} = \frac{4}{-7}$ **v)** $\frac{-4}{5} = \frac{-1}{v}$ **vii)** $\frac{15}{-8} = \frac{12}{p}$

ii) $\frac{y}{-7} = \frac{1}{6}$ **iv)** $\frac{2}{3} = \frac{-u}{1{,}5}$ **vi)** $\frac{-6}{w} = \frac{-9}{-4}$ **viii)** $\frac{0{,}5}{-4} = \frac{-q}{18}$

c Velg deg to negative tall. Lag to likninger som de over, som har disse tallene som løsning.

10.11

a Sammenlikn oppgavene. Hva er den vesentligste forskjellen mellom dem?

I I en kakeboks er det 48 kjeks. 36 av dem inneholder sjokolade. Hvor mange prosent av kjeksene inneholder sjokolade?

II 48 gutter og 36 jenter reiste på klassetur til Kongeparken. Hvor mange prosent flere gutter enn jenter var med på turen?

Løs oppgavene.

b Hva må endres i den første oppgaven hvis den skal kunne løses ved hjelp av uttrykket $\frac{30}{48} \cdot 100$?

Hva må endres i den andre oppgaven hvis den skal kunne løses ved hjelp av uttrykket $\frac{48-30}{30} \cdot 100$?

Løs de nye oppgavene.

c Hvilken av oppgavene over likner denne oppgaven på?

Et rektangel har omkrets 96 cm. Den ene siden er 8 cm lengre enn den andre. Hvor mange prosent lengre er den lengste siden enn den korteste?

Løs den nye oppgaven.

10.12

a Skriv ned det motsatte tallet til hvert av disse.

i 4

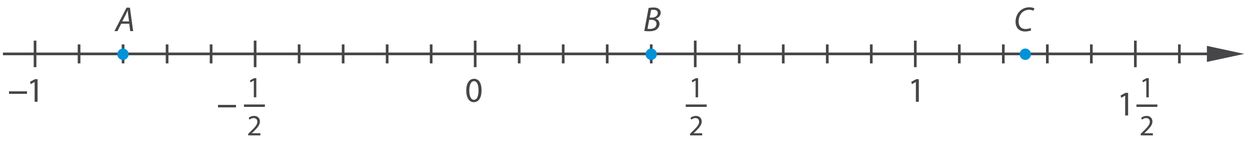
ii $\frac{4}{5}$

iii $2,5$

iv $0,625$

b Finn det inverse tallet til hvert av tallene i a). Skriv tallene som brøk og forkort mest mulig.

c Hvilke av tallene du skrev i a) og b) svarer til de markerte punktene på denne tallinjen?



Forklar forskjellene mellom to motsatte tall og to inverse tall.

d **Nikolai** har funnet det motsatte tallet til noen tall og det inverse til noen andre. For hvert tallpar si om det er det motsatte tallet eller det inverse han har funnet.

i $\frac{3}{5} \leftrightarrow 1\frac{2}{3}$

ii $-0{,}05 \leftrightarrow \frac{1}{20}$

iii $-3{,}2 \leftrightarrow -0{,}3125$

iv $-1{,}25 \leftrightarrow -\frac{4}{5}$

v $-1 \leftrightarrow -1$

vi $0 \leftrightarrow 0$

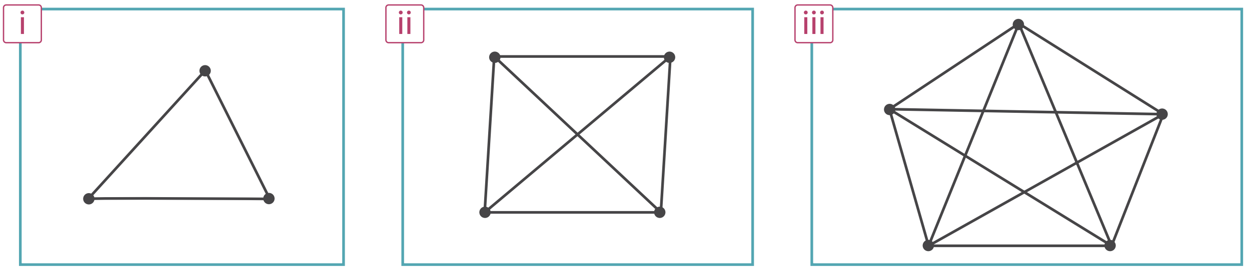
Motsatte tall: $\frac{m}{n} \leftrightarrow -\frac{m}{n}$

Inverse tall: $\frac{m}{n} \leftrightarrow \frac{n}{m}$

e Skriv ned seks rasjonale tall.
Finn motsatte tall til tre av dem og inverse tall til de andre.

10.13

a Hva ser du her?

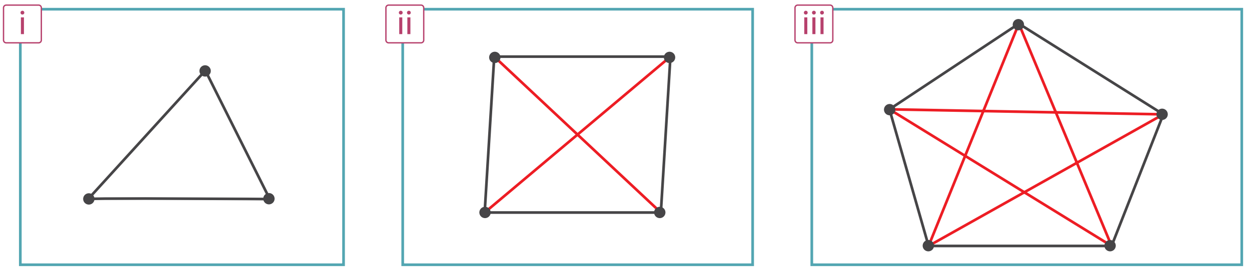


Hvor mange linjestykker er det på hver graf?
Tenk deg at man tegner to grafer til etter samme mønster. Hvor mange linjestykker tror du de nye grafene vil ha?

Skriv antall linjestykker som en tallfølge.

Gå tilbake til oppgave 10.7. Hvilken oppgavetype (håndtrykk eller snapper) passer disse grafene til?

b Hva er nytt på disse tegningene? Hva kalles de røde linjestykkene?



Hvor mange diagonaler er det i en firkant? Hvor mange er det i en femkant?

Tegn en sekskant og en sjukant og tegn alle diagonalene.

c Hva er sammenhengen mellom denne tallfølgen og figurene over?

$$0, 2, 5, 9, 14, \ldots$$

Hva er sammenhengen mellom denne tallfølgen og den du skrev i a)?

d Hva er differansen mellom to påfølgende tall i følgen i c)? Bruk resultatet til å finne de to neste tallene.

For hvert tall i følgen finn et annet tall i følgen slik at summen av de to er et kvadrattall.

10.14

a Avgjør om likhetene er sanne.

i) $-16 - 43 - 39 = -20$

ii) $21 - (-12) - 39 = 72$

iii) $-32 - 45 - (-56) = -21$

iv) $-19 - 25 - 39 - 46 = -51$

b Plasser parenteser i de usanne likhetene slik at de blir sanne.

10.15

a Skriv ned alle hele tall som passer i begge ulikhetene samtidig.

$$|x| < 6 \qquad\qquad x < 2$$

Hvor mange tall fikk du?

b Vil det være flere, færre eller like mange hele tall som passer i begge disse enn i de over?

i) $|x| < 6$ og $x > -2$

ii) $|x| < 6$ og $|x| > 2$

Sjekk svaret ved å finne alle hele tall som passer.

c Finn ulikhetene i rammen nedenfor som er slik at:

i de to røttene til $|x| = 5$ passer inn.

ii kun en av røttene til $|x| = 5$ passer inn.

iii ingen av røttene til $|x| = 5$ passer inn.

$x < 0$	$x \geq 5$	$x < 14$	$|x| > 4$	$-5 < x < 5$	$-6 < x < -2$

10.16

a Forklar hva dette betyr: $|-4|$ $|-27|$ $|-639|$

Forklar hvordan vi finner absoluttverdien til et helt tall.

På liknende måte kan vi finne absoluttverdien til et rasjonalt tall.

Finn absoluttverdiene til disse tallene.

i $0{,}16$ ii $-2{,}9$ iii $-3\frac{3}{8}$ iv $-\frac{4}{25}$ v $-4{,}05$ vi $\frac{27}{8}$

Har noen av disse tallene samme absoluttverdi?

b Lag en tallinje og merk av alle tall som passer for bokstavene. Bruk ulike farger for ulike bokstaver.

i $|a| = 2{,}5$ ii $|b| = \frac{7}{4}$ iii $|c| = 0$ iv $|d| = -0{,}5$ v $|e| = 0{,}3$

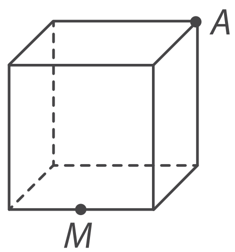
Hvor mange punkter satte du av i hvert tilfelle?

c u og v er to tall med ulike fortegn og $|u| - |v| = 2{,}5$. Finn verdier for u og v som passer.

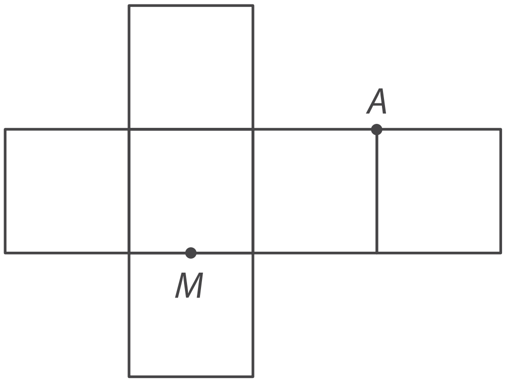
d x og y er to tall med ulike fortegn og $|x| \cdot |y| = \frac{8}{15}$. Finn verdier for x og y som passer.

10.17

a En maur skal krype fra *M* til *A* på denne terningen. Hva er den korteste veien den kan ta? Lag en skisse av terningen i ruteboken din og tegn inn korteste vei.



b Hvis du er usikker på hvilken vei som er den aller korteste, se om denne tegningen kan hjelpe deg.



Hvordan vil den korteste veien se på den utbrettede terningen? Hvordan vil den da se ut på selve terningen?

c Ta et ark og tegn et utbrettet rett, rektangulært prisme. Klipp ut figuren og brett den til et prisme. Velg deg to ulike kanter på den tredimensjonale figuren og merk av to punkter. Tegn det du tror er korteste vei mellom punktene.

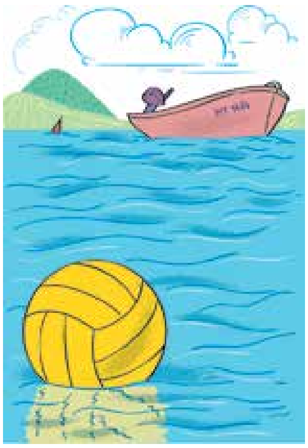
Sjekk svaret ved å brette ut figuren.

10.18

a Les oppgaven.

En båt kjørte med strømmen i en elv. I stille vann ville båten hatt en fart på 20 km/t. Farten til vannet i elven var 2,5 km/t. Idet båten startet å kjøre, mistet en gutt ballen sin i elven. Etter 1 time og 12 min stoppet båten ved en brygge. Hvor lang tid tok det før ballen kom fram til bryggen?

Løs oppgaven på den måten du synes passer best.



b Vil tiden man må vente på ballen bli lengre eller kortere hvis farten til båten endres til 10 km/t og oppgaven ellers er lik? Løs den nye oppgaven.

10.19

a Finn verdiene til bokstavene.

i) $a = (28 - 61) : (-11)$

ii) $b = \big(-17 + (-43)\big) : 12$

iii) $c = (-68) : 17 - 108 : (-27)$

iv) $d = \big(-13 + 22 + (-37)\big) \cdot 5 : (-35)$

v) $e = (-9 + 14) \cdot \big(-46 + (-53)\big) : (-55) : 3$

b Bruk tallene du fikk og finn disse forholdene.

i) $a : b$ **ii)** $c : d$ **iii)** $e : a$ **iv)** $a : d$

Merk av forholdstallene på en tallinje.

10.20

a Her ser du noen forhold uttrykt som brøk:

$\frac{9}{-5}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{-12}{-8}$ $\frac{-27}{-15}$

Har noen av disse forholdene lik verdi? Begrunn.
Lag likheter med forholdene. Hva kalles slike likheter?

b Vi har en proporsjon $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$. Lag en likhet som viser hva det betyr å kryssmultiplisere.

c Kryssmultipliser for å sjekke om likhetene er sanne.

i $\frac{-14}{-35} = \frac{10}{-25}$ **ii** $\frac{60}{36} = \frac{-40}{-24}$ **iii** $\frac{-50}{-80} = \frac{28}{48}$ **iv** $\frac{32}{-100} = \frac{-56}{-175}$

Hvis noen av likhetene var usanne, endre på et av tallene slik at likheten blir sann.

d Finn like forhold og sett opp proporsjoner.

$\frac{-12}{15}$ $\frac{-9}{-24}$ $\frac{-35}{112}$ $\frac{14}{-6}$ $\frac{21}{56}$ $\frac{52}{-65}$ $\frac{-15}{48}$ $\frac{35}{-15}$ $\frac{-28}{35}$

10.21

a Hvor mange gram salt er det i 1 kg av en 20 % saltblanding?

Hvor mange gram salt er det i 1,5 kg av en 10 % saltblanding?

b En kjemiker blander 1 kg av en 20 % saltblanding med 1,5 kg av en 10 % saltblanding. Vis at resultatet blir en 14 % saltblanding.

Hvis du står fast, gjør ferdig dette skjemaet og bruk det for å løse oppgaven.

1 kg til sammen 20 % salt … kg salt	+	1,5 kg til sammen 10 % salt … kg salt	→	… kg til sammen … kg salt … % salt

c En kjemiker blander 2 kg av en 15 % kobbersulfatløsning med 3 kg av en 5 % kobbersulfatløsning. Finn prosentinnholdet av kobbersulfat i den nye blandingen.

10.22

a Del disse potensene i to grupper. Begrunn valget.

$(-1)^2 \quad (-1)^3 \quad (-2)^2 \quad (-2)^3 \quad (-2)^4 \quad (-2)^5 \quad (-3)^2 \quad (-3)^3 \quad (-5)^2$

Isak valgte følgende potenser til den ene gruppen:

$\boxed{(-1)^2 \quad (-2)^2 \quad (-2)^4 \quad (-3)^2 \quad (-5)^2}$

Hvordan tenkte han?

b Skriv potensene slik at verdiene deres kommer i synkende rekkefølge.

c Regn ut.

i) $(-6+3)^3 - (-5)^2$

ii) $(-6)^3 - (-5)^3$

iii) $(-1+(-4))^4 + (-8)^3$

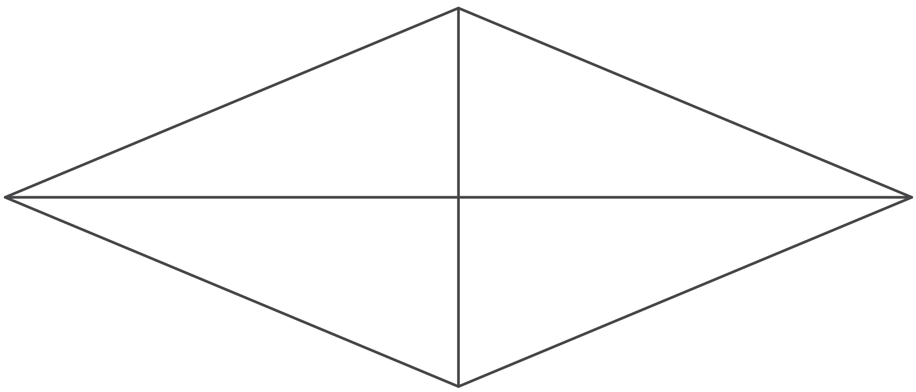
iv) $(-12)^2 : (-2)^3 : (-3)^2$

v) $(-100)^3 : (-10)^5 : (-1)^7$

vi) $(-2)^{11} : (-4)^4 : (-1)^{13}$

10.23

a Mål diagonalene til denne romben.



Finn arealet av romben.

Mål de spisse og stumpe vinklene i romben.

b **i)** Tegn en rombe der de spisse vinklene er 60°.

ii) Tegn en rombe der de stumpe vinklene er 140°.

Gjør nødvendige målinger og finn arealene av rombene (rund av om nødvendig).

c Tegn et parallellogram med samme areal som en av rombene i b) (velg selv hvilken).

10.24

a Skriv tallene i stigende rekkefølge. Begrunn svaret.

17 | −7 | 23 | −32 | −27 | 12

b Skriv tallene i stigende rekkefølge.

$\frac{2}{7}$ | $-2{,}5$ | $-0{,}25$ | 0 | $-\frac{12}{5}$ | $-\frac{1}{3}$ | $0{,}3$ | $-\frac{4}{9}$ | $-2\frac{7}{15}$

Hvordan kan vi sammenlikne rasjonale tall?

Null er større enn alle negative tall og mindre enn alle positive tall.
Ethvert positivt tall er større enn ethvert negativt tall.
Hvis du har to negative tall, så vil tallet med størst absoluttverdi være minst.

c Erstatt bokstavene med tall slik at ulikhetene blir sanne.

i) $-\frac{1}{2} < a < -0{,}4$

ii) $-0{,}1 < b < -0{,}04$

iii) $-\frac{25}{6} < c < -4$

iv) $-\frac{10}{9} < d < -1{,}1$

v) $-2{,}25 < e < -2\frac{1}{6}$

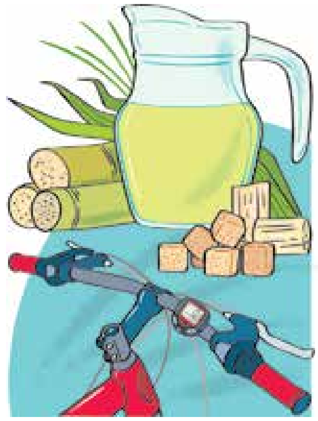
vi) $-3\frac{8}{9} < f < \frac{23}{6}$

10.25

a Sammenlikn oppgavene.

I Saft fra sukkerrør inneholder 18 % sukker. Hvor mange kilogram saft trenger man for å få 1 tonn sukker (avrund svaret)?

II Dorthe syklet med en fart på 20 km/t. Hun brukte en halvtime for å komme seg fra et punkt A til et punkt B. På veien tilbake økte hun farten med 20 %. Hvor lang tid brukte Dorthe på tilbaketuren?



Hvilken oppgave handler om proporsjonale størrelser? Hvilken handler om omvendt proporsjonale størrelser? Hvilke størrelser er det snakk om?

b Løs en av oppgavene ved hjelp av en proporsjon og den andre uten.

c Vi har to elektromotorer. Hjulet til den ene har 20 omdreininger i minuttet, mens hjulet til den andre har 40 % færre omdreininger i minuttet. Det første hjulet gikk rundt 6000 ganger. Hvor mange ganger vil det andre hjulet gå rundt på samme tid?

10.26

a Løs likningene.

i $2 \cdot (x + 7) = 10$

ii $3 \cdot (y - 19) = -36$

iii $(-5) \cdot (25 - z) = 70$

iv $42 : (u + 7) = 7$

v $108 : (v - 13) = -6$

vi $(-98) : (8 - w) = 14$

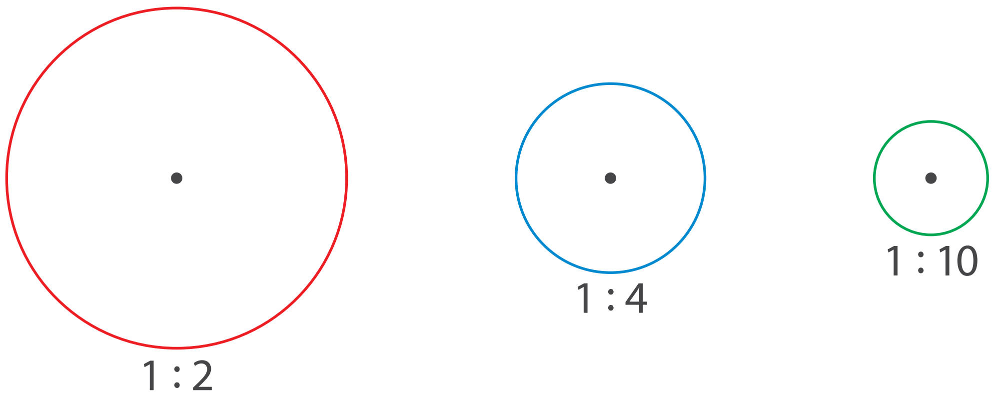
b Hvor mange prosent utgjør:

i $\lvert v \rvert$ av $z - u$	**ii** $y - x$ av w	**iii** y av $\lvert x + u + v \rvert$

c Lag to likninger der roten til den ene passer i ulikheten $9 \leq a \leq 12$, mens roten til den andre passer i ulikheten $\lvert b \rvert \leq 3$.

10.27

a Sirklene er tegnet i oppgitt målestokk. Hva er radius til sirklene i virkeligheten?



b Finn arealet av sirklene i virkeligheten.

c Anta at den røde sirkelen er tegnet i målestokk 1 : 4, den blå i målestokk 1 : 10 og den grønne i målestokk 1 : 20. Hvor mange ganger større vil arealet av hver sirkel være da?

Hjernetrim

1 Gjennomsnitt av 25 tall er 0. Et tall fjernes og nå er gjennomsnittet 1,5. Hvilket tall var det som ble fjernet?

2 Vi har følgende datasett med tall:

–2	3,5	–1,25	0,75	1,5	–1

a) Føy til noen tall samt de motsatte tallene til disse slik at gjennomsnittet av det nye datasettet blir 0,15.

b) Hvor mange slike tallpar må du føye til for at gjennomsnittet skal bli 0,05?

3 **Kristian** ville skrive tallet $0{,}\overline{4} = 0{,}444\ldots$ som brøk.

Han begynte slik:

La $x = 0{,}444\ldots$
Da er $10x = 4{,}444\ldots$
Vi finner differansen $10x - x = \ldots$

Fullfør tankegangen og vis at $0{,}444\ldots = \frac{4}{9}$.

Bruk denne metoden og skriv følgende periodiske desimaltall som brøk.

a) $0{,}\overline{7}$ **b)** $0{,}\overline{6}$ **c)** $0{,}\overline{54}$ **d)** $0{,}\overline{703}$ **e)** $0{,}\overline{83}$ **f)** $0{,}5\overline{3}$ **g)** $0{,}\overline{61}$ **h)** $0{,}41\overline{6}$

Test deg selv

1 Forklar hvorfor vi kan si at disse tallene er rasjonale tall.

$$-7 \qquad 22 \qquad -1{,}5 \qquad 0{,}7 \qquad -0{,}45$$

2 Merk av tallene på en tallinje.

$$-\frac{1}{4} \qquad -1{,}75 \qquad -1\frac{3}{8} \qquad -0{,}875$$

3 Merk av de motsatte tallene til disse på en tallinje.

$$-\frac{3}{2} \qquad 0{,}7 \qquad \frac{4}{5}$$

4 Finn absoluttverdiene til tallene.

a) $-0{,}36$ **b)** $\frac{9}{7}$ **c)** $-0{,}002$

5 Velg hele tall for bokstavene slik at:

a) $|x \cdot y| = 6$ **b)** $|x| - |y| = -2$ **c)** $|x| + |y| = 0$

Finn flere løsninger hvis det er mulig.

6 Finn like forhold og sett opp proporsjoner.

$$\frac{-6}{8} \qquad \frac{-35}{-14} \qquad \frac{6}{-27} \qquad \frac{5}{2} \qquad \frac{27}{-8} \qquad \frac{-10}{45} \qquad \frac{15}{-20} \qquad \frac{-54}{-16}$$

7 Sorter tallene i stigende rekkefølge – skriv svaret som en kjede av ulikheter.

$$-\frac{4}{5} \qquad -0{,}875 \qquad -\frac{5}{6} \qquad -\frac{7}{9} \qquad -0{,}75$$

8 Et tall n ble delt i forholdet 1 : 4 : 7. Finn n hvis differansen mellom den største og den minste delen er 45.

9 2 kg av en 10 % saltblanding blandes med 8 kg av en 5 % saltblanding. Hvor mange prosent salt er det i den nye blandingen?

10 Regn ut.

a) $(-57 - 76) : (-7)$

b) $((-6) \cdot 16 - (-8) \cdot 13) : (-4)$

c) $((-2)^7 - (-2)^5) : 6$

d) $((-5)^4 + (-4)^3 + (-3)^2) : (-19)$

11 Tegn et utbrettet rett, rektangulært prisme med sidekanter 4 cm, 2,5 cm og 1,5 cm.

11 Regning med rasjonale tall

11.1

a Regn ut.

i $416 + 127$ ii $-58 + (-39)$ iii $47 + (-9)$ iv $-147 + 28$

Forklar hvordan vi legger sammen hele tall med samme fortegn og hele tall med ulike fortegn.

b Kan vi legge sammen rasjonale tall på liknende måte? Hva tror du?

Prøv å legge sammen disse tallene.

i $-\frac{3}{8}$ og $-\frac{5}{12}$ ii $-\frac{4}{9}$ og $-\frac{7}{15}$

Vis utregning.

c Sammenlikn det du gjorde med dette:

i $$-\frac{3}{8} + \left(-\frac{5}{12}\right) = -\left(\frac{3}{8} + \frac{5}{12}\right) = -\frac{3 \cdot 3 + 5 \cdot 2}{24} = \ldots$$

ii $$\left(-\frac{4}{9}\right) + \frac{7}{15} = \frac{7}{15} - \frac{4}{9} = \ldots$$

Gjør ferdig utregningene og sjekk at svarene blir $-\frac{19}{24}$ og $\frac{1}{45}$.

Når vi skal legge sammen tall med ***samme fortegn****, kan vi legge sammen absoluttverdiene til tallene og la svaret få samme fortegn som leddene i summen.*

Når vi skal legge sammen to tall med ***ulike fortegn****, kan vi trekke den minste absoluttverdien fra den største og la svaret få samme fortegn som tallet med størst absoluttverdi.*

d Legg sammen tallene.

i $\frac{7}{8}$ og $-\frac{3}{10}$

iii $-\frac{13}{35}$ og $\frac{11}{21}$

v $-\frac{17}{60}$ og $-\frac{11}{24}$

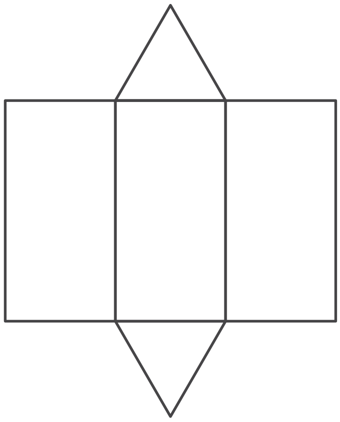
ii $-\frac{5}{12}$ og $-\frac{9}{16}$

iv $-\frac{43}{36}$ og $-\frac{7}{48}$

vi $-\frac{19}{96}$ og $-\frac{23}{144}$

11.2

a Her ser du en utbrettet figur. Tegn den tredimensjonale figuren.

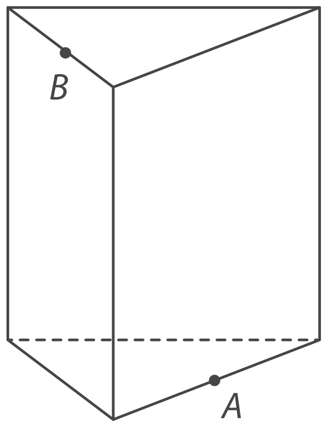


b Ta et løst ark og tegn et utbrettet trekantet prisme. Klipp ut figuren og brett til prismet.

c På tegningen er to punkter *A* og *B* merket av. Merk av to tilsvarende punkter på prismet du har laget.

Tegn det du tror er korteste vei fra *A* til *B*.

Sjekk svaret ved å brette ut prismet.



11.3

a Regn ut.

i $(64 - 72) - (29 - 32)$

iii $(-64 + 46) \cdot (389 - 401) : (-90)$

ii $259 - (-2) \cdot (39 - 167)$

iv $(648 : 18 - 41) \cdot (219 - (-9) \cdot (-24))$

b **Mathias** tok noen av svarene i a) og delte tallene med hverandre Han fikk disse svarene:

$0{,}6 \qquad 0{,}\overline{3} \qquad -1{,}\overline{6}$

Hvilke tall plukket han ut?

11.4

a Regn ut.

i $25 - 37$

ii $40 - (-12)$

iii $-7 - (-51)$

Hvordan kan vi finne differansen av to hele tall?

b Prøv å finne differansen mellom disse tallene. Vis utregning.

i $-\frac{5}{6}$ og $\frac{7}{9}$

ii $-\frac{9}{14}$ og $-\frac{10}{21}$

c Sammenlikn det du gjorde med dette:

i $-\frac{2}{15} - \frac{7}{10} = \frac{-2}{15} + \frac{-7}{10} = \frac{(-2)\cdot 2 + (-7)\cdot 3}{30} = \dots$

ii $-\frac{4}{21} - \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{-4}{21} + \frac{5}{6} = \dots$

Gjør ferdig utregningene og sjekk at svarene blir $-\frac{5}{6}$ og $\frac{9}{14}$.

Når vi skal finne differansen mellom to rasjonale tall, kan vi ta det første leddet i differansen og legge til det motsatte tallet til det andre leddet.

d Finn differansen mellom tallene.

i $\frac{1}{12}$ og $-\frac{5}{18}$

iii $\frac{9}{16}$ og $-\frac{13}{24}$

v $-\frac{7}{30}$ og $-\frac{5}{9}$

ii $-\frac{6}{25}$ og $-\frac{7}{30}$

iv $-\frac{4}{39}$ og $-\frac{3}{26}$

vi $\frac{13}{20}$ og $\frac{11}{16}$

11.5

a Løs oppgaven.

I en eske er det en rød, en gul, en hvit og en blå terning. Elise trekker 2 av terningene uten å se. Hva er sannsynligheten for at det er en rød og en hvit terning?

b Hvis du står fast, finn først ut på hvor mange måter man kan velge to terninger. Hvor mange av disse måtene gir det ønskede utfallet?

c **i)** Hva er sannsynligheten for at en av de to terningene som trekkes er blå?

ii) Hva er sannsynligheten for at ingen av terningene er gul?

d En oppgave starter slik:

I en eske er det 5 fargeblyanter med fargene rød, gul, blå, grønn og brun. Håkon tar 2 av dem uten å se.

Gjør ferdig teksten slik at du får en oppgave der det er nødvendig å finne sannsynligheten for en hendelse.

La en medelev løse oppgaven.

11.6

a Finn verdiene til a, b, c og d.

i $a = -13 - (-900) : 36$

ii $b = (-1) \cdot (-219 - 549) : (1122 - 1250)$

iii $c = (-27) \cdot (-8) + 2704 : (888 - 901)$

iv $d = (-1)^{25} - (-1)^{26} + (-1)^{27} - (-1)^{28}$

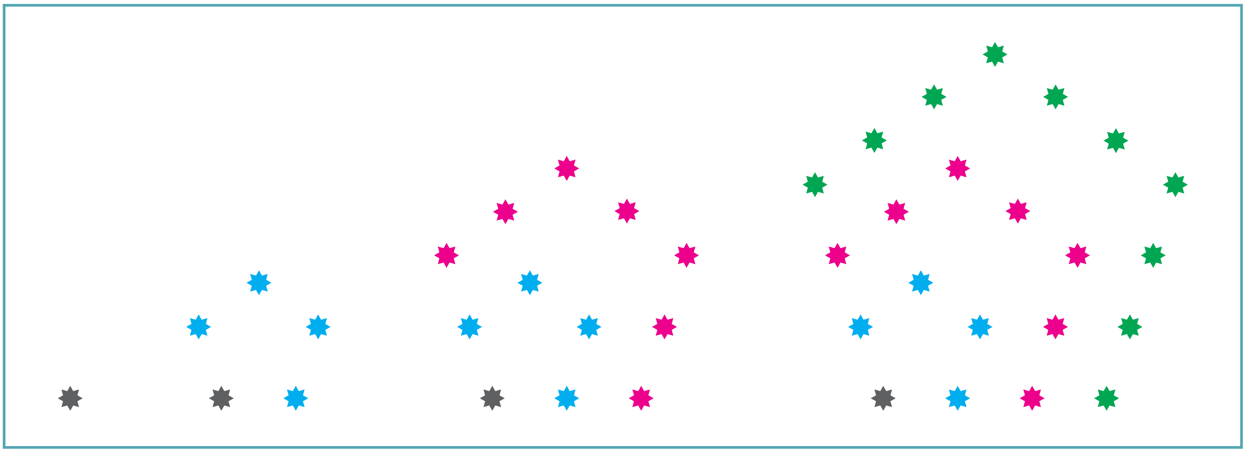
b Bruk tallene du fikk og finn verdien til dette uttrykket.

$$s = a \cdot d + b \cdot c$$

c Lag et sammensatt uttrykk med verdi lik $|s|$.

11.7

a Her ser du noen figurer som vokser etter et bestemt mønster.

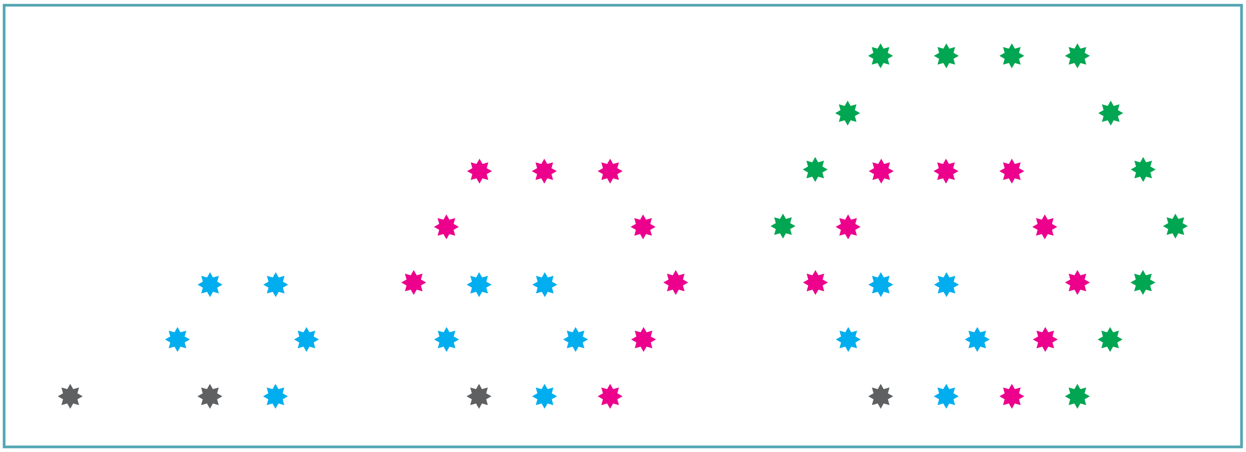


Hvor mange stjerner er det i hver figur?

b Tallene 1, 5, 12, 22,… kalles **femkanttall**. Hvorfor tror du de kalles det?

Undersøk hvordan femkanttallene vokser og finn de to neste tallene i følgen.

c Hvor mange stjerner er det i hver figur i denne serien?



Hva vil du foreslå å kalle tallene du fikk?

d Skriv ned sekskanttallene fra c) i stigende rekkefølge. Finn de 3 neste tallene i følgen.

11.8

a Regn ut og skriv svaret som et endelig desimaltall hvis det er mulig.

i) $1\frac{1}{3}+(-0{,}5)$ **iii)** $-\frac{1}{6}-0{,}6$ **v)** $-\frac{1}{13}+\left(-\frac{1}{15}\right)$ **vii)** $-\frac{4}{15}-(-0{,}15)$

ii) $-0{,}75-\left(-1\frac{7}{8}\right)$ **iv)** $1\frac{4}{5}-2{,}45$ **vi)** $-0{,}125+\frac{1}{12}$ **viii)** $\frac{5}{12}-\frac{2}{3}$

b Lag en differanse mellom to rasjonale tall med like fortegn slik at verdien til differansen er:

i) $0{,}23$ **ii)** $-2\frac{1}{3}$ **iii)** $-25{,}75$

c Lag en differanse mellom to rasjonale tall med ulike fortegn slik at verdien til differansen er:

i) $2\frac{5}{6}$ **ii)** $-7{,}25$ **iii)** $1{,}4$

11.9

a Løs oppgaven. Gå tilbake til oppgave 10.21 hvis du trenger det.

En mann blandet 0,5 kg av en 10 % saltblanding med 2 kg av en 5 % saltblanding. Hvor mange prosent salt ble det i den nye blandingen?

b To elever satte opp følgende uttrykk for å finne svaret:

Hedda
$$\frac{0{,}5\cdot 0{,}1+2\cdot 0{,}05}{0{,}5+2}\cdot 100$$

Amir
$$\frac{0{,}5\cdot\frac{10}{100}+2\cdot\frac{5}{100}}{0{,}5+2}\cdot 100$$

Hvordan har de tenkt?
Hva er forskjellen mellom de to løsningene? Gjør den ene ferdig, og sammenlikn svaret med det du fikk.

c Løs oppgavene ved å lage uttrykk som passer.

I Per blandet 3 kg av en 12 % saltblanding med 5 kg av en 20 % saltblanding. Hvor mange prosent salt ble det i den nye blandingen?

II Anne blandet sammen 1 kg av en 6 % sukkerblanding, 2 kg av en 10 % sukkerblanding og 2 kg av en 12 % sukkerblanding. Hvor mange prosent sukker ble det i den nye blandingen?

11.10

a Avgjør om verdien til uttrykket blir positiv eller negativ uten å regne ut.

i) $(-4)^2 \cdot 5^2 \cdot (-1)^5$

ii) $(-12)^2 : (-3) : (-2)^4$

iii) $(-10)^5 : (-5)^3 : (-2)^3$

iv) $(-1)^5 \cdot (-2)^5 \cdot (-3)^3 : (-6)^3$

Regn ut og sjekk om du hadde rett.

b Velg naturlige tall m og n slik at verdien til uttrykket $\mathbf{1000 - (-4)^m \cdot (-5)^n}$ blir:

i) positiv

ii) negativ

Prøv å finne flere løsninger i hvert tilfelle.

11.11

a Sammenlikn uttrykkene. Vil de ha samme verdi? Begrunn.

i) $\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}$ og $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{6}{7}$

ii) $\frac{9}{10} \cdot \frac{35}{24}$ og $\left(-\frac{9}{10}\right) \cdot \left(-\frac{35}{24}\right)$

b Finn verdiene til uttrykkene.

i) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{6}{7}$

ii) $\left(-\frac{9}{10}\right) \cdot \left(-\frac{35}{24}\right)$

c Når blir produktet av to rasjonale tall et positivt tall? Når blir det et negativt tall?

d Regn ut.

i) $0{,}75 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$

ii) $\left(-\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{15}{7}\right)$

iii) $\left(-\frac{20}{21}\right) \cdot 0{,}6$

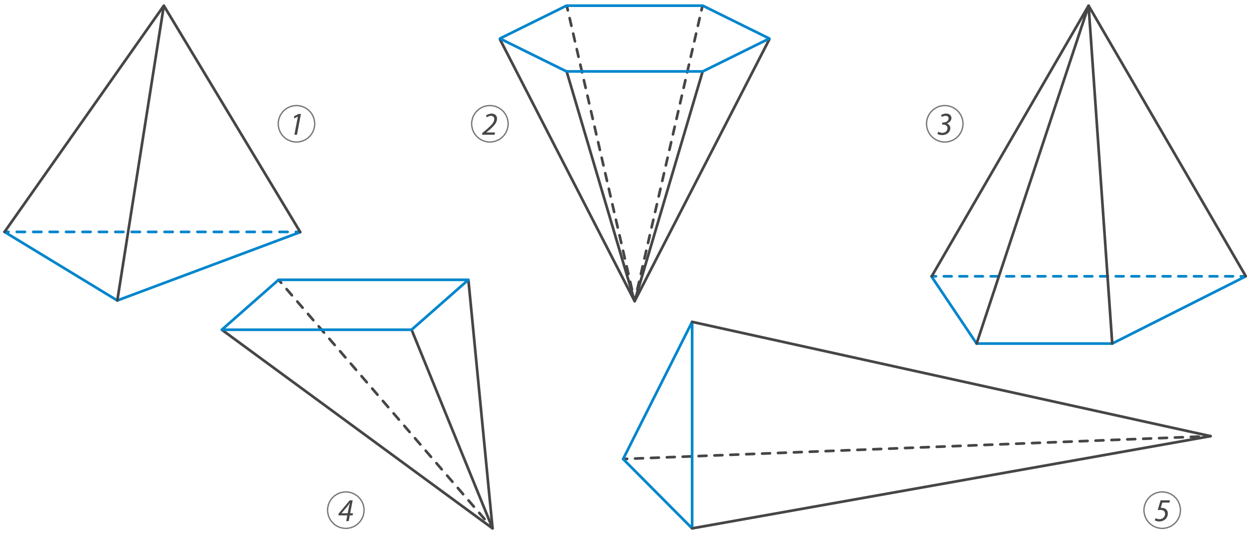
iv) $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot (-0{,}3)$

e Lag et produkt av to rasjonale tall slik at verdien blir:

i) $-\frac{1}{2}$ **ii)** $-1{,}25$ **iii)** $-0{,}1$

11.12

a Hva kalles disse figurene?



Kantene rundt den ene flaten er tegnet med blått. Denne flaten kalles **grunnflaten**. De andre flatene kalles **sideflater**. Sideflatene møtes i et punkt som kalles **toppunktet** i pyramiden.

Pyramider gis ofte navnene **trekantet**, **firkantet** osv. etter hvor mange kanter grunnflaten har. Hva vil du kalle pyramidene på tegningen over?

Hva er felles for alle sideflatene til en pyramide? Hva er sammenhengen mellom grunnflaten i en pyramide og antall sideflater?

b Hvor mange kanter har en åttekantet pyramide? Hvor mange flater har den?

Hvor mange kanter og flater har en nikantet pyramide?

c En m-kantet pyramide har 20 kanter, mens en n-kantet pyramide har 12 flater. Hvilket tall er størst av m og n?

11.13

a Sammenlikn oppgavene. Hva er den viktigste forskjellen mellom dem?

I For å fylle vann i et basseng, kan man velge mellom tre slanger. Den ene bruker 80 min på å fylle bassenget, den andre bruker 16 min og den tredje bruker 8 min. Hvor lang tid vil det ta å fylle bassenget hvis alle slangene brukes samtidig?

II For å fylle vann i et basseng, kan man velge mellom to typer slanger. En slange av type A bruker 4 timer på å fylle bassenget. En slange av type B bruker 12 timer. Hvor lang tid vil det ta å fylle bassenget hvis 2 slanger av type A og 3 slanger av type B brukes samtidig?

Løs oppgavene.

b Hva må endres i oppgave II) hvis den skal kunne løses ved hjelp av dette uttrykket?

$$1 : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right)$$

Løs den nye oppgaven.

c Sammenlikn oppgaven med de i a) og løs den.

Hvis fire ploger av en bestemt type brukes samtidig, tar det 2 timer å pløye et område. Hvis tre ploger av en annen type brukes samtidig, tar det 4 timer å pløye det samme området. Hvor lang tid vil jobben ta hvis to ploger av hver type brukes samtidig?

11.14

a Sammenlikn likningene. Kan de løses på liknende måte?

i) $\frac{a}{4}=\frac{3}{5}$ **ii)** $\frac{a-1}{4}=\frac{3}{5}$ **iii)** $\frac{a-1}{4}=-\frac{3}{5}$

Løs likningene. Oppgi svaret som desimaltall.

Fikk du at den ene løsningen ble –1,6?

b Løs likningene.

i) $\frac{1{,}5}{-0{,}6}=\frac{-1}{x}$ **iii)** $\frac{z}{0{,}25}=\frac{-2{,}1}{0{,}6}$ **v)** $\frac{1-v}{6}=\frac{3}{4}$ **vii)** $\frac{m-9}{12}=-\frac{5}{8}$

ii) $\frac{-0{,}9}{y}=\frac{0{,}75}{-0{,}2}$ **iv)** $\frac{-2{,}8}{u}=\frac{0{,}35}{-0{,}04}$ **vi)** $\frac{w+4}{5}=\frac{2}{3}$ **viii)** $\frac{10-n}{6}=-\frac{1}{0{,}48}$

c Lag to likninger slik at roten til den ene passer i ulikheten $-10\le x\le -5$, mens roten til den andre er lik en av røttene til likningen $|x-5|=3$.

Be en medelev løse likningene dine.

11.15

a Avgjør om verdien til uttrykket blir positiv eller negativ uten å regne ut.

i) $\left(-\frac{3}{5}\right):\frac{9}{10}$ **ii)** $\frac{8}{15}:\left(-\frac{12}{15}\right)$ **iii)** $\left(-\frac{44}{21}\right):\left(-\frac{16}{35}\right)$

Regn ut, vis utregning.

b Sjekk om den ene utregningene liknet på dette:

$$\boxed{\left(-\frac{44}{21}\right):\left(-\frac{16}{35}\right)=\left(-\frac{44}{21}\right)\cdot\left(-\frac{35}{16}\right)=\frac{44}{21}\cdot\frac{35}{16}=\dots}$$

c Regn ut.

i) $0{,}75 : \left(-\frac{3}{5}\right)$ **iii)** $\left(-\frac{5}{16}\right) : \left(-\frac{15}{28}\right)$ **v)** $1{,}28 : \left(-\frac{32}{35}\right)$

ii) $\left(-\frac{24}{25}\right) : (-0{,}96)$ **iv)** $0{,}15 : \left(-2\frac{1}{4}\right)$ **vi)** $\left(-2\frac{1}{6}\right) : \left(-2\frac{8}{9}\right)$

d Finn to rasjonale tall slik at det ene delt med det andre er lik:

i) $-0{,}25$ **ii)** $-1\frac{5}{9}$ **iii)** $0{,}6$

11.16

a 70 fotballkort ble delt mellom to brødre slik at den ene fikk 28 kort. Hvilket forhold ble kortene delt i?

b Hva blir svaret på oppgaven hvis tallet 28 byttes ut med:

i) 25? **ii)** 55?

c 120 kuler ble delt i tre grupper. I to av gruppene var det henholdsvis 45 og 60 kuler. Hvilket forhold ble de 120 kulene delt i?

d n kuler ble delt i tre grupper. I den ene gruppen var det 24 kuler, i den andre var det 48, og i den tredje var det like mange som gjennomsnittet av antallet i de to første. Finn n. Hvilket forhold ble kulene delt i?

11.17

a Regn ut.

i) $(-2)^4 \cdot (-27 + (-18))$ **iii)** $512 : (-2)^2 - 243 : (-3)^4$

ii) $((-12)^2 - (-6)^3) : (-45)$ **iv)** $1 - (-15)^2 : (-5) : (-3)^2$

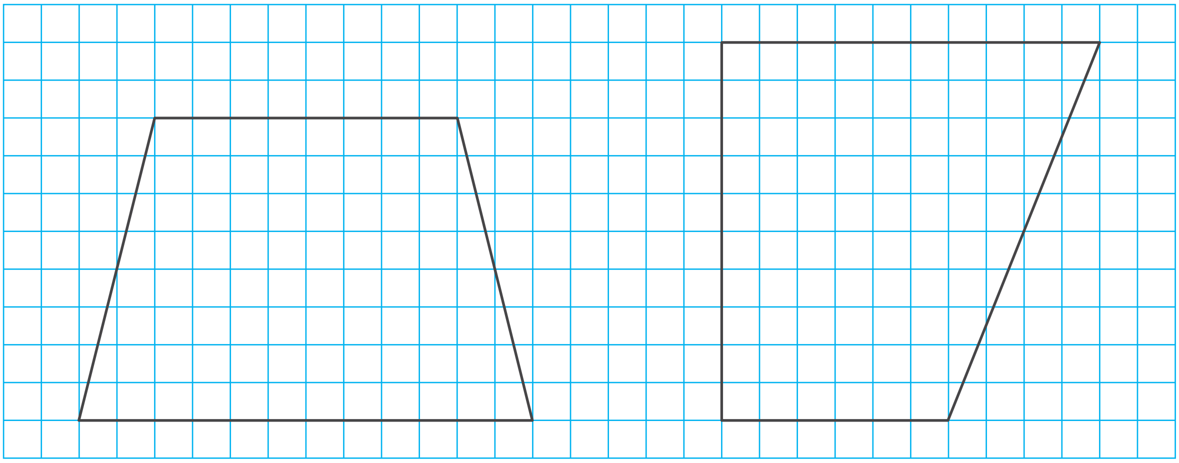
b Endre eksponenten i ett av uttrykkene med negativ verdi slik at den nye verdien blir positiv. Finn verdien til det nye uttrykket.

c Lag en oppgave til et av de andre uttrykkene i a).

Løs oppgaven selv eller be en medelev løse den.

11.18

a Hva er ulikt for disse trapesene? Hva er likt?



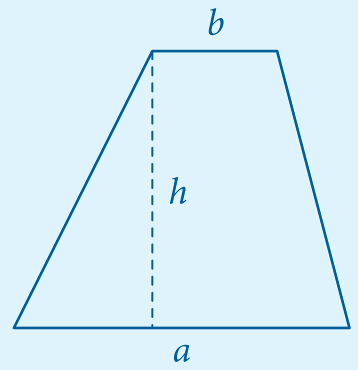
Sammenliknet du arealene? Hvis ikke, gjør det.

Tegn et nytt trapes med samme areal som de over.

b Mål vinklene i det likebeinte trapeset.

c Mål vinklene i det andre trapeset.

d Mål vinklene i trapeset du selv tegnet.



$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

11.19

a Formuler de kommutative og assosiative lovene for addisjon og multiplikasjon.

Disse reglene gjelder også for rasjonale tall.

b Regn ut på en effektiv måte.

i $0{,}4 + \left(-\frac{10}{9}\right) + \frac{3}{5}$

ii $\frac{1}{4} + (-0{,}15) + \left(-\frac{1}{6}\right)$

iii $-0{,}279 + \frac{1}{3} + (-0{,}221)$

iv $-\frac{1}{3} + 0{,}35 + (-0{,}75) + \left(-\frac{4}{15}\right)$

v $\left(-5\frac{1}{3}\right) \cdot 0{,}6 \cdot \left(-\frac{5}{16}\right)$

vi $1\frac{7}{13} \cdot 0{,}875 \cdot \left(-3\frac{5}{7}\right)$

vii $-7{,}7 \cdot \frac{5}{14} \cdot 0{,}04$

viii $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 0{,}75 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \frac{2}{3} \cdot (-0{,}8)$

c Lag to uttrykk der det er lurt å bruke lovene når man skal finne verdiene. Be en medelev regne ut.

11.20

a En kunstner har laget 5 bilder. Hun skal sende 2 av dem til en utstilling. På hvor mange måter kan hun velge ut 2 av de 5 bildene?

b Etter en stund fikk kunstneren vite at hun kunne sende 3 bilder i stedet. Hvor mange måter finnes det nå for å velge ut bildene?

c Hvis du står fast, se på tabellen som **Matilde** begynte å lage. *A*, *B*, *C*, *D* og *E* står for de 5 bildene.

Igjen i atelieret	Sendes til utstillingen
A B	
A C	
A D	
A E	
B C	
...	

Forklar tanken bak tabellen. Skriv den deretter av og fyll ut det som mangler.

På hvor mange måter kan kunstneren velge ut de 2 bildene som skal bli igjen?

På hvor mange måter kan kunstneren velge ut de 3 bildene som skal sendes til utstillingen?

d Sammenlikn denne oppgaven med den i b) og løs den.

En mann hadde 5 hunder. En dag bestemte han seg for å ta med 3 av dem på en tur. På hvor mange måter kan han velge ut de 3 hundene?

11.21

a Sammenlikn likningene. Hva kan du si om løsningene?

i $x + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$

ii $x + \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

Sjekk svaret ditt ved å løse likningene.

b Del likningene i to grupper slik at likningene i den ene gruppen har positive løsninger, mens de i den andre har negative løsninger.

i) $x+\frac{3}{4}=\frac{1}{8}$ **iv)** $u-\frac{2}{3}=-\frac{1}{6}$ **vii)** $\frac{1}{2}-p=\frac{5}{8}$

ii) $y+\frac{3}{4}=\frac{5}{6}$ **v)** $v-\frac{1}{6}=-\frac{1}{2}$ **viii)** $\frac{1}{2}-q=-\frac{5}{8}$

iii) $1{,}25+z=\frac{1}{3}$ **vi)** $w-0{,}8=-\frac{1}{3}$ **ix)** $0{,}01-r=-0{,}1$

Løs likningene og sjekk om du gjorde det riktig.

11.22

a Regn ut.

i) $\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot(-1{,}5)+\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot 3{,}5$ **iii)** $0{,}14\cdot(-2)+0{,}14\cdot(-2{,}5)$

ii) $0{,}14\cdot(-2+(-2{,}5))$ **iv)** $\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot(-1{,}5+3{,}5)$

Kunne du sagt på forhånd at verdiene til to og to av uttrykkene vil være like?

b Regn ut på en effektiv måte.

i) $(-2{,}8)\cdot 6\frac{7}{9}+\frac{2}{9}\cdot(-2{,}8)$

ii) $1\frac{2}{3}\cdot(-0{,}7)+(-0{,}7)\cdot 2{,}75+3\frac{1}{12}\cdot(-0{,}7)$

iii) $(-1{,}8)\cdot(-5{,}9)+(-1{,}8)\cdot 6{,}1$

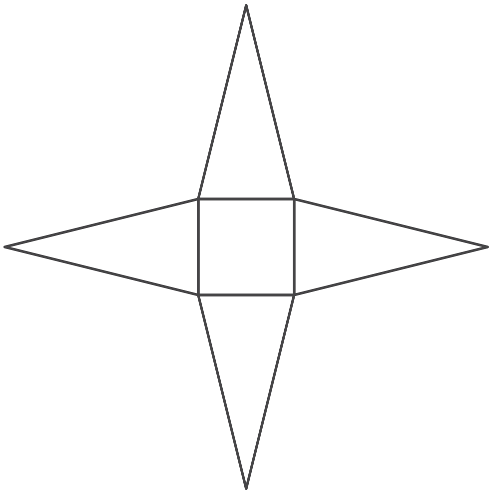
iv) $0{,}1\cdot\left(-\frac{10}{37}\right)+\left(-\frac{10}{37}\right)\cdot 0{,}01+0{,}001\cdot\left(-\frac{10}{37}\right)$

c Lag to uttrykk med rasjonale tall som er slik at det kan være lurt å bruke lover du kjenner til for addisjon og multiplikasjon når du skal regne ut verdien.

Be en medelev finne verdiene.

11.23

a Denne figuren kan omformes til en tredimensjonal figur. Hva slags?



Tegn en skisse av den tredimensjonale figuren.

b Tegn en utbrettet pyramide der grunnflaten er:

i en likesidet trekant.

ii en mangekant du velger selv.

c Ta et løst ark og tegn to utbrettede pyramider med ulike mangekanter som grunnflate. Klipp ut figurene og brett dem til pyramider.

11.24

a Løs oppgaven aritmetisk eller algebraisk.

For to år siden var Jørgen dobbelt så gammel som Thea. Om fire år vil han være 1,5 ganger så gammel som Thea. Hvor gamle er de nå?

b **Sara** laget denne likningen da hun skulle løse oppgaven:

$$2x + 6 = 1{,}5(x + 6)$$

Hvordan tenkte hun?

Laget du en liknende likning? Hvis ikke, gjør ferdig Sara sin løsning og sammenlikn med svaret du fikk.

c Hvor mange år er det til Jørgen er $1\frac{1}{3}$ ganger så gammel som Thea?

d Hvor mange år er det siden var Jørgen 2,5 ganger så gammel som Thea?

11.25

a Regn ut og skriv svaret som et endelig desimaltall hvis det er mulig.

i) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot 1{,}6 + \frac{1}{2}$

ii) $\left(-\frac{5}{6}\right) \cdot (-2{,}1) - 2\frac{1}{4}$

iii) $\frac{7}{16} \cdot (-2{,}4) + 1\frac{1}{5}$

iv) $0{,}6 : (-1{,}8) + 1\frac{7}{12}$

v) $(-35) : 14 + 2\frac{2}{3}$

vi) $(-12) : (-16) - \frac{33}{40}$

b Finn to tall blant svarene i a) som har differanse lik:

i) 1,75 **ii)** $-1{,}1$ **iii)** $\frac{2}{3}$

Skriv likhetene du får.

c Finn to tall blant svarene i a) som har forhold lik:

i) $-2{,}5$ **ii)** $-0{,}5$ **iii)** $-0{,}45$

Skriv likhetene du får.

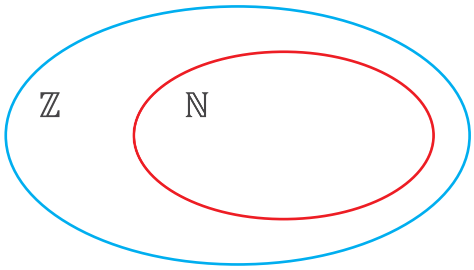
11.26

a I matematikken bruker man store bokstaver som navn på kjente tallmengder. Mengden av de naturlige tall kalles $\mathbb{N}$. Hvorfor tror du mengden har fått dette navnet?

Tallmengder illustreres ofte som lukkede kurver. Til høyre er mengden $\mathbb{N}$ illustrert. Vi tenker oss at alle de naturlige tallene er innenfor kurven, mens alle tallene som ikke er naturlige er utenfor.

b Mengden av de hele tall kalles $\mathbb{Z}$. Dette navnet kommer av det tyske ordet «Zahlen» som betyr tall.

Her ser du mengdene $\mathbb{N}$ og $\mathbb{Z}$ tegnet sammen. Forklar tegningen. (Hvorfor er mengden $\mathbb{N}$ plassert inne i mengden $\mathbb{Z}$?)

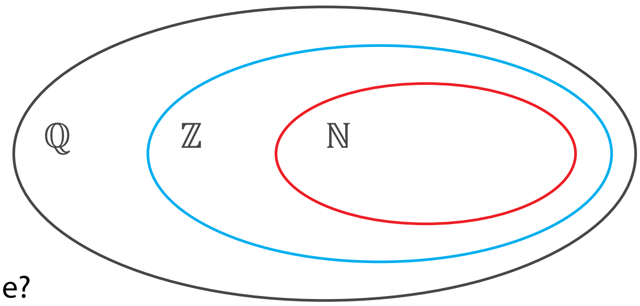


Hvor på tegningen vil du plassere disse tallene?

$2 \qquad -5 \qquad -36 \qquad 108$

c Mengden av de rasjonale tall kalles $\mathbb{Q}$. Navnet kommer av det tyske ordet «Quotient». Kjenner du igjen det ordet? Hvorfor tror du at man har valgt første bokstav i ordet «kvotient» for denne tallmengden?

Forklar denne tegningen.



Hvor vil du plassere disse tallene?

$\frac{1}{2} \qquad -8 \qquad 15 \qquad -47 \qquad -\frac{3}{5}$

d Oppgi to tall som ligger:

i) innenfor den svarte kurven, men ikke innenfor den blå.

ii) innenfor både den svarte og den blå kurven, men ikke innenfor den røde.

iii) innenfor alle de tre kurvene.

e Tegningene over viser hvordan **utvidelse av tallbegrepet** foregår.

La oss anta at vi kun kjenner til de naturlige tallene. Finn verdiene til disse differansene:

$$20 - 7 \qquad 5 - 13$$

I hvilket tilfelle er vi nødt til å «utvide» tallbegrepet vårt for å kunne svare? Hva består denne utvidelsen av?

Hvilken regneoperasjon kan føre til at vi må utvide tallbegrepet nok en gang?
Hvilke tall måtte man innføre for at divisjonen alltid skulle gi mening?

f Tror du det finnes regneoperasjoner som krever innføring av nye tall som ikke er rasjonale?

Svaret er «ja». Hvis vi f.eks. vil løse likningen $x^2 = 2$, trenger vi en ny type tall som kalles **irrasjonale tall**. Du kjenner allerede til et irrasjonalt tall – det ble innført da vi fant omkretsen til en sirkel. Husker du hva det heter?

De rasjonale og irrasjonale tallene danner til sammen mengden av de **reelle tall**. Disse tallene har fått navnet $\mathbb{R}$.

Hvordan kan vi utvide tegningen i c) slik at den også viser de reelle tallene?

11.27

a Les og sammenlikn oppgavene. I hvilken oppgave tror du prosentinnholdet av sukker er størst?

I 2,5 L av en 20 % sukkerblanding og 1,5 L av en 12 % sukkerblanding ble blandet sammen. Hva var prosentinnholdet av sukker i den nye blandingen?

II 2,5 L av en 20 % sukkerblanding, 1,5 L av en 12 % sukkerblanding og 1 L vann ble blandet sammen. Hva var prosentinnholdet av sukker i den nye blandingen?

Løs oppgavene ved å lage uttrykk som passer.

b Hva må endres i opplysningene til oppgave II) hvis oppgaven skal kunne løses ved hjelp av dette uttrykket?

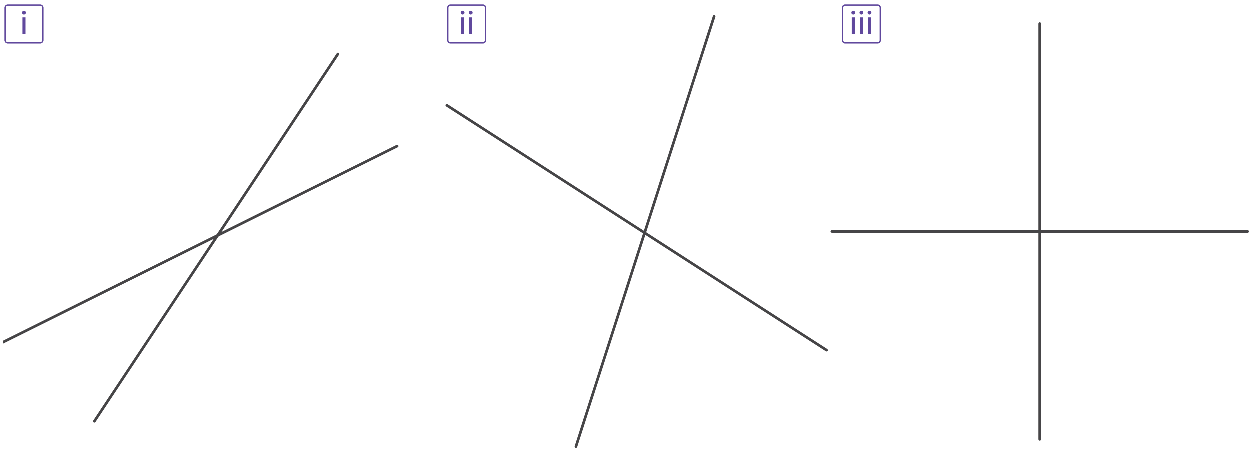
$$\frac{2{,}5 \cdot 0{,}2 + 1{,}5 \cdot 0{,}12}{2{,}5 + 1{,}5 + 0{,}8} \cdot 100$$

Lag oppgaven med de nye opplysningene og løs den.

c Lag en oppgave der man må finne prosentinnholdet av et stoff i en blanding. Løs oppgaven.

11.28

a Hvor stor er vinklene mellom rette linjene?



På hvilken tegning står linjene vinkelrett på hverandre?

Det at to linjer l og s står vinkelrett på hverandre, skrives slik: $l \perp s$

b Tegn to parallelle linjer a og b. Tegn en normal l til linjene. Hvilke linjer står vinkelrett på hverandre? Skriv det ved å bruke tegnet $\perp$.

Det at to linjer a og b er parallelle med hverandre, skrives slik: $a \,||\, b$

c Tegn et rektangel som ikke er et kvadrat. Tegn diagonalene i rektangelet. Står de vinkelrett på hverandre? Hva slags type vinkler danner digonalene?

d Tegn to ulike romber. Tegn diagonalene i rombene. Hvor stor er vinkelen mellom diagonalene?

11.29

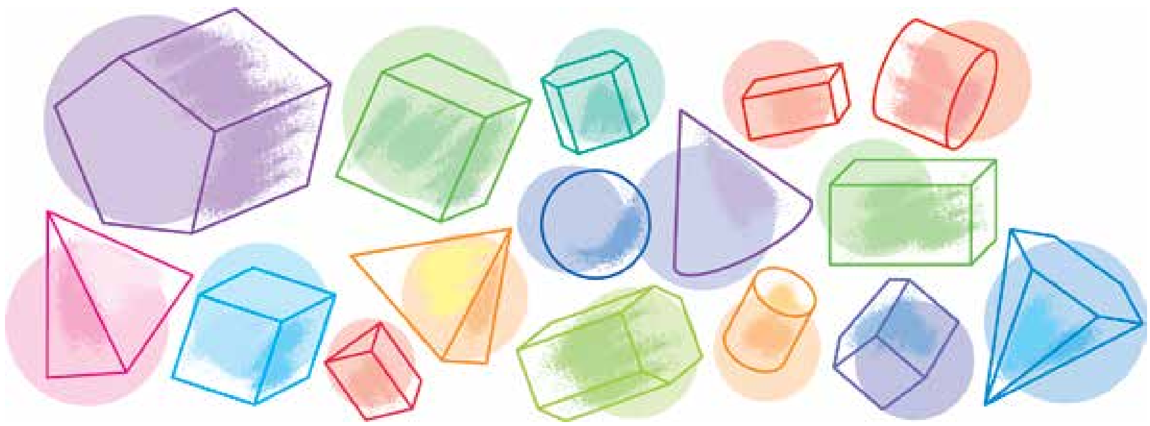
a Hvilken geometrisk figur kan man tenke på når man ser på overflaten til en innsjø i stille vær, en bordplate eller et flatt papirark?

Foreslå andre ting fra dagliglivet som kan få oss til å tenke på et plan.

b Oppgi ulike geometriske figurer (så mange som du kan) som kan tegnes i et plan.

Nevn noen romfigurer som du kjenner til. Kan disse figurene tegnes i et plan? Hvis det er mulig, hva er spesielt med tegningene?

c Tegn en romfigur. Er noen deler av figuren flate? Hvilke?



Hjernetrim

1 Sett inn regnetegn slik at likhetene blir sanne.

a) $\left(\left(-2{,}8 \square (-8{,}2)\right) \square 5{,}5\right)^3 = -8$

b) $\left(7{,}5 \square (-3) \square 3{,}6\right)^2 = 1{,}21$

c) $\left(4{,}8 \square 0{,}25 \square (1{,}4 \square 0{,}6)\right)^2 = 5{,}76$

2 Regn ut.

a) $-12{,}5 - 12 - 11{,}5 - 11 - \ldots - 1 - 0{,}5 + 0 + 0{,}5 + 1 + \ldots + 19{,}5 + 20$

b) $-16 - 15\frac{2}{3} - 15\frac{1}{3} - 15 - \ldots - \frac{2}{3} - \frac{1}{3} + 0 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \ldots + 9$

c) $-1 - 0{,}95 - 0{,}9 - 0{,}85 - \ldots - 0{,}1 - 0{,}05 + 0 + 0{,}05 + 0{,}1 + \ldots + 1{,}25$

3 Regn ut på en mest mulig effektiv måte.

a) $\frac{1}{3} \cdot 0{,}8 \cdot \frac{6}{7} \cdot 0{,}75 \cdot \frac{5}{6} \cdot 0{,}875$

b) $\frac{5}{6} \cdot 0{,}875 \cdot \frac{5}{18} \cdot 1{,}35 \cdot 1\frac{5}{7} \cdot 3{,}2$

c) $0{,}86 \cdot 1\frac{12}{13} + \frac{25}{13} \cdot 0{,}35 + 0{,}09 \cdot 1\frac{12}{13}$

4 a) På hvor mange måter kan man velge 6 kuler fra en skål med 8 kuler?

b) Et basketballag har 7 spillere som er like gode. 5 av dem skal plukkes ut for å starte en kamp. På hvor mange måter kan man velge de 5 spillerne?

Test deg selv

1 Finn summen av tallene.

a) $\frac{3}{8}$ og $-\frac{7}{12}$ b) $-\frac{7}{10}$ og $-\frac{8}{15}$ c) $-\frac{5}{8}, \frac{3}{4}$ og $-\frac{3}{20}$

2 Lag en sum av to eller tre tall slik at verdien blir:

a) $-\frac{1}{2}$ b) $-0{,}35$ c) $0{,}03$

3 Finn differansen mellom tallene.

a) $\frac{1}{6}$ og $\frac{5}{18}$ b) $\frac{4}{9}$ og $-\frac{7}{15}$ c) $-\frac{7}{8}$ og $-\frac{8}{9}$ d) $-\frac{5}{12}$ og $\frac{13}{20}$

4 Lag en differanse mellom to tall slik at verdien blir:

a) $-\frac{1}{4}$ b) $-1{,}4$ c) $0{,}06$

5 Regn ut.

a) $1{,}2 + \left(-\frac{1}{3}\right)$ c) $0{,}3 - 0{,}47 - (-0{,}03)$

b) $-\frac{5}{6} - (-0{,}7)$ d) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$

6 Regn ut.

a) $0{,}6 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)$ c) $(-0{,}64) \cdot (-2{,}25)$

b) $(-1{,}4) \cdot 1\frac{3}{7}$ d) $\left(-5\frac{1}{3}\right) \cdot 7{,}5 \cdot \left(-1\frac{7}{8}\right)$

7 Erstatt bokstavene med tall slik at likhetene blir sanne.

a) $a \cdot b = -1{,}5$ b) $c \cdot d = -0{,}6$ c) $e \cdot f = -\frac{4}{9}$

8 Regn ut.

a) $0{,}8 : \left(-\frac{2}{3}\right)$

b) $\left(-3\frac{3}{4}\right) : (-0{,}75)$

c) $(-0{,}9) : 0{,}24$

d) $(-1) : \left(-\frac{3}{8}\right) : \left(-\frac{5}{6}\right)$

9 Erstatt bokstavene med tall slik at likhetene blir sanne.

a) $a : b = -0{,}4$

b) $c : d = -2{,}5$

c) $e : f = -0{,}01$

10 Regn ut på en effektiv måte.

a) $-\frac{5}{14} + 1{,}9 + \left(-\frac{19}{35}\right)$

b) $\left(-2\frac{2}{15}\right) \cdot 0{,}35 \cdot \left(-1\frac{7}{8}\right)$

c) $(-1{,}2) \cdot \frac{8}{21} + (-1{,}2) \cdot \left(-\frac{13}{28}\right)$

11 Noen blandet 700 g av en 4 % sukkerblanding, 900 g av 8 % sukkerblanding og 400 g vann. Hvor mange prosent sukker var det i den nye blandingen?

12 I et penal er det to røde, to blå og én grønn blyant. Eilert trakk to blyanter uten å se. Hva er sannsynligheten for at han trakk en rød og en grønn blyant?

13 Erstatt bokstavene med naturlige tall som passer.

a) $(-1)^a + (-1)^b + (-1)^c = -1$

b) $(-2)^d + (-2)^e = -28$

c) $((-10)^f - (-5)^g) \cdot (-1)^h = -875$

14 Løs likningene.

a) $\frac{x-2}{-6} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{0{,}3}{y+0{,}2} = \frac{4}{3{,}2}$

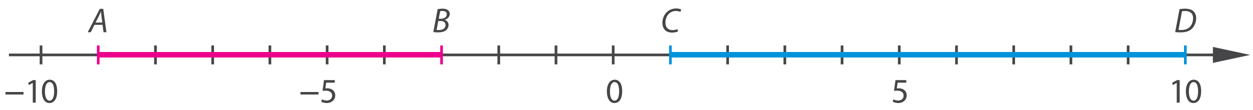
15 Tegn et rett, trekantet prisme. Tegn en utbrettet figur av prismet.

16 Tegn en trekantet pyramide. Tegn en utbrettet figur av pyramiden.

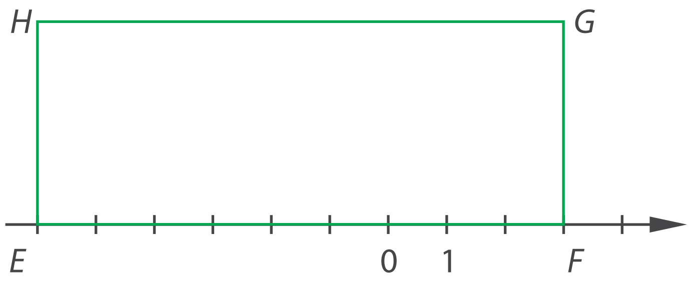
12 Koordinatsystem

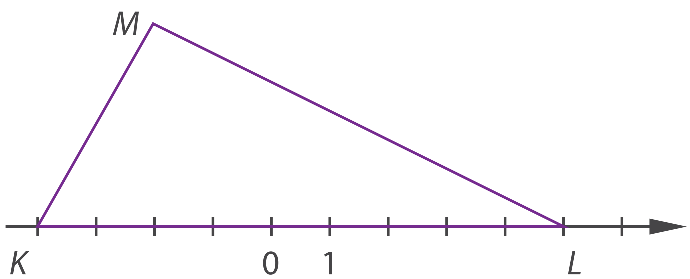
12.1

a Vi har to linjestykker *AB* og *CD* som vist på tegningen. Finn plasseringen til linjestykkene sine endepunkter.



b Vi har et rektangel *EFGH* og en trekant *KLM* som vist på tegningen. Prøv å finne plasseringen til figurene sine hjørnepunkter.





Klarte du å finne plasseringen til alle hjørnene? Hvis ikke, forklar hva som er problemet.

c Hvordan kan vi beskrive plasseringen til:

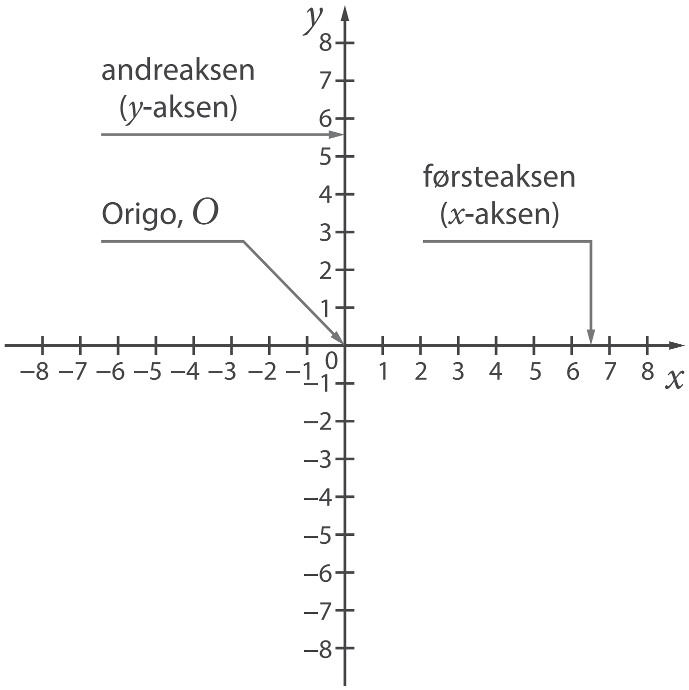
i) **en brikke på et sjakkbrett?**

ii) **et sted på et kart?**

Foreslå en måte å beskrive plasseringen til et punkt i planet.

d For å vise plasseringen til et punkt i planet gjør vi i matematikken slik:

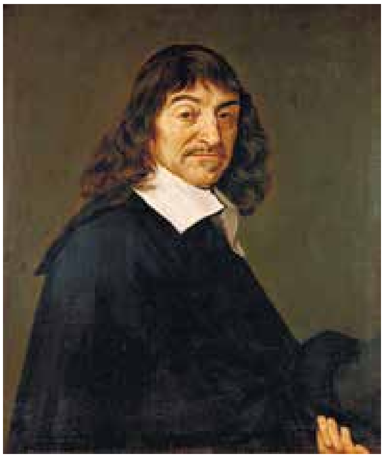
Vi tegner to tallinjer som står vinkelrett på hverandre. Disse kalles **koordinatakser** eller bare **akser**. Den vannrette linjen kaller vi **førsteaksen** (eller x-aksen). Den har positiv retning mot høyre, akkurat som en vanlig tallinje. Den loddrette linjen kaller vi **andreaksen** (eller y-aksen). Den har positiv retning oppover. Skjæringspunktet mellom aksene kalles **origo** som gjerne forkortes til ***O***. Ordet kommer fra latin og betyr «opphav» eller «utgangspunkt».



Legg merke til at de positive tallene på x-aksen er plassert til høyre for origo, og de positive tallene på y-aksen er plassert over origo. På vår tegning er enhetslengdene på aksene like lange, men det behøver de ikke å være.

Figuren over kalles et **koordinatsystem**.

Koordinatsystemet ble innført av den franske matematikeren René Descartes (1596–1650). På grunn av den latinske varianten av navnet hans, Renatus Cartesius, sier vi noen ganger **kartesisk koordinatsystem**.



e Tegn et koordinatsystem. Merk av to punkter *A* og *B* på x-aksen og to punkter *C* og *D* på y-aksen.

12.2

a Sammenlikn oppgavene.

I Fire malere brukte 6 dager på et oppdrag. Hvor mange dager ville tre malere brukt på oppdraget? (Vi antar alle arbeider like effektivt.)

II Fire like maskiner brukte 3 dager på å lage 600 varer. Hvor mange varer ville tre slike maskiner laget på 5 dager?

Hvilken oppgave handler om proporsjonale størrelser? Hvilken handler om omvendt proporsjonale størrelser? Hvilke størrelser er det snakk om?

Løs oppgavene.

b Som et tankeeksperiment:
Hvor mange malere ville man trengt hvis arbeidet i oppgave I) skulle blitt utført på en halv dag?

Hvorfor tror du dette er kalt et «tankeeksperiment»?

c Hvor lang tid ville 12 maskiner lik de i oppgave II) trengt på å lage 400 varer?

12.3

a Finn verdiene til a, b, c og d.

i) $a = 1{,}2 + \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot 0{,}8a$

ii) $b = 3{,}7 - (-0{,}1) : (-0{,}025)$

iii) $c = (-2)^3 : 0{,}2 + (-3)^2 : 0{,}3$

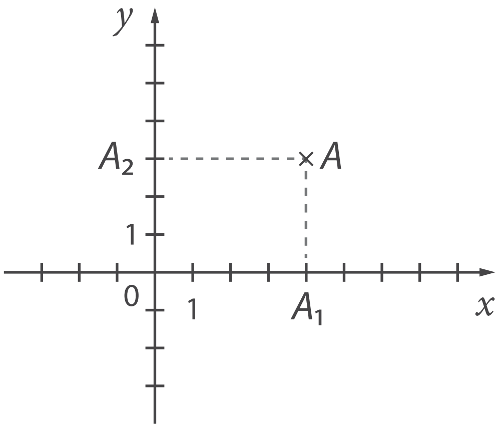
iv) $d = 1 : \left(\frac{4}{7} \cdot (-0{,}14) - 0{,}16 : \left(-\frac{2}{3}\right)\right)$

b Bruk tallene du fikk og finn verdiene til disse uttrykkene.

i) $b : |a|$ **ii)** $a : c + b$ **iii)** $|a \cdot b + c : d|$

12.4

a Lag et koordinatsystem og merk av et punkt *A* som er vist på tegningen.



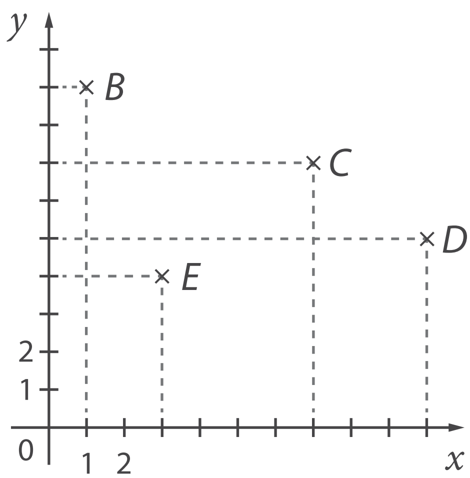
Trekk normaler fra *A* til x-aksen og fra *A* til y-aksen (som vist med stiplede linjer).

Hvor på x-aksen er A_1 plassert?
Hvor på y-aksen er A_2 plassert?

Plasseringen til punktet *A* i koordinatsystemet skriver vi slik: *A*(4, 3)

Tallparet (4, 3) kalles **koordinatene** til *A*. Det første tallet kalles x-koordinaten eller førstekoordinaten, mens det andre kalles y-koordinaten eller andrekoordinaten. Vi oppgir alltid x-koordinaten først. Det betyr at (4, 3) og (3, 4) er to forskjellige punkter i planet.

b Finn koordinatene til punktene *B*, *C*, *D* og *E* i dette koordinatsystemet.



12.5

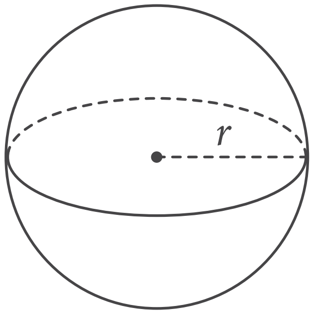
a Merk av et punkt *P*. Tegn en kurve slik at alle punktene på kurven har samme avstand til punktet *P*. Hva slags kurve fikk du? Hvilket redskap er det lurt å bruke for å tegne en slik kurve?

Tenk deg en tredimensjonal figur der alle punktene på figurens overflate har samme avstand til et gitt punkt. Gi eksempler fra dagliglivet på denne type figurer.

b Overflaten til en kule kalles **sfære**. Alle punktene på en sfære har en fast avstand til et punkt som kalles **sentrum** i kulen.

Et linjestykke som forbinder sentrum i kulen med et punkt på sfæren kalles **radiusen til kulen**.

Jordkloden har en radius på ca. 6 400 km. Hvor lang er ekvator? (Ekvator er en tenkt sirkel som deler Jorden inn i en nordlig og en sørlig halvkule.) Rund av til nærmeste tusener.



c Ekvator til en annen planet er 10 000 km lang. Finn planetens diameter. Rund av til nærmeste hundrer.

d Forholdet mellom radius til Jorden og radius til månen er litt over 3,5. Finn lengden til ekvator på månen. Rund av til nærmeste tusener.

12.6

a Del likningene i to grupper – én for de med negativ løsning og én for de med positiv.

i $7{,}2x = -3{,}2$

ii $2{,}5 : y = -1{,}75$

iii $(-1) : z = -1{,}2$

iv $0{,}25r = -0{,}21$

v $(-6) \cdot s \cdot (-9) = 42$

vi $\frac{2}{5} \cdot t \cdot (-0{,}6) = 0{,}192$

b Løs likningene i a).

c Bruk svarene du fikk i b) og skriv verdiene til disse tallene i synkende rekkefølge.

i $x, y, z, r, s,$ og t

ii $|x|, |y|, |z|, |r|, |s|$ og $|t|$

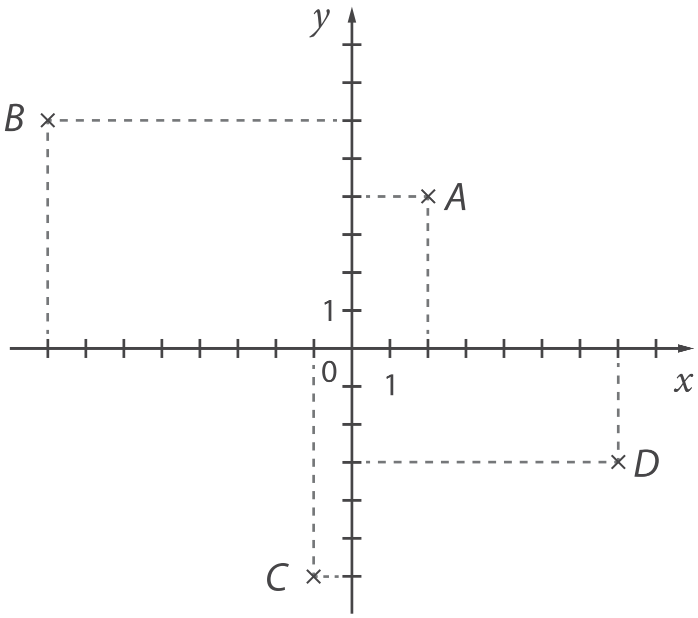
d

i **Hvor mange prosent større er $|r|$ enn $|t|$?**

ii **Hvor mange prosent større er z enn $|x|$?**

12.7

a Finn koordinatene til punkt *A*.



Koordinatene til *B* er (– 8, 6). Hvorfor er den første koordinaten negativ og den andre positiv?

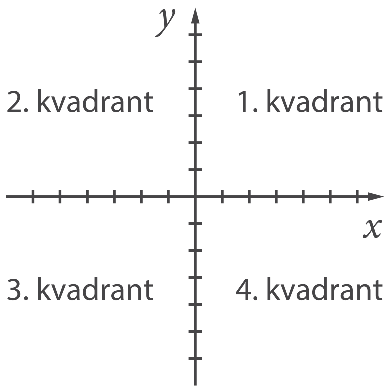
Finn koordinatene til *C* og *D*.

b Tegn et koordinatsystem og skraver den delen av planet der både første– og andrekoordinaten er positiv.

Hvilket av punktene *A*, *B*, *C* eller *D* ligger i denne delen?

De to koordinataksene deler planet inn i fire **kvadranter**. Kvadrantene nummereres mot klokken (se tegningen).

I hvilken kvadrant ligger punkt *A*?
I hvilke kvadranter ligger *B*, *C* og *D*?



c Merk av et punkt i hver kvadrant.

I hvilke kvadranter ligger punktene som har negativ førstekoordinat?
I hvilke kvadranter ligger punktene som har negativ andrekoordinat?

d Sorter punktene i fire grupper etter hvilken kvadrant de ligger i.

$A(-2, 6)$ $B(4, -1)$ $C(-3, -4)$ $D(1, 7)$ $E(6, -7)$ $F(-5, -2)$ $G(-8, 1)$ $H(1, -5)$

Merk av punktene i koordinatsystemet ditt.

12.8

a Sammenlikn oppgavene – hva er likt? Hva er ulikt? I hvilken oppgave vil svaret være størst?

I En klasse skal velge 2 tillitselever. Det er 6 elever som stiller til valg. På hvor mange måter kan de velge to av de seks elevene?

II En matematikklærer har laget 6 oppgaver i kombinatorikk. Hun vil diskutere 4 av dem i timen og gi de siste i lekse. På hvor mange måter kan læreren velge fire av de seks oppgavene?

Løs oppgavene.

b Hvis du står fast på oppgave II), tenk over på hvor mange måter læreren kan velge de to oppgavene som skal gis i lekse? Gå tilbake til oppgave 11.20 hvis du trenger det.

c Sammenlikn denne oppgaven med de forrige og løs den.

Det er 7 museer i en by. En familie har kun tid til å besøke 5 av dem. På hvor mange måter kan de velge 5 av de 7 museene?

12.9

a En sommer målte **Siri** temperaturen fem dager på rad. Hun fikk følgende resultat:

+17° +19° +24° +22° +18°

Hva var gjennomsnittstemperatur?

> Gjennomsnittet av tallene $a_1, a_2, \ldots, a_n$ er:
>
> $$\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n}$$

b Siri målte også temperaturen noen dager på høsten og noen dager på vinteren. Da fikk hun følgende resultat:

Høst:	+2°, –4°, –3°, +1°, –3°, +1°, –1°
Vinter:	–13°, –16°, –10°, –11°

Finn gjennomsnittstemperaturen i hvert tilfelle.

c Endre ett av tallene på vinteren slik at gjennomsnittstemperaturen blir et helt tall.

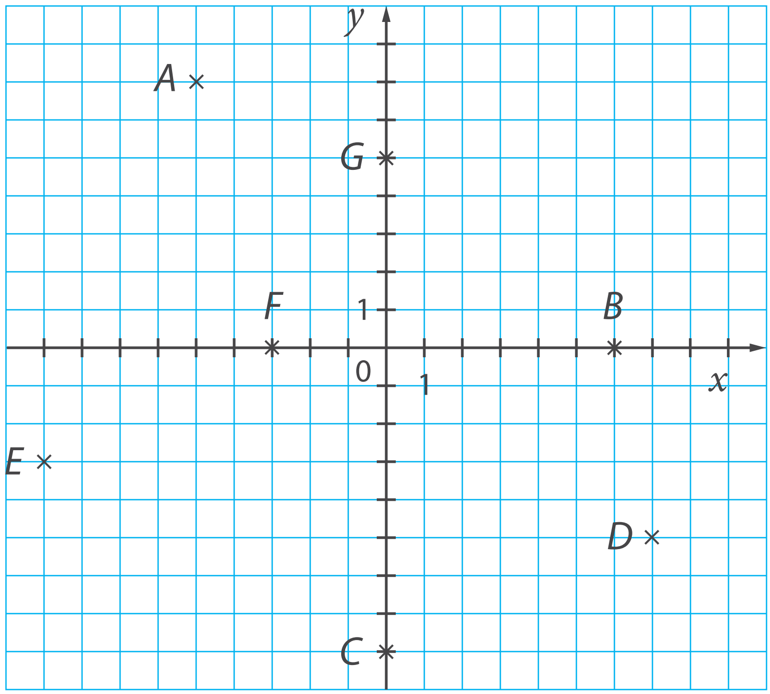
Endre ett av tallene på høsten slik at gjennomsnittstemperatur blir et tall med absoluttverdi 2.

d Gjennomsnittet av fem tall er –13. Minst ett av dem er positivt. Finn tall som passer.

e Gjennomsnittet av seks tall er –20. Fem av tallene er positive. Finn tall som passer.

12.10

a Finn koordinatene til de avmerkede punktene.



Hvor i koordinatsystemet ligger et punkt hvis:

i) x-koordinaten er null?

ii) y-koordinaten er null?

Finnes det noe punkt der begge koordinatene er null? Hva heter dette punktet?

b Hvilke av disse punktene ligger på x-aksen? Hvilke ligger på y-aksen?

K(5, 0) *L*(5, –5) *M*(0, –2) *N*(0, 2) *P*(–3, 3) *Q*(– 6, 0) *R*(0, 0) *S*(7, 0) *T*(0, 7)

Merk av punktene i et koordinatsystem.

c Førstekoordinaten til et punkt *U* er 4. Hvor i koordinatsystemet kan punktet ligge? Kan det ligge på en av aksene? Begrunn.

Velg deg en andrekoordinat til *U* og merk av punktet i koordinatsystemet du laget i b).

Andrekoordinaten til et punkt er – 4. Hvor i koordinatsystemet kan punktet ligge? Velg deg tre førstekoordinater og merk av punktene med rødt i koordinatsystemet ditt.

12.11

a Sammenlikn oppgavene.

I En bonde blandet 2 L av en 85 % maursyreblanding og 3 L av en 60 % maursyreblanding. Hva var prosentinnholdet av maursyre i den nye blandingen?

II En barre (støpt metallblokk) som veide 2 kg inneholdt 15 % sink og 85 % kobber. En annen barre som veide 3 kg inneholdt 40 % sink og 60 % kobber. Barrene ble smeltet om til én barre. Hvor mange prosent sink og kobber var det i den nye barren?

Løs oppgavene ved å lage uttrykk som passer.

b Laget du uttrykk som liknet på disse?

$$\frac{2 \cdot 0{,}85 + 3 \cdot 0{,}6}{2+3} \cdot 100 \qquad \frac{2 \cdot 0{,}15 + 3 \cdot 0{,}4}{2+3} \cdot 100$$

Hvilket uttrykk passer til hvilken oppgave?
Passer begge uttrykkene til den ene oppgaven? Begrunn.

c Sammenlikn denne oppgaven med de forrige og løs den.

En legering som veide 0,5 kg inneholdt 40 % bly og 60 % tinn. En annen legering som veide 2 kg inneholdt 30 % bly og 70 % tinn. Legeringene ble smeltet om til én. Finn prosentinnhold av hvert metall i den nye legeringen.

12.12

a Regn ut.

i $$a = \left(1{,}25 - \frac{2}{5} \cdot 5\frac{5}{8}\right)^2$$

ii $$b = \left(-1{,}375 - \frac{3}{8} : 0{,}6\right)^3$$

iii $$c = \left((-288) : (-48) \cdot (-5) - (-3)^3\right)^2$$

b Hvor mange prosent utgjør:

i a av $|b|$?

ii $b + c$ av a?

iii $a + c$ av $-b$?

c Velg et naturlig tall n slik at verdien til $\left(0,25 : \frac{1}{3} - \frac{5}{6} : \frac{10}{33}\right)^n$ blir:

i **større enn 15.**

ii **mindre enn –30.**

iii **et negativt tall med absoluttverdi større enn 500.**

12.13

a To syklister syklet samme strekning. Hjulene på den ene sykkelen hadde en omkrets på 1,8 m, mens hjulene på den andre hadde en omkrets på 1,5 m. Hvert hjul på den første sykkelen hadde 5 400 omdreininger på turen. Hvor mange omdreininger hadde hvert hjul på den andre sykkelen?

b Hjulene på en tredje sykkel hadde 8100 omdreininger på den samme strekningen. Hva var omkretsen til hjulene?

c Finn diameteren til hvert hjul.

12.14

a Tegn et koordinatsystem og merk av disse punktene.

$A(2, 0)$ $B(12, 0)$ $C(12, 5)$ $D(2, 5)$ $K(3, 2)$ $L(5, 2)$ $M(5, 4)$ $N(3, 4)$

Trekk opp mangekantene *ABCD* og *KLMN*. Hva likner tegningen på?

b Bruk samme koordinatsystem og merk av andre punkter slik at linjestykker som forbinder punktene viser et nytt vindu, en dør, et tak og noe du velger selv.

Oppgi koordinatene til de nye punktene.

c Lag en liknende oppgave selv. Begynn med å lage en tegning i et koordinatsystem. Skriv ned koordinatene til punkter som du mener er viktige på tegningen. Oppgi koordinatene til en medelev og be han eller henne gjenopprette bildet.

12.15

a Sammenlikn oppgavene.

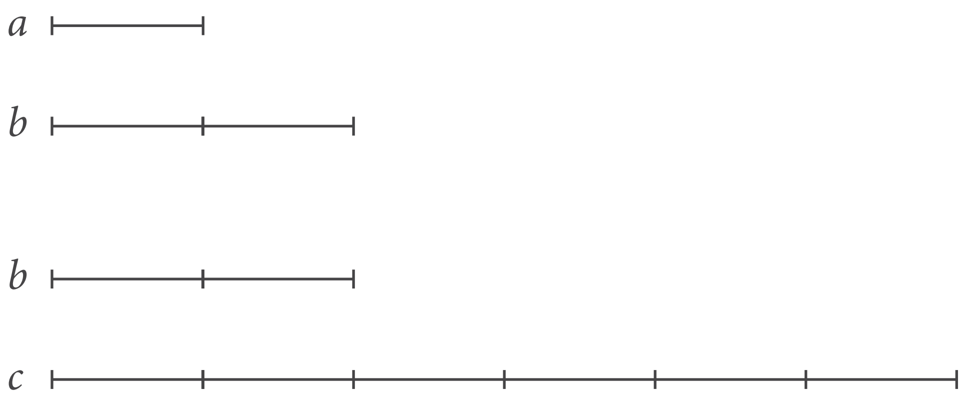
I 162 kan skrives som $a + b + c$, der forholdet mellom leddene i summen er $1 : 2 : 3$. Finn a, b og c.

II 162 kan skrives som $a + b + c$, der $a : b = 1 : 2$ og $b : c = 1 : 3$. Finn a, b og c.

Tror du at verdiene til a, b og c vil være like i de to oppgavene? Begrunn.

Løs oppgavene.

b Hvis du får problemer med oppgave II), så se på denne modellen.



Er du enig i at proporsjonen $b : c = 1 : 3$ kan erstattes med proporsjonen $b : c = 2 : 6$?

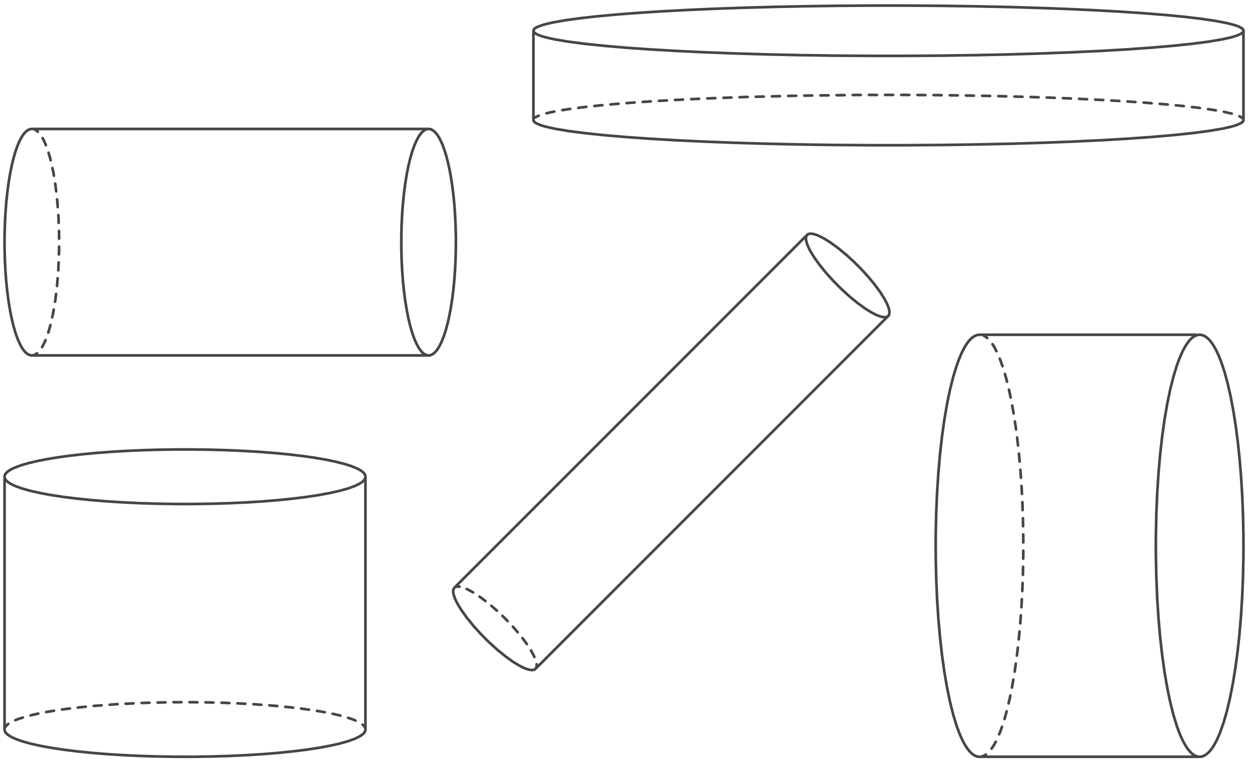
Forklar hvorfor vi derfor kan erstatte $a : b = 1 : 2$ og $b : c = 1 : 3$ med $a : b : c = 1 : 2 : 6$.

c Sammenlikn denne oppgaven med oppgave II) og løs den.

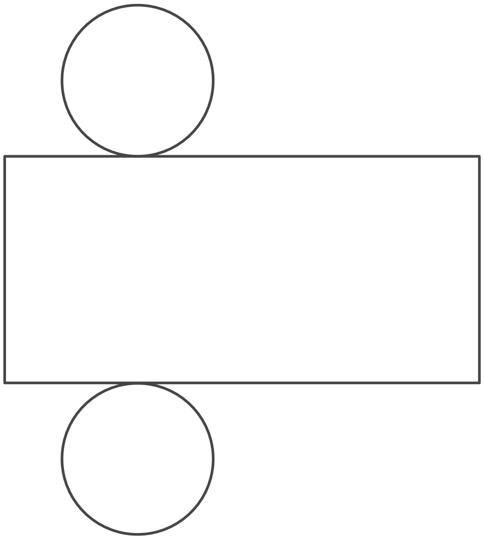
Tre ungdommer fikk til sammen 7 200 kr for å ha gått rundt med reklame. Den ene fikk x kr, den andre y kr og den tredje z kr. Pengene ble fordelt i forhold til tiden de hadde brukt, slik: $x : y = 1 : 3$ og $y : z = 1 : 2$. Hvor mye fikk hver av dem?

12.16

a Hva kalles disse figurene?



b Hva ser du på denne tegningen?



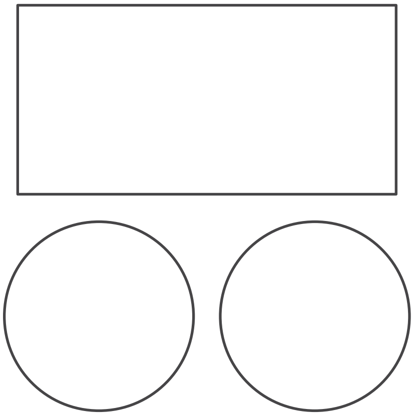
Mål diameteren til sirklene og sidene i rektangelet.

Hva er sammenhengen mellom omkretsen til sirkelen og den lengste siden i rektangelet?

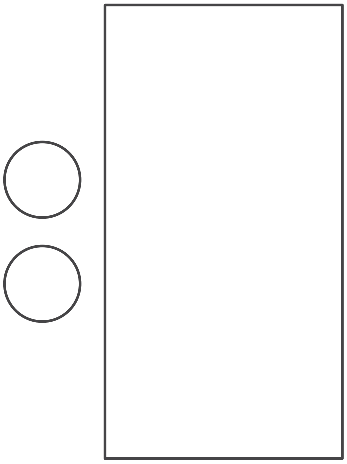
Kan den utbrettede figuren settes sammen til en sylinder?

Kan noen av disse figurene settes sammen til sylindere? Begrunn.

1



3



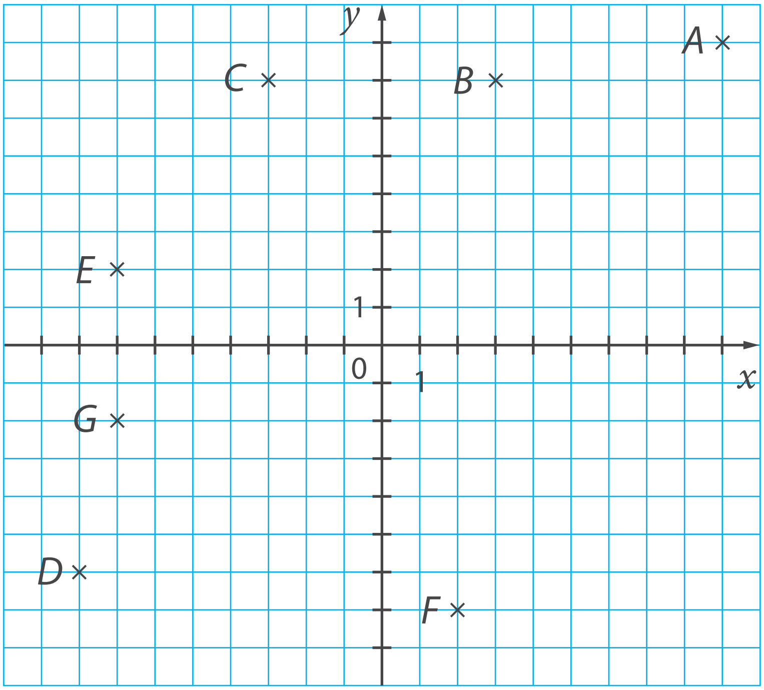
2

c Ta et løst ark og tegn en utbrettet sylinder. Klipp ut delene og sett dem sammen til en sylinder. (Bruk tape.)

12.17

a Hva legger du merke til om plasseringen til punktene:

i) *B* og *C*? **ii)** *E* og *G*?



b Skriv ned koordinatene til de avmerkede punktene.

Hva er likt for punktene som ligger:

i) symmetrisk om x-aksen? **ii)** symmetrisk om y-aksen?

c Hvilke av punktene i rammen ligger symmetrisk om:

i x – aksen? **ii** y – aksen?

$I(4, -5)$	$K(-4, 5)$	$M(0, -2)$	$P(-2, -2)$	$R(0, 2)$
$J(-4, 2)$	$L(2, -2)$	$N(4, 2)$	$Q(-4, -2)$	

Merk av punktene i et koordinatsystem. Hadde du rett?

d To punkter *S* og *T* ligger symmetrisk om y-aksen. Andrekoordinaten til *S* er – 4. Hva er andrekoordinaten til *T*?

Vet du hva førstekoordinatene til punktene er? Hvis ikke, velg tall selv og merk av punktene i et koordinatsystem.

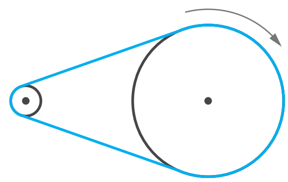
e To punkter *U* og *V* ligger symmetrisk om x-aksen. I hvilke kvadranter kan punktene ligge? Kan de ligge på en av koordinataksene?

Velg koordinater for punktene og merk dem av i et koordinatsystem.

12.18

a Les oppgavene. Finnes det størrelser som er proporsjonale eller omvendt proporsjonale i oppgavene?

I To hjul er forbundet med et belte og roterer sammen. Det ene hjulet har radius 30 cm, og det andre har radius 6 cm. Det største hjulet gikk rundt 500 ganger. Hvor mange ganger gikk det minste hjulet rundt på samme tid?



II $\frac{1}{3}$ av et glass er fylt med syltetøy og veier 0,9 kg. Da det samme glasset var $\frac{2}{5}$ fullt, veide det 1 kg. Hvor mye syltetøy var det i glasset da det var helt fullt?

Løs oppgavene.

b Lag en egen oppgave med proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser. Be en medelev løse oppgaven.

12.19

a Hvilke av disse likningene har en negativ rot? Hvilke har en positiv rot?

i) $\frac{x}{15} = \frac{-9}{25}$ **ii)** $\frac{-0{,}4}{y} = \frac{6}{-10{,}5}$ **iii)** $\frac{-0{,}08}{-1{,}1} = \frac{z}{-16{,}5}$ **iv)** $\frac{0{,}05}{0{,}8} = \frac{3{,}75}{-v}$

Løs likningene.

b Lag en liknende likning der:

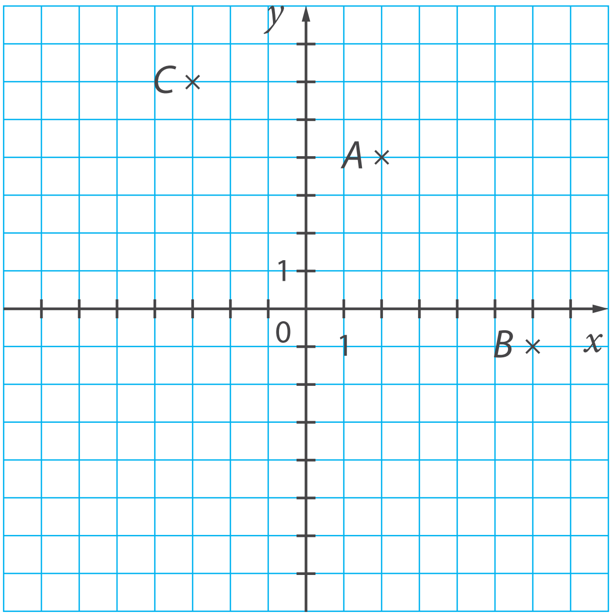
i) roten er en negativ brøk.

ii) roten passer i ulikheten $-0{,}4 < x < -\frac{1}{3}$.

iii) roten passer i likningen $4 : (1 - x) = 5$.

12.20

a Tegn et koordinatsystem og merk av punkter *A*, *B* og *C* som vist på tegningen.



Bytt ut koordinatene til de tre punktene med motsatte tall. Kall de nye punktene *A′*, *B′* og *C′*, og merk dem av i koordinatsystemet.

Hva kan du si om plasseringen til disse punktene?

A og *A′* *B* og *B′* *C* og *C′*

b Merk av to punkter i koordinatsystemet som ligger symmetrisk om origo. Hva er likt for disse punktene? Hva er ulikt?

c Hvilke av disse punktene ligger symmetrisk om origo?

$D(7, -4)$ $E(4, 7)$ $F(0, -3)$ $G(-5, 1)$ $H(-7, 4)$ $I(1, 5)$ $J(3, 0)$ $K(5, -1)$ $L(0, 3)$

Merk av punktene i et koordinatsystem. Hadde du rett?

d Førstekoordinaten til et punkt *U* er –3, og andrekoordinaten til et punkt *V* er –5. Kan *U* og *V* ligge symmetrisk om origo? Hvis du mener «ja», merk av to slike punkter.

12.21

a To av sifrene 1, 2, 3 og 4 plukkes ut og brukes til å lage to tosifrede tall.
Hva er sannsynligheten for at:

i begge tallene er delelig med 3?

ii et av tallene er delelig med 4?

b Hvis du står fast, skriv ned alle måter du kan plukke ut to av sifrene 1, 2, 3 og 4. Hvilke tall kan du lage for hver trekning? Hvor mange av trekningene tilfredsstiller kravene i punkt i) og ii)?

c Hva vil skje med svarene hvis sifrene man skal bruke er 1, 2, 3 og 5 i stedet?

d En oppgave starter slik:

To av sifrene 4, 5, 6, 7 og 8 plukkes ut og brukes til å lage to tosifrede tall.

Lag en fortsettelse slik at du får en oppgave der man er nødt til å finne sannsynligheten for en hendelse. Be en medelev løse oppgaven.

12.22

a Kjenner du igjen tallfølgene i denne tabellen? Hvor har du sett dem før? (Gå tilbake til oppgave 11.7 hvis du trenger det.)

1	3	6	10	15	21	28
1	4	9	16	25	36	49
1	5	12	22	35	51	70
1	6	15	28	45	66	91

Finn det neste tallet i hver følge.

b **Johannes** satte opp dette for de to første tallfølgene i tabellen:

1 3 6 10 15 21 28

2 3 4 5 6 7

1 4 9 16 25 36 49

3 5 7 9 11 13

Hvordan har han tenkt?

Gjør det samme for femkanttallene og sekskanttallene. Foreslå et felles navn for tallene under pilene.

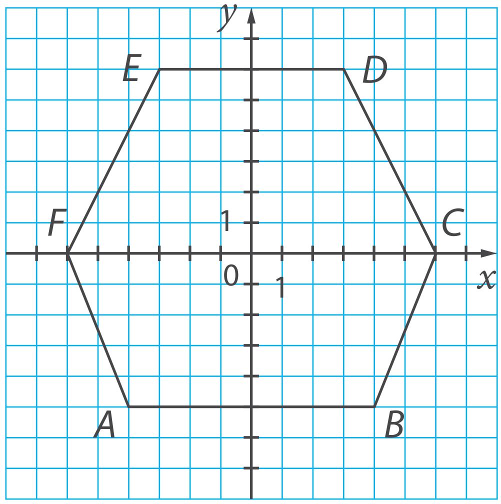
Beskriv mønstrene du ser for differansene.

c Sammenlikn differansene for de ulike tallfølgene og bruk det du ser til å finne de 5 første sjukanttallene.

Hvis du står fast, tenk over hva differansene mellom sjukanttallene må være.

12.23

a Hva slags figur er dette?



Finn koordinatene til hjørnene *A*, *B*, *C*, *D*, *E* og *F*.

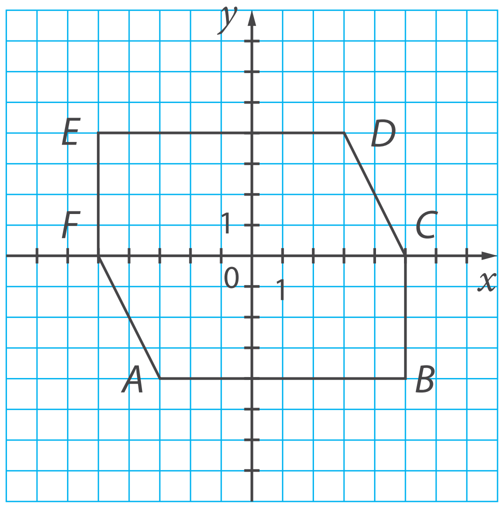
Finn eventuelle hjørnepunkter som ligger symmetrisk om:

i x – aksen.

ii y – aksen.

Er det noen av hjørnepunktene som ligger symmetrisk om origo? Vis i så fall dette både på tegningen og ved å bruke koordinatene til punktene.

b Hva er annerledes for denne sekskanten?



Finn eventuelle hjørnepunkter som ligger symmetrisk om:

i x – aksen.

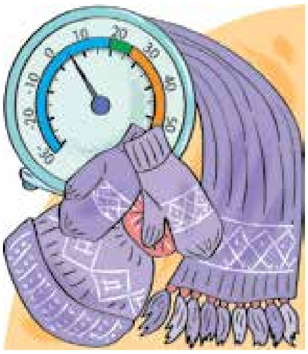
ii y – aksen.

iii origo.

Er det noen av hjørnepunktene som ligger symmetrisk om *både* origo og en av koordinataksene? Hva med figuren i a)? Hvis svaret er «ja», hvor i koordinatsystemet ligger disse punktene?

12.24

a **Ingunn** målte temperaturen fire dager på rad. Gjennomsnittstemperaturen var – 8°. De tre første dagene var temperaturen –10°, –7° og – 9°. Hva var temperaturen den fjerde dagen? (Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 12.9.)



b Ingunn fortsatte målingene sine i tre dager til. Gjennomsnittstemperaturen for alle de 7 dagene ble et helt tall. Hva kan temperaturen ha vært de tre siste dagene?

c Gjennomsnittet av m tall er null. Velg deg en verdi for m og finn tall slik at:

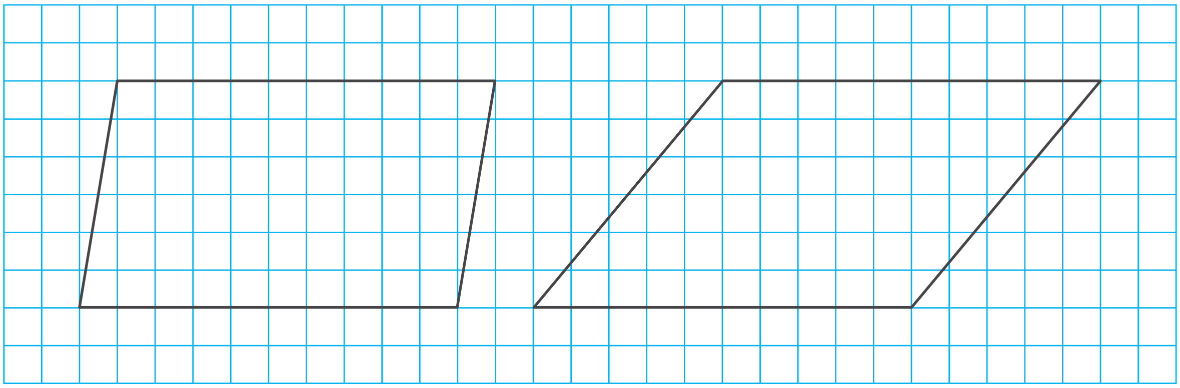
i de fleste tallene er positive.

ii kun ett tall er positivt.

d Lag en egen oppgave som handler om å finne gjennomsnittet av noen hele tall. Løs oppgaven.

12.25

a Hva slags firkanter er dette?

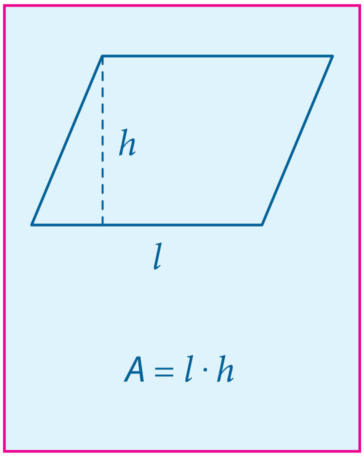


Hva er ulikt for parallellogrammenene?
Hva er likt?

Finn arealene av parallellogrammene.

Hvor mange spisse vinkler har parallellogrammene?
Hvor mange stumpe?

Mål vinklene i parallellogrammene.



b Tegn et parallellogram der en av vinklene er 30°.
Finn arealet av parallellogrammet.

c Tegn et parallellogram med samme areal som figurene i a) slik at alle vinklene blir rette.

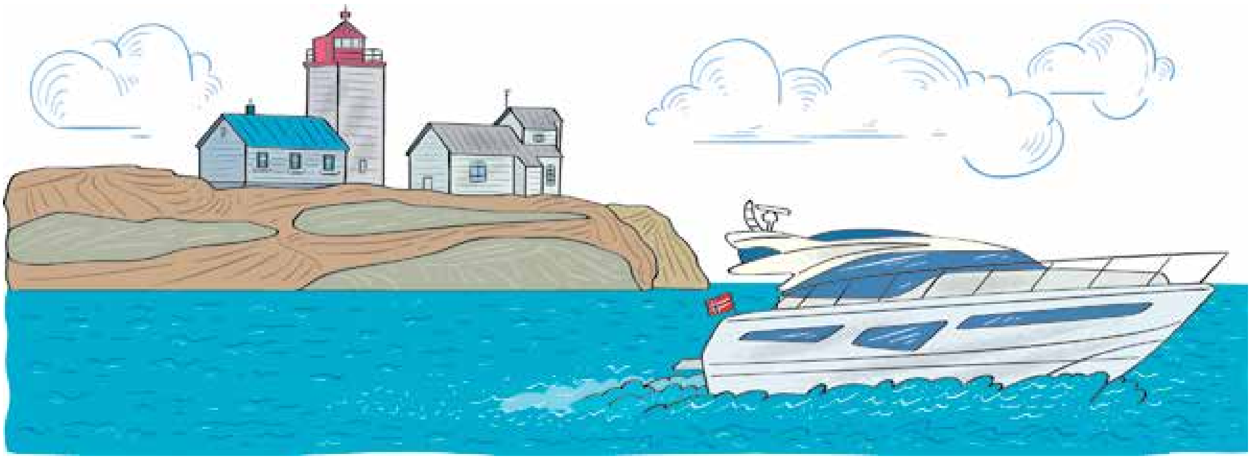
Hva kalles et slikt parallellogram?

12.26

a Farten til vannet i en elv utgjorde 20 % av farten til en båt (slik den ville vært i stille vann). Båten kjørte med strømmen i 1 t 20 min. Strekningen den tilbakela var på 24 km. Finn farten til båten og farten til vannet.

b Båten snudde og kjørte tilbake med samme fart. Hvor lang tid brukte den på tilbaketuren?

c Hvor mange prosent lenger tid brukte båten da den kjørte mot strømmen sammenliknet med da den kjørte med strømmen?



Hjernetrim

1 Et punkt $M(a, b)$ ligger i 4. kvadrant. I hvilke kvadranter ligger da disse punktene?

a $N(-a, b)$

b $S(a, -b)$

c $T(-a, -b)$

Hvilke av punktene ligger symmetrisk om origo?

Velg verdier for a og b og merk av punktene i et koordinatsystem.

2 Et punkt $K(m, n)$ ligger i 3. kvadrant. Hvilke av disse summene vil da alltid ha en positiv verdi? Hvilke vil alltid ha en negativ verdi? Begrunn svaret.

$m + n$ $\qquad$ $m - n$ $\qquad$ $-m + n$ $\qquad$ $-m - n$

3 Tre punkter har følgende koordinater: $A(x, y)$ $\quad$ $B(-x, y)$ $\quad$ $C(x, -y)$

Punktet A ligger i 2. kvadrant. Avstanden mellom A og B er 12, og avstanden mellom A og C er 16. Finn x og y.

4 En gresshoppe hopper i et koordinatsystem. Hvert hopp er enten mot høyre eller oppover, og alle hoppene er like lange. Gresshoppen starter i punktet $(-77, -46)$ og hopper totalt 5 hopp mot høyre og 3 hopp oppover. Kan den havne i disse punktene? Begrunn.

a $(78, 50)$

b $(-2, -1)$

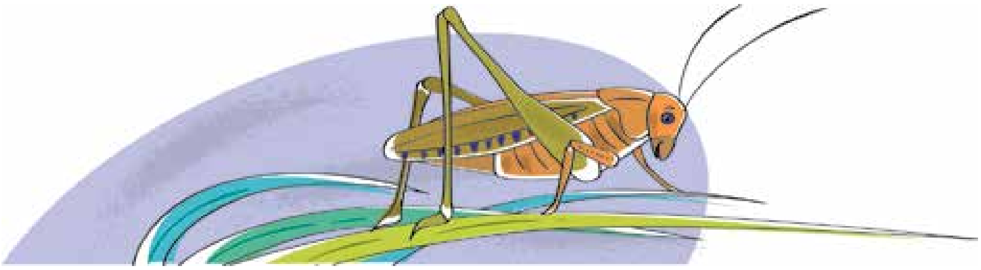
c $(2018, 2018)$

5 En gresshoppe hopper i et koordinatsystem. Hvert hopp er enten mot høyre eller oppover. Det første hoppet i hver retning har lengde 1, det andre har lengde 2, det tredje har lengde 3 osv. Hvor mange hopp trenger gresshoppen til sammen for å komme til disse punktene hvis den starter i origo?

a (45, 55)

b (91, 78)

c (120, 120)



6 En gresshoppe hopper i et koordinatsystem. Hvert hopp er enten mot høyre eller oppover, og alle hoppene har lengde 1. På hvor mange ulike måter kan gresshoppen komme seg:

a fra origo til punktet (2, 2)?

b fra origo til punktet (50, 1)?

c fra origo til punktet (3, 3)?

Test deg selv

1 Merk av disse punktene i et koordinatsystem.

$A(2, 3)$	$B(-4, -1)$	$C(-5, 4)$	$D(3, -3)$	$E(0, -2)$	$F(-3, 0)$

2 Tegn et koordinatsystem og merk av:

a) et punkt A i første kvadrant.

b) et punkt B i tredje kvadrant.

c) et punkt C i andre kvadrant.

d) et punkt D i fjerde kvadrant.

e) et punkt E på x-aksen.

f) et punkt F på y-aksen.

Skriv ned koordinatene til punktene.

3 **a)** Punktene A og A' ligger symmetrisk om x-aksen. Punktet A har koordinater $(-2, 4)$. Hva er koordinatene til A'?

b) Punktene B og B' ligger symmetrisk om y-aksen. Punktet B har koordinater $(5, -3)$. Hva er koordinatene til B'?

Merk av alle fire punkter i et koordinatsystem.

4 Merk av punktene $K(3, 5)$ og $L(1, -6)$ i et koordinatsystem. Merk av to andre punkter M og N slik at K og M samt L og N ligger symmetrisk om origo. Hva er koordinatene til M og N?

5 Tallet 208 kan skrives som en sum $x + y + z$ slik at $x : y = 1 : 4$ og $y : z = 1 : 2$. Finn x, y og z.

6 Nye medlemmer i en bokklubb får 3 gratis bøker i velkomstgave. Bøkene kan velges blant 5 av bokklubbens bestselgere. Hvor mange ulike velkomstgaver kan man sette sammen?

7 Finn gjennomsnittet av disse tallene.

–8   2   –3   0   –7   1

8 Finn fire tall slik at gjennomsnittet av tallene er –1,5.

9 Regn ut.

a) $\left(0{,}35 : \frac{7}{8} - 0{,}7\right) : 0{,}3$

b) $\left|0{,}3 - \frac{5}{6} \cdot 0{,}78\right|$

c) $1 : (0{,}66 - 0{,}105 : 0{,}15)$

10 Løs likningene.

a) $\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot x = 0{,}9$

b) $(-2{,}25) : y = 0{,}375$

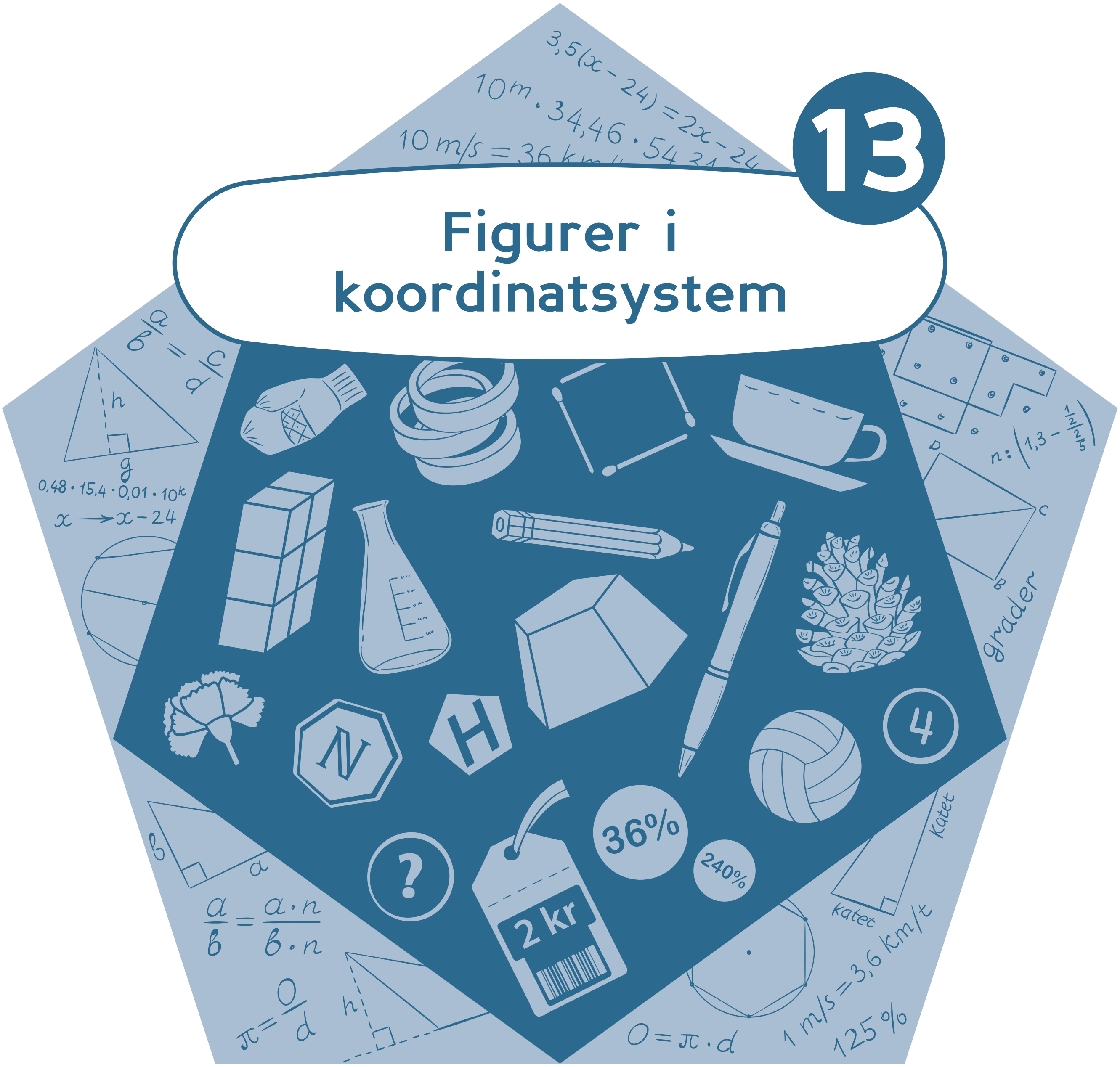
c) $\frac{z+1}{0{,}4} = \frac{1{,}5}{2}$

d) $\frac{-9}{v-14} = \frac{0{,}15}{0{,}24}$

11 Planeten Mars har radius 3396 km. Finn omkretsen til planetens ekvator.

12 Tegn en sylinder og en utbrettet figur av sylinderen.

13 Figurer i koordinatsystem



13.1

a Tegn et koordinatsystem og merk av punktene *A*(2, 3) og *B*(5, 3). Trekk opp linjestykket *AB*.

Hvordan er linjestykket plassert i forhold til koordinataksene? Hvor langt er linjestykket? (Bruk enheten på aksene som måleenhet.)

Merk av punktene *C*(– 2, 1) og *D*(– 2, – 4) i det samme koordinatsystemet, og trekk opp linjestykket *CD*. Hvordan er dette linjestykket plassert i forhold til koordinataksene? Hvor langt er linjestykket?

b Tegn et linjestykke *EF* som er parallelt med førsteaksen. Finn koordinatene til *E* og *F*. Finn også koordinatene til et annet punkt på linjestykket. Hva er felles for koordinatene til alle punkter som ligger på linjestykket?

Hva kan du si om plasseringen til et linjestykke hvis du får vite at alle punktene på linjestykket har samme førstekoordinat? Tegn et slikt linjestykke.

c Følgende punkter er gitt:

I(5, 2)	*K*(–3, 5)	*M*(5, –4)	*P*(0, –1)
J(–7, 1)	*L*(2, 0)	*N*(–6, 0)	*Q*(–3, 1)

Tenk deg alle mulige linjestykker som har endepunkt blant punktene over. Skriv ned navnene til de linjestykkene som vil være:

i **parallelle med førsteaksen.**

ii **parallelle med andreaksen.**

Finn lengdene til linjestykkene du skrev ned.

d Lag en egen oppgave som handler om linjestykker som er parallelle med en av aksene i et koordinatsystem.

13.2

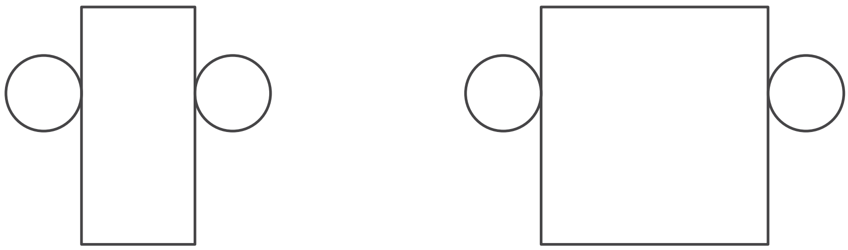
a En barre veide 400 g og inneholdt 75 % kobber, 15 % sink og 10 % aluminium. En annen veide 600 g og inneholdt 90 % kobber, 5 % sink og 5 % aluminium. Barrene ble smeltet om til én barre. Hvor mange prosent av hvert metall var det i den nye barren?

b En kobberlegering kan inneholde mellom 45 % og 75 % kobber, mellom 20 % og 30 % nikkel og mellom 1 % og 2 % mangan (avhengig av hvilken type det er).

Lag en oppgave som handler om en kobberlegering eller en blanding av to kobberlegeringer av ulike typer. Be en medelev løse oppgaven.

13.3

a To elever har tegnet hver sin utbrettede sylinder.



Har de tegnet rett? Hva må du undersøke for å kunne svare på spørsmålet?

Anta at figurene settes sammen til sylindre. Hva vil være likt og hva vil være ulikt ved sylindrene?

Hva er arealet av rektanglene? Hva er arealet av sirklene?

Sylindrene skal males på utsiden. Hvor mange ganger mer maling trenger man for å male den største sylinderen enn for å male den minste?

b Ta et løst ark og tegn et rektangel med sider 8 cm og 5 cm. Tegn to sirkler slik at du får en utbrettet sylinder.

Klipp ut og sett sammen den utbrettede figuren til en sylinder. Finn overflaten til sylinderen.

13.4

a Tegn et koordinatsystem og merk av disse punktene:

$A(2, 1)$	$B(7, 1)$	$C(7, 4)$	$D(2, 4)$

Tegn figuren *ABCD*. Hva slags figur fikk du?

Finn omkretsen til figuren. Finn arealet av figuren.

> *Når vi oppgir lengder til figurer i et koordinatsystem, bruker vi enheten på aksene som lengdeenhet. Når vi oppgir areal, bruker vi kvadrater med sider lik enheten på aksene som arealenhet.*

b Merk av punktene $K(-3, 2)$ og $L(-3, -5)$ i det samme koordinatsystemet. Merk av punkter M og N slik at:

i) *KLMN* blir et rektangel som kun ligger i andre og tredje kvadrant.

ii) *KLMN* blir et rektangel der alle hjørnene ligger i ulike kvadranter.

iii) *KLMN* blir et rektangel der noen av hjørnene ligger på en koordinatakse.

Finn koordinatene til M og N i hvert tilfelle.

c Det ene hjørnet til et rektangel har koordinater $(3, -4)$. Omkretsen til rektangelet er 20 lengdeenheter. Finn passende koordinater for de andre hjørnene. Tegn rektangelet du får.

13.5

a Les oppgaven.

Reza, Simon og Andrine har til sammen 84 fotballkort. Forholdet mellom antall kort som Reza og Simon har er 5 : 6. Andrine har dobbelt så mange kort som Reza. Hvor mange kort har hver av dem?

Kan du si hvem som har flest kort uten å løse oppgaven? Begrunn.

Løs oppgaven – lag en modell hvis du trenger det.

b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den.

Tallet 512 ble skrevet som en sum av tre ledd der forholdet mellom de to første leddene var 1 : 3, og forholdet mellom det første og det tredje leddet var 3 : 4. Finn leddene i summen.

13.6

a Finn et naturlig tall n slik at verdien til uttrykket $\frac{(0,5-0,4\cdot 6,25)^n}{16}$ blir:

- i en positiv brøk.
- ii en negativ brøk.
- iii et naturlig tall.
- iv et helt negativt tall.

b Lag en liknende oppgave med uttrykket $\frac{0,125}{(5:15-15:18)^n}$.

La en medelev løse oppgaven.

13.7

a Tegn et koordinatsystem og merk av punktene $A(-3, 6)$ og $B(-3, -4)$. Merk av punkter C og D slik at $ABCD$ blir et rektangel som har andreaksen som symmetrilinje. Finn koordinatene til C og D.

Er førsteaksen også en symmetrilinje?

b Endre koordinatene til to av hjørnene i rektangelet $ABCD$ slik at førsteaksen blir en symmetrilinje.

c Et av hjørnene i et rektangel har koordinater (5, –3). Begge koordinataksene er symmetrilinjer til rektangelet. Tegn rektangelet og finn koordinatene til de andre hjørnene.

Hva er omkretsen til rektangelet? Hva er arealet?

13.8

a Vi har fem kort med tallene 12, 15, 20, 28 og 35. To av kortene trekkes tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at tallene på kortene er relativt primiske?

Hele tall m og n kalles **relativt primiske** hvis SFF$(m, n) = 1$

b Hva vil skje med svaret hvis vi bytter ut tallet 35 med 45?

c En oppgave starter slik:

Vi har seks kort med tallene 18, 32, 66, 81, 99 og 132. To av kortene trekkes tilfeldig.

Lag en fortsettelse slik at du får en oppgave der man skal finne sannsynligheten for en hendelse som handler om egenskaper til tall.

Løs oppgaven selv eller la en medelev løse den.

13.9

a Løs likningene.

i $x - \frac{5}{6} = -0{,}4$

ii $\frac{1}{3} - y = -0{,}75$

iii $z + 0{,}6 = \frac{5}{12}$

iv $3u + 0{,}3 = u$

v $\frac{1}{3} + v = \frac{1}{6} - v$

vi $w + 0{,}7 = 0{,}1 - w$

b Finn to tall blant løsningene som er slik at summen er:

i) et naturlig tall.

ii) $\frac{1}{4}$

iii) større enn $-0{,}4$, men mindre enn $-0{,}3$.

c Velg deg et rasjonalt tall a.

i) Lag en likning som har det inverse tallet til a som løsning.

ii) Lag en likning som har det motsatte tallet til a som løsning.

13.10

a Tegn et koordinatsystem og merk av punktene $A(-3, -2)$, $B(4, -2)$ og $C(-3, 5)$. Tegn trekanten ABC. Hva slags trekant er det?

b Endre koordinatene til et av hjørnene slik at trekanten blir rettvinklet, men ikke likebeint.

Finn arealene av de to trekantene.

c Tegn en rettvinklet trekant i et koordinatsystem slik at det rette hjørnet er i punktet $(-2, 4)$ og:

i) alle hjørnene til trekanten ligger i samme kvadrant.

ii) alle hjørnene til trekanten ligger i ulike kvadranter.

iii) to av hjørnene ligger på koordinataksene.

Finn koordinatene til de andre hjørnene i hvert tilfelle.

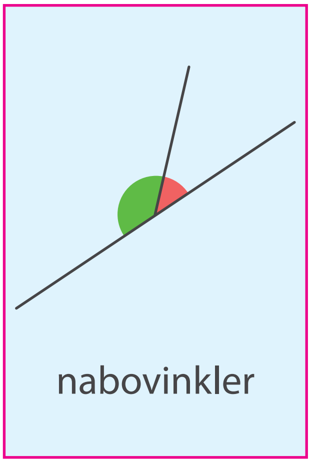
d Lag en egen oppgave som handler om en rettvinklet trekant i et koordinatsystem. Løs oppgaven.

13.11

a Les oppgavene.

I Seks glassblåsere brukte 8 timer på å lage 720 glass. Noen andre glassblåsere brukte 12 timer for å lage like mange glass. Hvor mange var de? (Anta at alle brukte like lang tid per glass.)

II Forholdet mellom to nabovinkler er 1 : 3. Den minste vinkelen endres slik at den nå er halvparten så stor. Hvor mange ganger større er nabovinkelen blitt?



Finnes det proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser i den første oppgaven? I den andre?

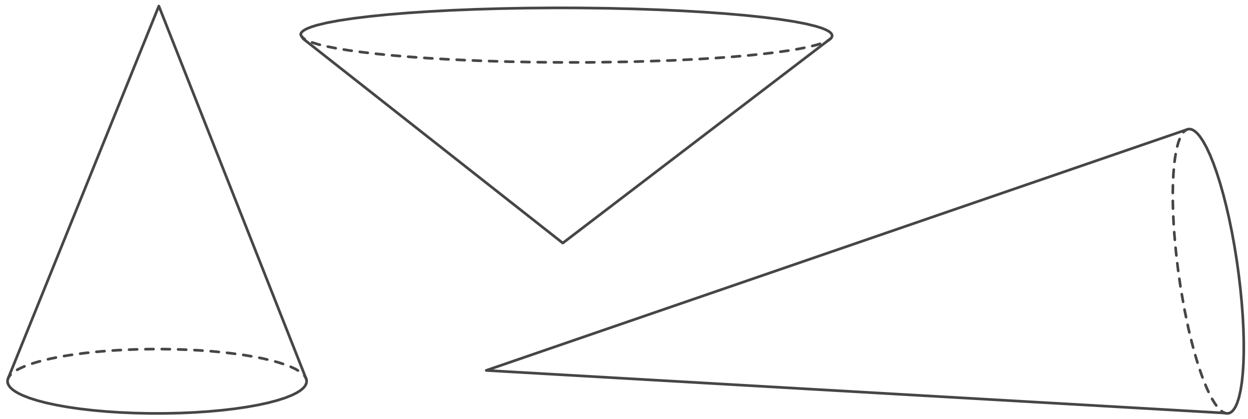
Løs oppgavene.

b Glassblåserne i oppgave I) lærte en ny teknikk som gjorde at de brukte 20 % kortere tid per glass. Hvor lang tid vil det nå ta sju glassblåsere å lage 1680 glass?

c Vinklene u og v er nabovinkler. Vinkelen u er opprinnelig 30°. Hvor mange ganger større må u gjøres for at v skal bli halvparten så stor?

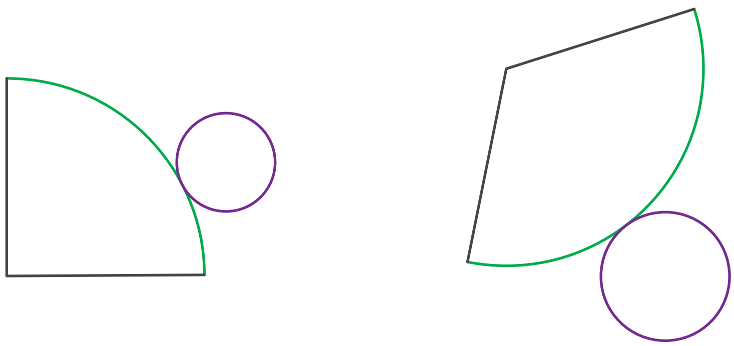
13.12

a Hva slags figurer er dette?



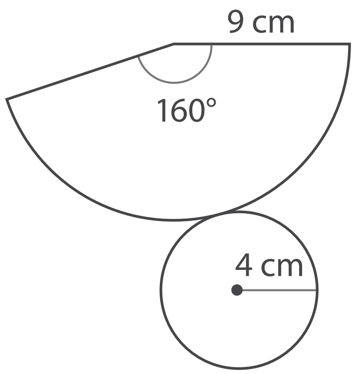
b Hvordan tror du en utbrettet kjegle ser ut? Prøv å tegne en.

c Her ser du to eksempler på utbrettede kjegler.

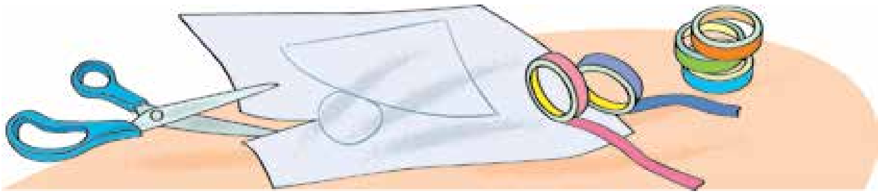


Legg merke til figurene som er tegnet med lilla og grønt. Hvilken sammenheng må det være mellom lengdene til disse figurene hvis man skal kunne sette delene sammen til en kjegle?

d Ta et løst ark og tegn en utbrettet kjegle med mål som på figuren til høyre.



Klipp ut delene og sett sammen til en kjegle. (Bruk tape.)



Fra matematikkens historie

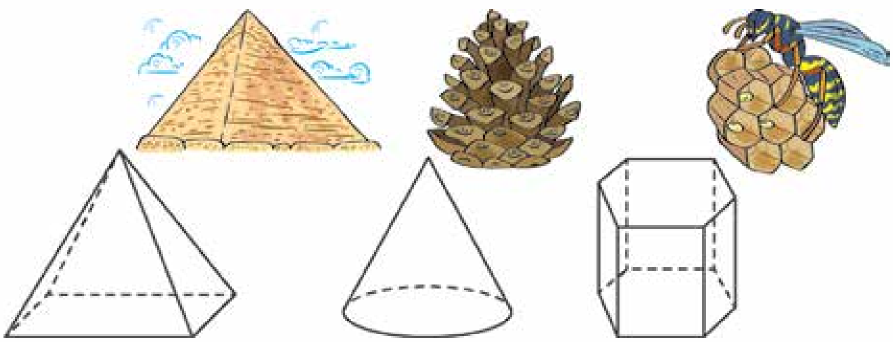
Mange av navnene som vi bruker på to– og tredimensjonale figurer stammer fra greske og latinske ord. Du har sikkert hørt om pyramidene i Egypt? Ordet pyramide stammer fra det greske ordet «pyramis». Noen mener at dette ordet igjen stammer fra det egyptiske ordet «pimar» som betydde nettopp pyramide.

Ordet «prisme» kommer av det greske ordet «prisma» om betyr noe som er sagd. Tenk over hvorfor man kan ha valgt akkurat et slikt navn.

Navnet på en annen geometrisk figur har fått navn etter en kongle. Kan du tenke deg hvilken figur det er? På engelsk brukes det samme ordet («cone») for kjegle og kongle. I Norge bruker man i botanikken ordet kjegle for kongle.

Tenk over hvilke geometriske figurer som kan ha fått navnene sine fra disse ordene:

«kyulindros» – rulle, valse (redskap som brukes for å glatte tøy), «linea» – lintråd, «sfaíra» – ball, «punctum» – nål, stikk



13.13

a Lag et koordinatsystem og tegn en firkant *ABCD* der hjørnene har følgende koordinater:

$A(2, 1)$ $B(7, 1)$ $C(6, 4)$ $D(1, 4)$

Hva slags firkant fikk du?

Endre koordinatene til to av hjørnene slik at figuren blir et rektangel. Skriv ned koordinatene til hjørnene i rektangelet.

b Tre av hjørnene til et parallellogram *EFGH* har koordinater $E(-2, -2)$, $F(4, 4)$ og $G(0, 4)$. Finn koordinatene til hjørnet *H*, og tegn deretter parallellogrammet i et koordinatsystem.

c Hjørnene til firkanten *IJKL* har følgende koordinater:

$I(-6, -4)$ $J(-2, -6)$ $K(2, -4)$ $L(-2, -2)$

Hva slags type firkant er det snakk om?

d Tre av hjørnene til en rombe *PQRS* har koordinater $P(5, 0)$, $Q(0, 2)$ og $R(-5, 0)$. Finn koordinatene til *S*.

13.14

a I en legering som veide 5 kg var det 60 % kobber og 40 % sink. Legeringen ble smeltet om og tilsatt 3 kg kobber. Hvor mange prosent kobber og sink var det i den nye legeringen?

b Tenk deg at det i stedet for 3 kg kobber ble tilsatt 3 kg sink. Hvor mange prosent kobber og sink ville det da vært i den nye legeringen?

c En legering på 40 g inneholdt 30 % gull. Gullinnhold skal økes slik at prosentinnholdet blir større enn 40 %, men mindre enn 50 %. Foreslå en måte å gjøre dette på.

Finn gullinnholdet i den nye legeringen. (Rund av svaret om nødvendig.)

13.15

a **Henrik** valgte seg to av disse uttrykkene:

$c : a - d \cdot b$ $\quad$ $c : (a - b) \cdot d$ $\quad$ $-d - c : b \cdot a$ $\quad$ $(a + c) : (b - d)$

Deretter satte han disse verdiene inn i uttrykkene:

$a = -\frac{5}{12}$ $\quad$ $b = -\frac{2}{3}$ $\quad$ $c = 0{,}4$ $\quad$ $d = -0{,}45$

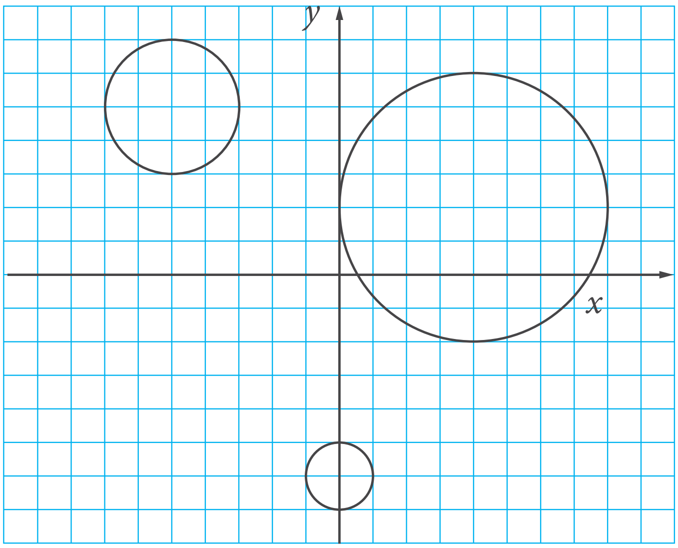
Han regnet riktig og kom fram til at verdiene til uttrykkene var 0,2 og $\frac{1}{13}$. Hvilke uttrykk var det Henrik valgte seg?

b Velg et av de andre uttrykkene i a) og finn verdier for bokstavene slik at verdien til uttrykket blir:

i) et helt negativt tall $\quad$ **ii)** null

13.16

a Finn radius til sirklene og koordinatene til sentrum. (La enheten på aksene være lik avstanden mellom de blå linjene.)



b Lag et koordinatsystem og tegn en sirkel med sentrum i punktet *P*(–5, –3) og radius lik 2 enheter. Skjærer sirkelen koordinataksene?

c Hva kan radiusen til en sirkel med sentrum i punktet *P*(–5, –3) være hvis sirkelen:

- i kun skjærer en av koordinataksene?
- ii skjærer begge koordinataksene?

Tegn en sirkel som passer for hvert av tilfellene.

13.17

a To tall trekkes tilfeldig blant disse:

7 2 –7 6 –11

Hva er sannsynligheten for at summen av tallene er:

- i et positivt tall?
- ii et negativt tall?
- iii null?

b Legg sammen de tre sannsynlighetene du fikk. Forventet du dette svaret? Begrunn.

c To tall trekkes tilfeldig blant disse:

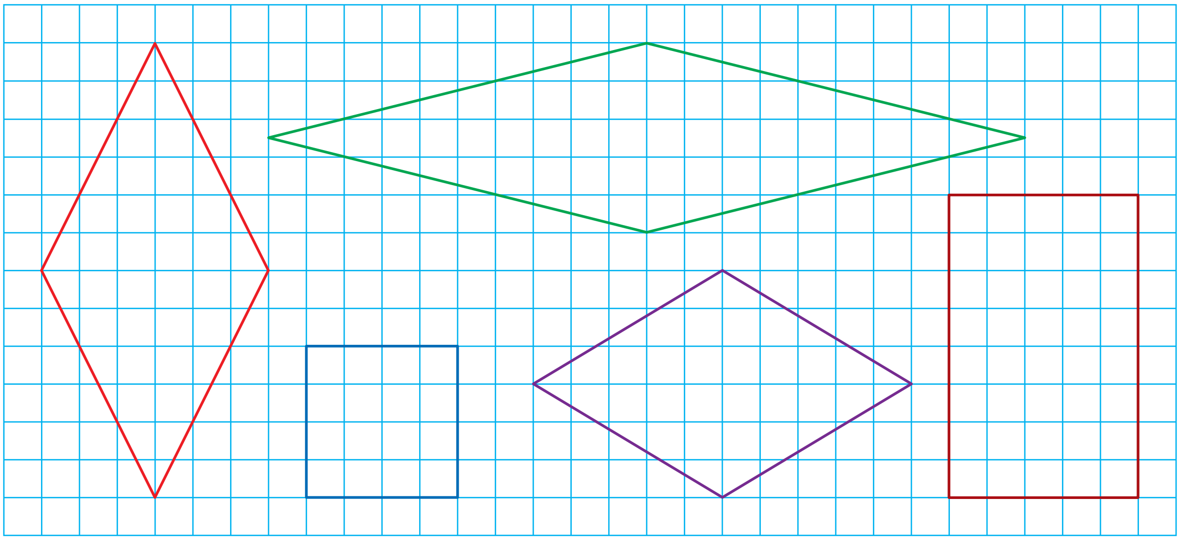
–4 9 –1 –9 0 5

Lag en fortsettelse slik at du får en oppgave der man må finne sannsynligheten for en hendelse.

Løs oppgaven selv eller la en medelev løse den.

13.18

a Hvilken av disse figurene passer ikke sammen med de andre?
Hva kan vi kalle de andre figurene?



b Hvilken av rombene har den minste spisse vinkelen? Hvor stor er den?
Hvilken av rombene har den minste stumpe vinkelen? Hvor stor er den?
Hvilken av rombene har fire like vinkler? Hva kalles en slik rombe?

c Finn arealet av hver rombe. Hva må du vite for å finne det?

13.19

a Løs likningene.

i $2 \cdot (x - 2{,}5) = -7$

ii $2 \cdot (2{,}5 - y) = -7$

iii $\frac{4}{9} \cdot (z - 0{,}5) = -1{,}2$

iv $1{,}2 \cdot (0{,}5 - u) = \frac{2}{3}$

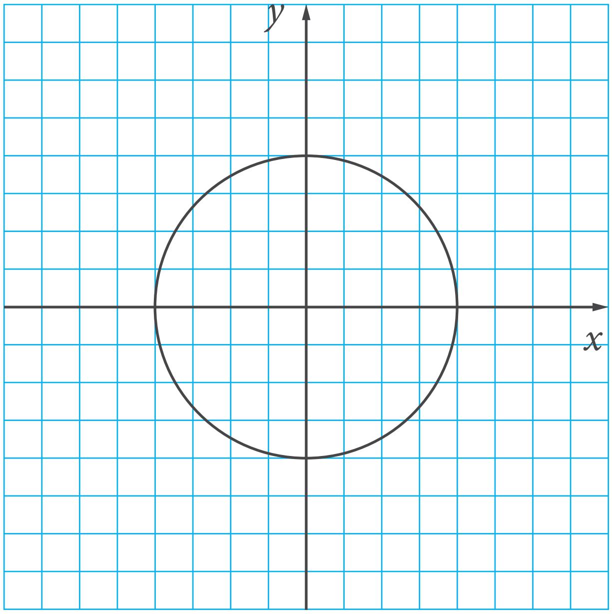
v $\left(-\frac{2}{13}\right) \cdot (v - 5{,}5) = -0{,}9$

vi $\left(-\frac{27}{2}\right) \cdot (w - 0{,}6) = -0{,}9$

b Hvilke av løsningene i a) kan verken skrives som et helt tall eller et endelig desimaltall? Gjør disse tallene om til periodiske desimaltall. Rund deretter av tallene til nærmeste hundredeler.

13.20

a Finn omkretsen til sirkelen. Bruk avstanden mellom de blå linjene som lengdeenhet.



Finn arealet av sirkelen.

b Finn omkretsen til en sirkel som:

i) går gjennom origo og har sentrum i (0, –6).

ii) har en diameter der endepunktene har koordinater (2, 3) og (2, –11).

c En sirkel har sentrum i punktet (– 4, – 8) og ligger slik at den er innom alle kvadrantene. Velg en passende radius og finn deretter omkretsen til sirkelen.

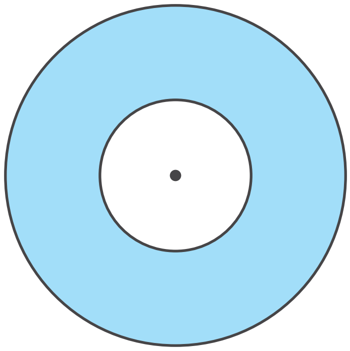
13.21

a En terning med sidekant 1,5 dm og en sirkelskive med radius 1,5 dm skal males (sirkelen skal males på begge sider). I hvilket tilfelle må vi bruke mest maling? (Anta at strøket med maling er like tykt overalt.)

b Anta at man bruker 250 mL maling for å male 1 m^2. Hvor mye maling trengs det for å male overflaten til terningen og sirkelskiven? (Rund av svaret.)

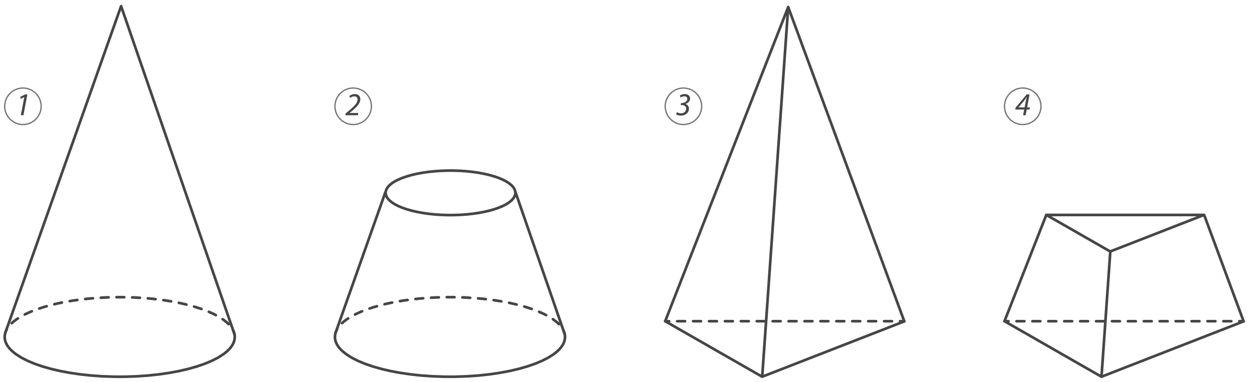
c Ringen til høyre er saget ut av en sirkelskive og tegnet i målestokk 1 : 100.

Hvor mange liter maling trengs det for å male ringen på begge sider hvis man bruker 250 mL per kvadratmeter?



13.22

a Sammenlikn figurene 1 og 2. Hva er likt og hva er ulikt? Hva med figurene 3 og 4?



Figur 2 kalles en **avkuttet kjegle**, og figur 4 kalles en **avkuttet pyramide**.
Hvorfor tror du de har fått disse navn?

b Tegn to avkuttede pyramider – den ene med trekantet bunn og den andre med firkantet bunn.

Tegn en avkuttet kjegle.

c En avkuttet pyramide har 12 hjørner. Hvor mange kanter har figuren? Hvor mange flater har den?

d En pyramide har 9 hjørner. En avkuttet pyramide har samme grunnflate. Hvor mange hjørner, kanter og flater har den avkuttede pyramiden?

e Lag en oppgave som handler om en avkuttet pyramide. Løs oppgaven.

13.23

a Sammenlikn oppgavene og løs dem.

I En bil bruker 1 time på å kjøre mellom *A* og *B*, mens en buss bruker halvannen time. Bilen og bussen starter samtidig fra hvert sitt sted og kjører mot hverandre. Hvor lang tid tar det før de møtes?

II En vannslange av type *A* bruker 1 time på å fylle et basseng, mens en vannslange av type *B* bruker halvannen time. Hvor lang tid tar det å fylle bassenget hvis en slange av hver type brukes samtidig?

b Hvor lang tid vil det ta å fylle bassenget hvis to slanger av type *A* og tre slanger av type *B* brukes samtidig? Hva om man bruker fem slanger av type *A* og fem slanger av type *B*?

13.24

a To av hjørnene i et rektangel har koordinater (–3, –3) og (–3, 5). Velg de to siste hjørnene slik at arealet av rektangelet blir 48. (Bruk et kvadrat med sider lik enheten på aksene som arealenhet.)

Hva blir omkretsen til rektangelet?

Er en av koordinataksene en symmetrilinje til rektangelet? Hvis ikke, kunne du valgt de siste hjørnene slik at det var tilfelle?

b Lag et koordinatsystem og tegn en rombe som har samme areal som rektangelet i a). Skriv ned koordinatene til hjørnene.

c En trekant har to hjørner med koordinater (–4, –1) og (4, –1). Velg det tredje hjørnet slik at andreaksen blir en symmetrilinje til trekanten.

Lag en oppgave som handler om trekanten. Løs oppgaven.

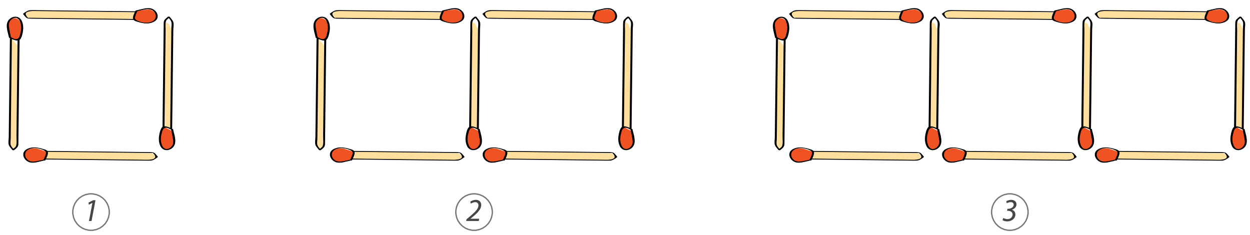
13.25

a En motorsyklist hadde tenkte å bruke 3,5 timer på 210 km. Da han hadde kjørt 40 % av strekningen, stoppet han for å ta seg en is. For å komme fram til avtalt tid, måtte han kjøre videre med en fart på 70 km/t. Hvor lang var pausen? (Vi antar at farten var jevn på hver av de to etappene.)

b Erstatt 40 % i oppgaveteksten med 60 % og løs den nye oppgaven.

13.26

a Trym laget denne figurserien av fyrstikker.



Hvor mange fyrstikker vil han trenge for å lage den neste figuren hvis han følger samme mønster?

Hvor mange fyrstikker vil han trenge for å lage figur nummer 20? Figur nummer 100?

b Prøv å lage en regel eller formel som sier hvor mange fyrstikker man trenger for å lage figur nr. n.

c Noen elever laget disse formlene:

Hvordan tror du de tenkte?

Hvem tenkte rett?
Hvis du står fast, så undersøk hvordan formlene passer med tallene du fant i a).

d Kan du føye til noe i formelen til Tobias slik at den blir riktig?
Hvordan kan du korrigere formelen til Viktor slik at den blir riktig?

13.27

a Sammenlikn oppgavene og løs dem.

I 25 elever reiste på leirskole. Det var 11 jenter. Hvor mange prosent av alle elevene var jenter? Hvor mange prosent var gutter?

II Forholdet mellom antall gutter og antall jenter som i en klasse var 3 : 2. Hvor mange prosent av alle elevene var gutter? Hvor mange prosent var jenter?

b Hvis den andre oppgaven skaper problemer, så la $3x$ være antall gutter. Hvordan kan du uttrykke antall jenter ved hjelp av x? Hvordan kan du uttrykke det samlede antallet elever? Sett opp de aktuelle forholdene og finn forholdstallene i prosent.

c Hvor mange prosent flere gutter enn jenter var det i oppgave II)?
Hvor mange prosent færre jenter enn gutter var det? (Avrund svarene.)

Hjernetrim

1 De fire hjørnene til et rektangel ligger i hver sin kvadrant i et koordinatsystem. Det ene hjørnet har koordinater (−5, −3). Rektangelet har areal 50, og den ene siden er dobbelt så langt som den andre.

Finn passende koordinater til de andre hjørnene. (La arealenheten være et kvadrat med sider lik enheten på aksene.)

2 Punktet $A(2, -1)$ er sentrum i en sirkel med areal 154. Tegn sirkelen (la $\pi \approx \frac{22}{7}$).

3 En sirkel har sentrum i punktet $P(-5, 4)$ og går gjennom punktet $A(1, 4)$. En annen sirkel har sentrum i punktet $Q(-9, -4)$ og går gjennom punktet $B(-9, 5)$. Finn forholdet mellom:

a omkretsene til sirklene.

b arealene av sirklene.

4 En sirkel med radius 5 har sentrum i punktet $P(-23, 4)$. En annen sirkel med radius 7 har sentrum i punktet $Q(37, 4)$. Anta at disse sirklene begynner å bevege seg mot hverandre med fartene 4 enheter per sekund og 2 enheter per sekund. Hvor mange sekunder vil det ta før de treffer hverandre?

Test deg selv

1 Lag et koordinatsystem og tegn:

a) et linjestykke *AB* med lengde 5 enheter som er parallelt med førsteaksen.

b) et linjestykke *CD* med lengde 6 enheter som er parallelt med andreaksen.

Skriv ned koordinatene til punktene *A*, *B*, *C* og *D*.

2 Lag et koordinatsystem og tegn en firkant *ABCD* der hjørnene har koordinater $A(-2, -2)$, $B(3, -2)$, $C(3, 5)$ og $D(-2, 5)$. Finn omkretsen og arealet av firkanten.

3 Lag et koordinatsystem og tegn et rektangel *RSTU* som har andreaksen som symmetrilinje. Skriv ned koordinatene til hjørnene.

4 Koordinatene til hjørnene i en trekant er $A(-3, -6)$, $B(1, -6)$ og $C(-3, 0)$. Tegn trekanten i et koordinatsystem. Finn arealet av trekanten.

5 Lag et koordinatsystem og tegn en rombe *EFGH* slik at diagonalene ligger på koordinataksene. Skriv ned koordinatene til hjørnene.

6 Lag et koordinatsystem og tegn en sirkel med sentrum i punktet $Q(5, -3)$ slik at sirkelen:

a) ikke krysser noen av koordinataksene.

b) kun krysser én koordinatakse.

c) krysser begge koordinataksene.

Skriv ned radius til sirkelen i hvert tilfelle (uttrykt ved hjelp av enheten på aksene).

7 Et metallstykke på 150 g inneholdt 40 % gull og 60 % sølv. Et annet stykke på 350 g inneholdt 20 % gull og 80 % sølv. Stykkene ble smeltet om til et nytt stykke. Hvor mange prosent gull og hvor mange prosent sølv er det i det nye metallstykket?

8 To ulike tall velges tilfeldig blant disse tallene:

$-5 \qquad 6 \qquad -7 \qquad 9 \qquad -13$

Tallene multipliseres. Hva er sannsynligheten for at:

a) verdien til produktet er et negativt tall?

b) absoluttverdien til produktet er større enn 80?

9 Regn ut.

a) $(0{,}4 - 2{,}25 : (-7{,}5))^2$ **b)** $(-1) : \left(\frac{7}{15} - \frac{2}{3}\right)^3$ **c)** $\left(\frac{2}{7} - \frac{24}{35}\right)^3 : 0{,}128$

10 Løs likningene.

a) $x + \frac{5}{9} = 0{,}5$ **b)** $\frac{1}{6} - y = 0{,}3$ **c)** $4 \cdot (z + 1{,}4) = 5$ **d)** $5 \cdot (0{,}7 - v) = -4$

14 Grafisk framstilling av proporsjonale størrelser

14.1

a I en butikk koster eplene 2 kr per stk.

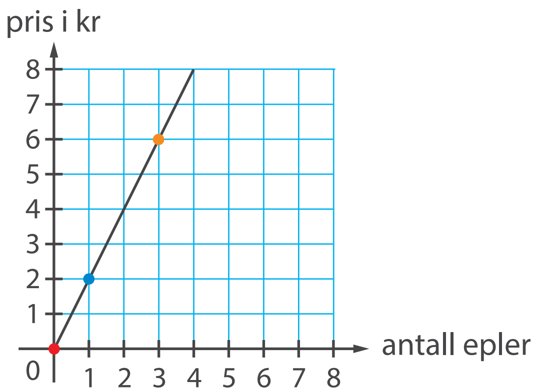
Hvor mye må du betale hvis du:

i kjøper 1 eple?

ii kjøper 3 epler?

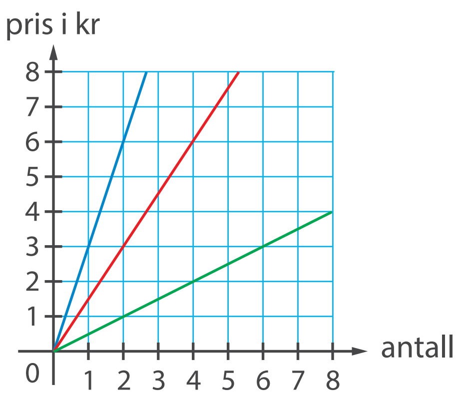
iii ikke kjøper noe?

b Hvordan er informasjonen over vist i dette koordinatsystemet?



Linjen som er tegnet inn kalles en **graf**.
Bruk grafen til å finne ut hva du må betale hvis du kjøper 2 epler.

c I koordinatsystemet nedenfor ser du grafer som viser prisen for kjøp av tre ulike varer. Finn ut hva varene koster per stykk.



d Lag en oppgave som passer til en av grafene i c). La en medelev løse den.

14.2

a For et år siden var Kristian $1\frac{1}{3}$ ganger så gammel som søsteren Lise. For fem år siden var han halvannen ganger så gammel som Lise. Hvor gamle er de nå?

b Hvis du står fast, la x være alderen til Lise for et år siden. Hva vil alderen til Kristian være uttrykt med x? Lag uttrykk som viser hvor gamle de var for 5 år siden. Lag en likning som passer til oppgaven og løs den.

c For hvor mange år siden var Kristian:

i 3 ganger så gammel som Lise?

ii 1,8 ganger så gammel som Lise?

14.3

a Finn verdiene til a, b og c.

i $$a = \left(-3\frac{2}{3} : 2\frac{4}{9}\right)^2 - 1{,}75 : 0{,}28$$

ii $$b = -0{,}8 : \left(\frac{14}{15} \cdot 1\frac{2}{7} - 1{,}7\right)^2$$

iii $$c = \left(2\frac{3}{10} - 0{,}7\right) : \left(\frac{5}{9} - 2\frac{1}{3}\right)$$

b Hvor mange prosent er:

i $|a|$ av $|b|$?

ii $|c|$ av $|a+b|$?

iii $|c|$ av $|b-a|$?

c **i)** Hvor mange prosent større er $|a|$ enn $|b|$?

ii) Hvor mange prosent mindre er $|c|$ enn $|a|$?

iii) Hvor mange prosent mindre er $b - a$ enn $|c|$?

14.4

a Gå tilbake til oppgave 14.1. Der studerte du sammenhengen mellom noen størrelser. Hvilke?

En syklist sykler med en jevn fart på 15 km/t. Hva er sammenhengen mellom tilbakelagt strekning og tiden syklisten bruker på strekningen?

Lag et eget eksempel der en størrelse er avhengig av en annen størrelse.

b Anta at prisen på en vare er 2 kr per gram. La x stå for antall gram og y stå for den tilsvarende prisen. Hvilken mening gir likheten $y = 2 \cdot x$?

Vi sier at y er en **funksjon** av x – for hver verdi vi velger for x, finnes det én bestemt verdi for y.

Størrelsene x og y kalles **variabler**. Hvorfor tror du de kalles det?

c I forrige punkt satte vi opp likheten $y = 2 \cdot x$. Likheten gir oss en regel for hvordan vi kan finne prisen (y) når antall gram (x) er gitt. I dette tilfellet er verdien til y avhengig av verdien til x. Vi sier derfor at x er en **uavhengig variabel** og at y er en **avhengig variabel**.

Gå tilbake til oppgaven med syklisten og uttrykk strekningen (s) som en funksjon av tiden (t). Hva er den uavhengige variabelen i dette tilfellet?

d En pumpe pumper 5 L vann per sekund. Lag en funksjon (en formel) som viser sammenhengen mellom antall liter vann og tiden (i sekunder) som pumpen står på.

e Én liter parafin veier 0,8 kg. Lag en funksjon som viser sammenhengen mellom antall liter parafin og antall kg.

f Lag egne eksempler med funksjoner.

14.5

a Sammenlikn oppgavene.

I En flaske inneholdt 40 % råsaft og resten vann. Så ble halvparten tømt ut og erstattet med vann. Hvor mange prosent råsaft er det i flasken nå?

II En flaske inneholdt 40 % råsaft og resten vann. Så ble halvparten tømt ut og erstattet med råsaft. Hvor mange prosent råsaft er det i flasken nå?

I hvilken flaske er prosentinnholdet av råsaft størst?
Er det nok opplysninger til å kunne svare på spørsmålet – hva tror du?
Er det nødvendig å vite størrelsen på flaskene?

b Da **Ali** skulle løse oppgave I), tenkte han seg at flasken inneholdt 10 dL saft til å begynne med. Han laget denne tabellen:

Totalt: 10 dL	Halvparten ble tømt ut	Totalt: 5 dL	Vann ble tilsatt	Totalt: 10 dL
Råsaft: 4 dL		Råsaft: 2 dL		Råsaft: 2 dL

Hvilken konklusjon kan du trekke ut fra tabellen? Gjør ferdig oppgaven.

c Løs den andre oppgaven på liknende måte.

d Sammenlikn denne oppgaven med de forrige og løs den.

En flaske inneholdt 60 % råsaft og resten vann. Så ble $\frac{3}{4}$ av innholdet tømt ut og erstattet med vann. Hvor mange prosent råsaft er det i flasken nå?

14.6

a Lag et koordinatsystem og merk av disse punktene:

$A(-5, -3)$ $B(4, -3)$ $C(3, 3)$ $D(-2, 3)$

Trekk opp firkanten *ABCD*. Hva kalles en slik firkant?

b Finn arealet av *ABCD*.

c I et trapes *MNKL* ligger hjørnene *M* og *N* på førsteaksen, *K* ligger i 1. kvadrant og *L* ligger i 2. kvadrant. Velg passende koordinater for hjørnene.

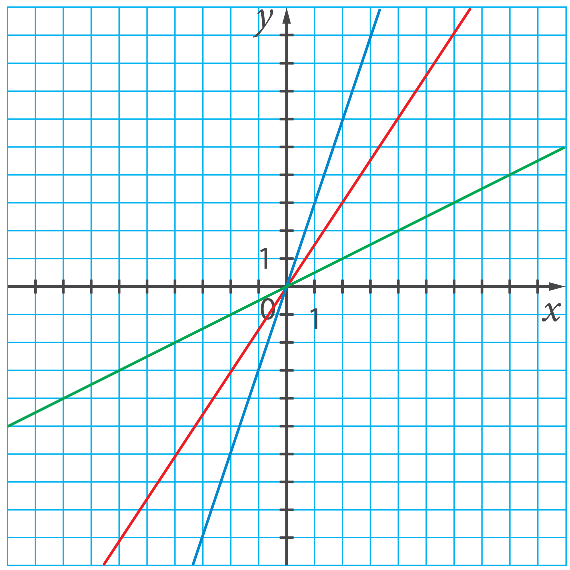
Lag en oppgave og la en medelev løse den.

14.7

a Gå tilbake til koordinatsystemet i oppgave 14.1 c). Hva slags informasjon kan man få fra grafene?

Emma mener at grafene på tegningen viser en sammenheng mellom et antall varer og prisen man må betale for varene. Er du enig med henne?

b La oss forlenge linjene på tegningen fra oppgave 14.1 c).



På tegningen ser vi grafene til disse tre funksjonene:

$$y = 3x \qquad y = 1{,}5x \qquad y = \frac{1}{2}x$$

Hvilken farge er hver av funksjonene tegnet med?

Grafen til en funksjon består av alle punkter som passer inn i likningen for funksjonen.

c Faktorene **3**, **1,5** og $\frac{1}{2}$ i formlene kalles **stigningstall**. Hva slags informasjon gir stigningstallet om grafen til en funksjon?

Hva er sammenhengen mellom stigningstallet og hvor «bratt» grafen til funksjonen er?

d Hva sier vi om to størrelser x og y som er slik at $y = ax$, der a er en konstant? Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 6.1.

Når vi framstiller to proporsjonale størrelser i et koordinatsystem, får vi en rett linje som går gjennom origo.

e Vi skal nå tegne grafen til funksjonen $y = 4x$. Tenk først over om grafen vil være mer eller mindre bratt enn grafene på tegningen i b)?

For å tegne grafen må vi først finne koordinatene til noen av punktene som skal ligge på grafen. Hvordan kan vi finne slike koordinater?

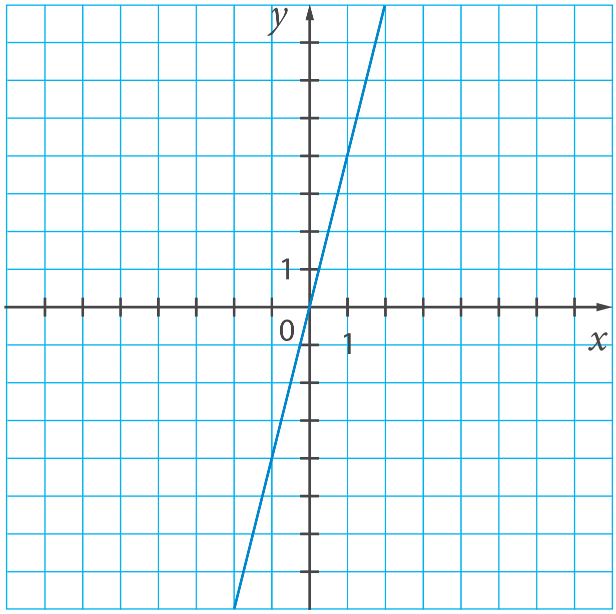
Er du enig i at vi kan velge verdier for den uavhengige variabelen x og så bruke formelen til å regne ut hvilke y-verdier som hører til?

La oss sette opplysninger om noen av punktene inn i en såkalt **verditabell**. En slik tabell viser koordinatene til punkter, altså x- og y-verdier som hører sammen. Fyll inn det som mangler.

x	y
0	0
1	
–1	
2	8

Skriv ned koordinatene til punktene i tabellen og merk dem av i et koordinatsystem.

Forbind punktene ved hjelp av linjal. Fortsett den rette linjen i begge retninger. Du skal få en graf som likner denne:



f Tegn grafen til funksjonen $y = 2{,}5x$.

Hvor mange punkter vi trenger for å tegne en rett linje?

14.8

a Løs oppgaven.

Tre personer stilte til valg som leder i et idrettslag. Stemmene fordelte seg i forholdet 6 : 11 : 8. Hvor mange prosent av stemmene fikk vinneren?

b Er andelen stemmer som vinneren fikk større eller mindre enn:

i $\frac{8}{15}$? ii $\frac{2}{5}$? iii $\frac{5}{12}$?

(Med «andelen stemmer» menes forholdet mellom antall stemmer vinneren fikk og antall stemmer totalt.)

14.9

a Sammenlikn likningene.

$$7 - (x - 1) = 10 \qquad 7 - (y - 1) = -10$$

Prøv å avgjøre om løsningene vil være et positivt eller negativt tall (uten å løse likningene). Begrunn.

Sjekk svaret ved å løse likningene.

b Løs likningene.

i) $9 - (2 - z) = 5$

ii) $9 - (2 - u) = -5$

iii) $2{,}5 - (v - 3) = 6$

iv) $2{,}5 - (w - 3) = -6$

v) $0{,}1 - (0{,}5 - s) = 0{,}7$

vi) $0{,}1 - (t - 0{,}5) = 0{,}7$

c Hvor mange prosent er:

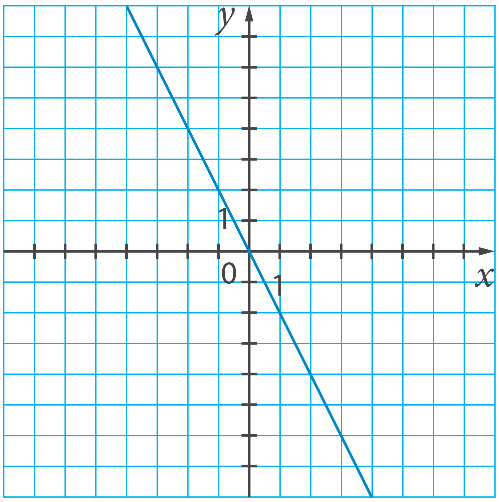
i) w av $z - u$?

ii) $|v|$ av $z - u$?

iii) $|u + w|$ av $|z|$?

14.10

a Fra kl. 18 og fram til kl. 6 synker temperaturen et sted med 2 grader per time. Kl. 21 var temperaturen 0°. Sammenhengen mellom temperatur og tid kan vi illustrere grafisk slik:



Hvilken størrelse står bokstaven x for? Hvilken størrelse står y for?
Hva svarer 1 enhet på x-aksen til? Hva svarer 1 enhet på y-aksen til? Hvordan vil du tolke punktet (– 2, 4)?

Begrunn at grafen fremstiller funksjonen $\boldsymbol{y = -2x}$.

b Hva er forskjellen mellom grafene til disse funksjonene?

$$y = -2x \qquad\qquad y = 2x$$

Vi sier at funksjonen $y = 2x$ er **stigende** (eller **voksende**) og at funksjonen $y = -2x$ er **synkende** (eller **avtakende**). Hvorfor tror du vi sier det?

Hva er forskjellen mellom stigningstallene til disse funksjonen?

Er denne funksjonen stigende eller synkende?

$$y = -\frac{1}{2}x$$

Fullfør verditabellen til funksjonen $y = -\frac{1}{2}x$ og tegn grafen i et koordinatsystem.

x	y
0	0
–2	1
–4	
6	
8	

14.11

a Sammenlikn oppgavene. Tror du de vil ha samme svar? Begrunn.

I Av en gruppe på fire elever skal det velges ut to som skal delta i en konkurranse. På hvor mange måter kan dette gjøres?

II En lærer vil dele fire elever inn i grupper på to. På hvor mange måter kan dette gjøres?

Løs oppgavene.

b Hvis du står fast på oppgave II), tenk deg at den ene eleven er deg. Hvor mange av de mulige parene vil du være en del av? Når ett par er valgt, må man da gjøre noe for å velge det andre paret?

c Andrea og Leo er blant de fire elevene i oppgave II). Hva er sannsynligheten for at de blir det ene paret? (Gitt at parene velges tilfeldig.)

14.12

a Finn verdiene til a, b og c.

i
$$a = \left|1\frac{1}{8} : (10{,}5 : 2{,}8) - 2{,}7\right|$$

ii
$$b = \left|2\frac{13}{15} - 8{,}4 : (1{,}44 \cdot 1{,}25)\right|$$

iii
$$c = 18{,}75 : \left(\frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}2} + \frac{1}{0{,}4} - \frac{1}{0{,}8}\right)$$

b Et av tallene du fikk til svar er 40 % mindre enn et av de andre. Finn tallene.

c Et av tallene du fikk til svar utgjør 50 % av summen av de to andre. Finn tallet og summen.

14.13

a Se på grafene i oppgave 14.7 og 14.10. For hver graf oppgi koordinatene til to punkter som grafen går gjennom.

b Går grafen til funksjonen $y = 2x$ gjennom noen av disse punktene?

i) $(36, 72)$
iii) $(64, 32)$
v) $(-7{,}5, 15)$
ii) $(-12{,}5, -25)$
iv) $\left(\frac{3}{4}, 1{,}5\right)$
vi) $(27, 56)$

Er det nødvendig å tegne grafen for å kunne svare?

Hvordan kan du finne ut om grafen til en funksjon går gjennom et gitt punkt eller ikke?

c Går grafen til funksjonen $y = -2x$ gjennom noen av disse punktene?

i) $(26, -52)$
iii) $(-64, -128)$
v) $(-0{,}05, 0{,}1)$
ii) $(-22{,}5, 45)$
iv) $\left(-\frac{5}{6}, 1\frac{2}{3}\right)$
vi) $\left(2\frac{1}{5}, 4\frac{2}{5}\right)$

d Finn koordinaten som mangler slik at punktet vil ligge på grafen til funksjonen $y = 1{,}5x$.

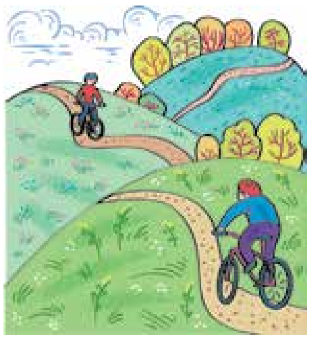
i) (18, ?)
ii) (?, −105)
iii) (−2,4, ?)

e Finn koordinaten som mangler slik at punktet vil ligge på grafen til funksjonen $y = -0{,}25x$.

i) (18, ?)
ii) (?, −27)
iii) $\left(-\frac{2}{3}, ?\right)$

14.14

a Les oppgaven.



Per bruker 6 timer på å sykle strekningen mellom *A* og *B*, mens Pål bruker 3 timer. De to starter samtidig fra hvert sitt sted og sykler mot hverandre. Hvor lang tid tar det før de møtes? Hva er forholdet mellom fartene til syklistene?

Er det nok informasjon til å kunne svare på spørsmålene? Løs i så fall oppgaven.

b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

Per bruker 6 timer på å sykle stekningen mellom *A* og *B*, mens Pål bruker 3 timer. Pål sykler 8 km/t fortere enn Per. Finn fartene til syklistene og avstanden mellom *A* og *B*.

Er det nok informasjon til å kunne løse oppgaven?
Hvordan kan løsningen til den første oppgaven hjelpe deg?

Løs oppgaven.

c Sammenlikn denne oppgaven med oppgaven i b), og løs den.

En kajakk med 1 person bruker 15 min på å krysse en innsjø, mens en kajakk med 2 personer bruker 10 min. Kajakken med 2 personer går 6 km/t fortere enn kajakken med 1 person. Finn fartene til kajakkene og bredden til innsjøen.

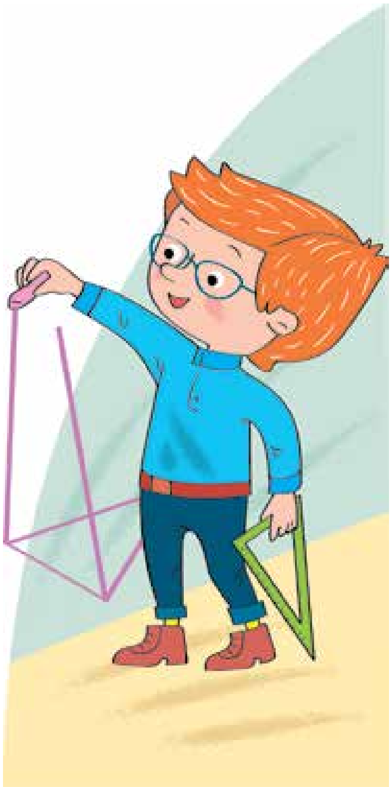
14.15

a En elev tegnet en vanlig og en avkuttet pyramide. Begge hadde trekantet bunn. Den første figuren han tegnet hadde 6 hjørner og 5 flater, mens den andre hadde 4 hjørner og 4 flater.

Hvilken av figurene var den avkuttede pyramiden?

Tegn figurene. Hvis du er usikker, gå tilbake til oppgave 13.22.

Hvor mange kanter har hver figur?

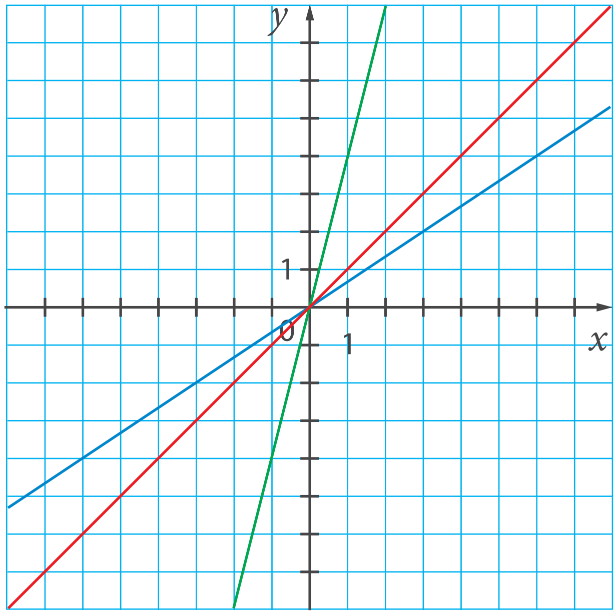


b En avkuttet pyramide har 12 kanter. Hvor mange kanter må bunnen ha? Hvor mange flater har figuren? Hvor mange hjørner?

En pyramide som ikke er avkuttet har den samme mangekanten som bunn. Hvor mange hjørner har denne pyramiden?

14.16

a Her ser du grafene til noen funksjoner.



Hvilken av linjene representerer funksjonen $y = \frac{2}{3}x$?

Hva er stigningstallet til denne linjen?
Vil stigningstallene til de andre linjene være større eller mindre enn $\frac{2}{3}$?

Finn likningene til de andre linjene.

b Hvilken av grafene over passer denne verditabellen til?

x	y
0	0
2	8
–3	–12

Lag verditabeller for de andre funksjonene.

c Tegn en rett linje som går gjennom punktene.

i) (0, 0) og (2, 6) **ii)** (0, 0) og (–2, 6) **iii)** (0, 0) og (5, 2)

Finn likningene for linjene.

14.17

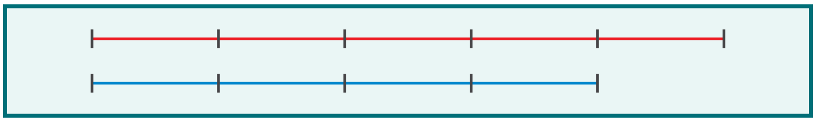
a Sammenlikn oppgavene.

I En skole har 252 elever. Antall gutter utgjør 80 % av antall jenter. Hvor mange gutter og hvor mange jenter er det på skolen?

II I et sykkelritt deltok 252 barn. Det var 80 % flere gutter enn jenter. Hvor mange gutter og hvor mange jenter deltok?

Tror du oppgavene vil ha samme svar? Hvilken del av opplysningene hjelper deg til å svare på det spørsmålet?

b **Idun** laget denne modellen til den ene oppgaven. Hvilken oppgave passer den til?



Hvilken oppgave passer likningen $x + 1{,}8x = 252$ til?

Fullfør løsningene.

c Hvilken av oppgavene over likner denne på?

En kake og en pizza kostet til sammen 585 kr. Kaken var 60 % dyrere enn pizzaen. Hvor mye kostet pizzaen og hvor mye kostet kaken?

Løs oppgaven.

14.18

a Sammenlikn disse likningene. Hvilke vil ha en negativ løsning? Begrunn.

i $\dfrac{x}{-2} = \dfrac{7}{8}$

ii $\dfrac{y}{-2} = \dfrac{-7}{8}$

iii $\dfrac{z}{-2} = \dfrac{-7}{-8}$

Løs likningene.

b Hvilke av disse likningene vil ha en negativ løsning? Hvilke vil ha en positiv løsning?

i $\dfrac{x}{6} = \dfrac{-11}{9}$

ii $\dfrac{y}{15} = \dfrac{-5}{12}$

iii $\dfrac{1{,}5}{z} = \dfrac{-1{,}4}{-2{,}1}$

iv $\dfrac{-0{,}64}{0{,}36} = \dfrac{-u}{-0{,}27}$

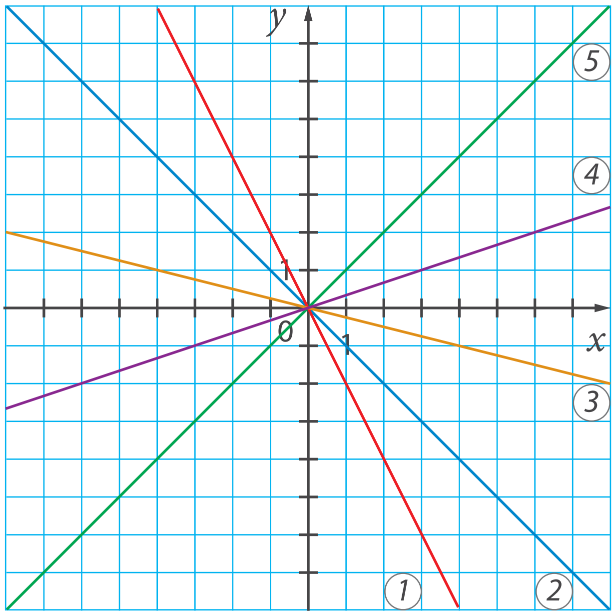
v $\dfrac{-0{,}5v}{-10{,}5} = \dfrac{-12{,}5}{-8{,}4}$

vi $\dfrac{3{,}2}{1{,}8} = \dfrac{0{,}16}{-2{,}5w}$

Løs likningene.

14.19

a Del grafene i to grupper etter den egenskapen du mener er viktigst.
Skriv ned likningene til linjene i hver gruppe.



b Sjekk svaret ditt: Var funksjonene $y = x$ og $y = -x$ blant de du skrev?
Plasserte du disse i ulike grupper?

c Finn ut hvilke av grafene i a) disse punktene vil ligge på.

i) (60, 20) **ii)** (–7,5, 7,5) **iii)** (15, –3,75)

d Skriv ned koordinatene til to punkter på hver av grafene i a).

14.20

a Løs oppgaven algebraisk.

Farten til vannet i en elv var 2,5 km/t. En båt gikk med en jevn fart. Den brukte 4 timer når den kjørte med strømmen fra *A* til *B*, og 6 timer når den kjørte mot strømmen fra *B* til *A*. Finn farten til båten (slik den ville vært i stille vann).

b Hvis du står fast, la farten til båten være v. Hva er meningen bak uttrykkene $v + 2,5$ og $v - 2,5$? Kan du bruke opplysningene i oppgaven til å sette opp en sammenheng mellom disse uttrykkene?

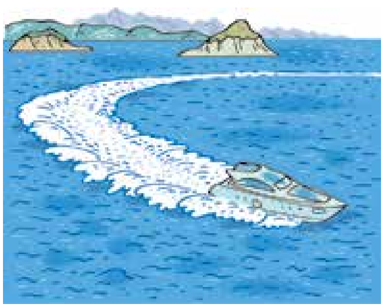
c Anta at båten kjører på en innsjø, med samme fart som i sted. Hvor lang tid vil båten bruke på å kjøre:

i 10 km?

ii 2,5 km?

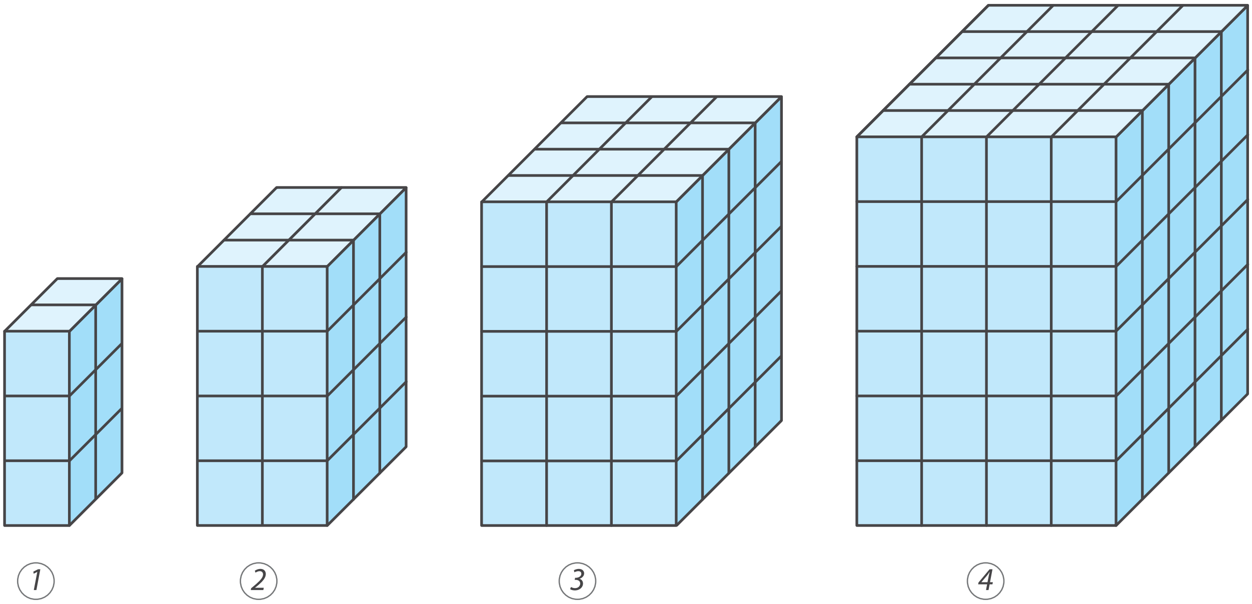
d Sammenlikn denne oppgaven med den forrige, og løs den.

Farten til en båt var 20 km/t. Båten kjørte i en elv og brukte halvannen ganger så lang tid når den kjørte mot strømmen fra *A* til *B* som når den kjørte med strømmen fra *B* til *A*. Finn farten til vannet i elven.



14.21

a Hva kan du si om figurene på tegningen?



Hvor mange klosser er det i hver figur? Skriv antallet som en tallfølge.

Finn de to neste tallene som passer i tallfølgen.

b Tallene 6, 24, 60, 120, 210, … kalles **prismetall**. Hvorfor tror du de kalles det?

Kan du lage en formel for prismetall nr. n?

Hvis du står fast, tenk over at i prismetall nr. n er det n klosser langs den korteste siden. Hvor mange klosser vil det være langs de andre sidene? Uttrykk antallene med n. Hvor mange klosser må det da være til sammen i hele figuren? Lag en formel.

c Finn differansene mellom to påfølgende prismetall. Skriv ned differansene som en tallfølge.

Del tallene i den nye tallfølgen med 6. Kjenner du igjen tallene du får?
Syns du det var et pent og uventet resultat?

Hjernetrim

1 Funksjonene $y = ax$ og $y = bx$ er begge stigende (hvis x øker, så øker også y). Grafene til funksjonene vil være rette linjer som skjærer hverandre og danner to vinkler. Tenk deg at du kun ser på den delen av grafene som er til høyre for skjæringspunktet. Vil vinkelen du ser da være spiss, rett eller stump?

2 Hvilke av grafene til funksjonene i rammen vil danne en vinkel med førsteaksen som er mindre enn 45°?

Hvilke vil danne en vinkel med andreaksen som er mindre enn 45°?

Prøv først å svare på spørsmålene uten å tegne grafene. Sjekk deretter om du hadde rett ved å tegne grafene.

$y = 0{,}4x$	$y = -1{,}4x$
$y = 1{,}2x$	$y = -0{,}6x$
$y = 0{,}95x$	$y = -1{,}05x$

3 Tegn grafene til hvert par av funksjoner i samme koordinatsystem. Du kan gjerne bruke et program som kan tegne grafer, f.eks. GeoGebra.

a $y = 2x$, $y = -\frac{1}{2}x$

b $y = 3x$, $y = -\frac{1}{3}x$

c $y = 1{,}5x$, $y = -\frac{2}{3}x$

Hvordan er grafene plassert i forhold til hverandre?

Hvilken betingelse må stigningstallene til to rette linjer som står normalt på hverandre, oppfylle? Prøv å formulere en hypotese.

Bekreft hypotesen ved å komme med flere eksempler.

Test deg selv

1 Tegn grafene til disse funksjonene.

a) $y = 3x$ b) $y = -\frac{1}{3}x$ c) $y = 0{,}75x$ d) $y = -4x$

2 Her ser du verditabellene til tre rette linjer. Finn formlene til linjene.

a)

x	y
0	0
4	6
–6	–9

b)

x	y
0	0
6	–3
–4	2

c)

x	y
0	0
6	2
–3	–1

3 Vil punktet ligge på grafen til funksjonen $y = 3{,}5x$?

a) (6, 21) b) (–4, –12) c) (–3, –10,5)

4 Vil punktet ligge på grafen til funksjonen $y = -1{,}5x$?

a) (–6, 9) b) (3, –4,5) c) (–12, –18)

5 Summen av tallene a og b er 78. a er 60 % større enn b. Finn a og b.

6 Når Markus padler på en innsjø, har han en fart på 1 m/s. Hvis han bruker like mye krefter når han padler i en bestemt elv, går det 4 ganger så fort med strømmen som mot. Hva er farten til vannet i elven?

7 Løs likningene.

a) $0{,}7 - (1{,}3 - x) = -0{,}8$

b) $2{,}88 : (2y + 9) = 0{,}36$

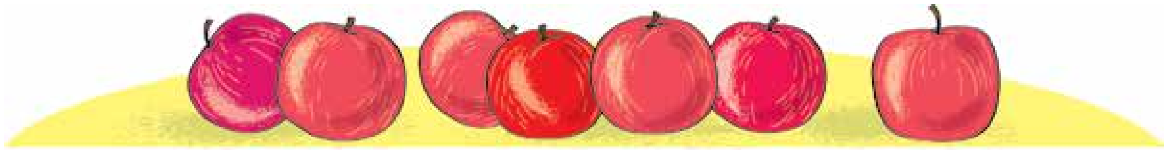
c) $\frac{1{,}5z}{3{,}8} = \frac{0{,}9}{9{,}5}$

15 Lineære funksjoner

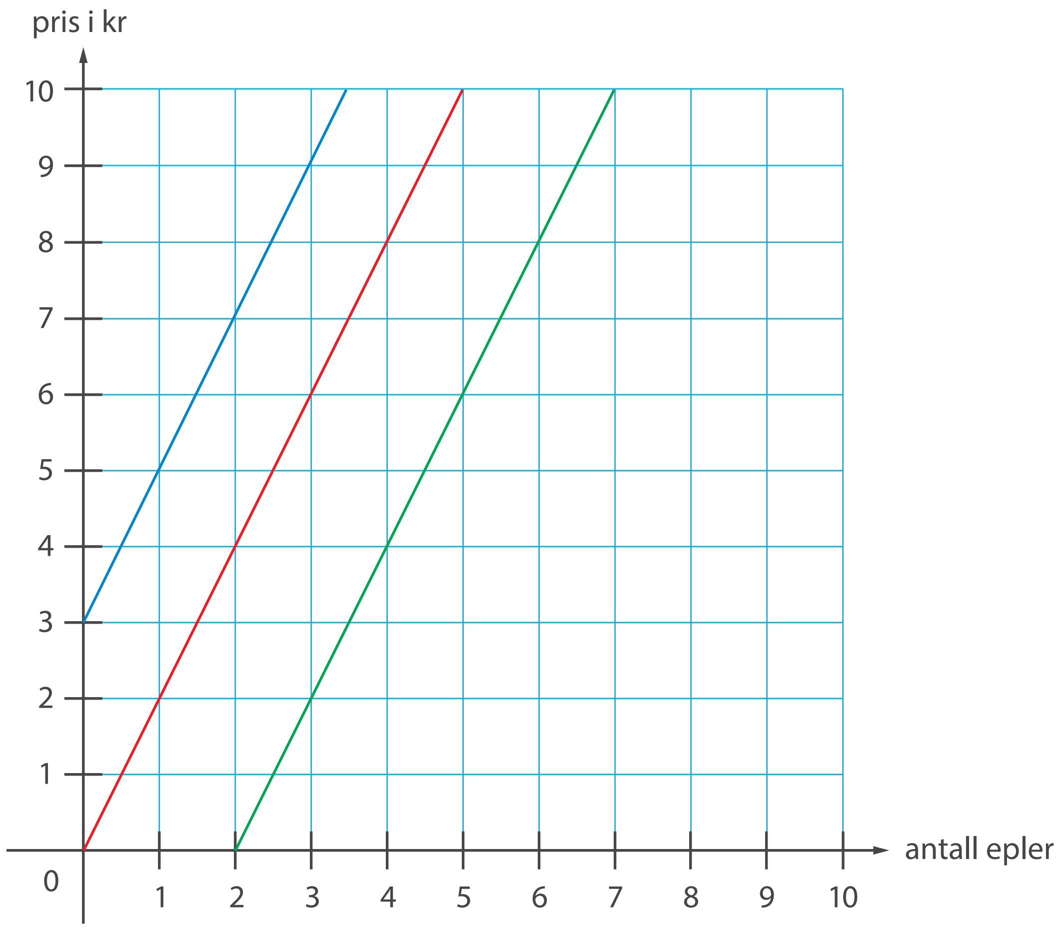
15.1

a Gå tilbake til oppgave 14.1 a). Hva handlet den oppgaven om? Grafen i koordinatsystemet i punkt b) illustrerte sammenhengen mellom to størrelser – hvilke?

b En butikk selger epler til 2 kr per stk. I tillegg må alle kundene betale 3 kr for en pose. Hvordan vil du illustrere sammenhengen mellom antall epler og prisen man må betale i dette tilfellet?

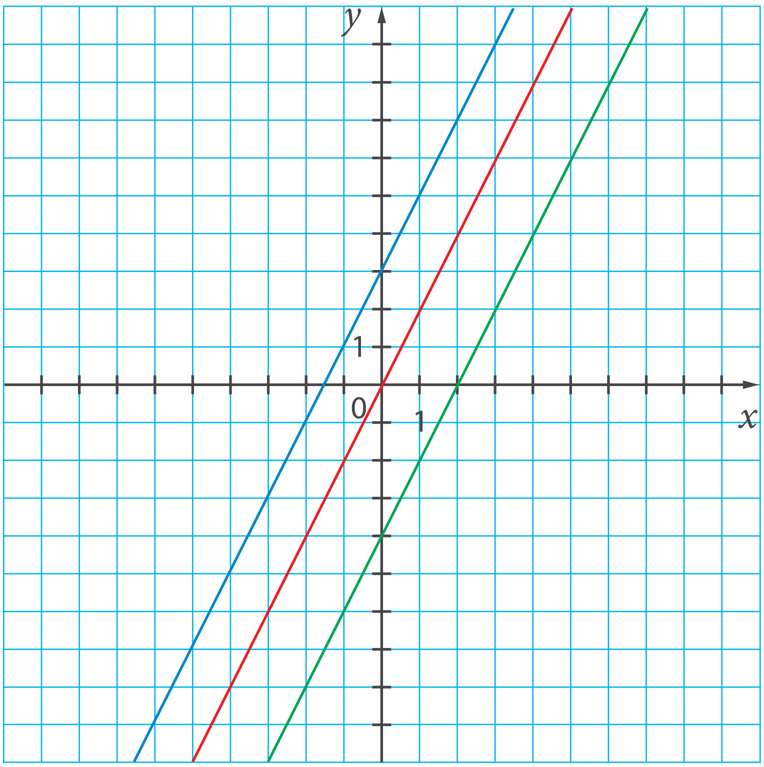


Se på grafene nedenfor. Hvilken av grafene passer til den nye situasjonen?



c I en annen butikk koster også eplene 2 kr per stk. Denne butikken gir alle kunder en rabatt på 4 kr uansett hva de kjøper. Passer en av grafene i b) til denne situasjonen?

d La oss forlenge linjene i b).



Hvilken av grafene passer til denne funksjonen?

$$y = 2x + 3$$

Finn likninger som passer til de andre grafene.

e Tegn grafene til disse funksjonene.

i $y = -2x$

ii $y = -2x + 3$

iii $y = -2x - 4$

Hvordan er grafene plassert i forhold til hverandre?

15.2

a Vetle planla å bruke 4 timer på å kjøre 240 km. Da han hadde kjørt 70 % av strekningen, fikk han et opphold på 12 min pga. veiarbeid. For å rekke fram i tide, måtte han kjøre fortere. Hvor fort måtte Vetle kjøre etter pausen? (Vi antar at farten var jevn på hver av de to etappene.)

b Hvor mye tidligere ville Vetle kommet fram dersom han kjørte i 80 km/t etter pausen?

15.3

a Finn verdiene til uttrykkene.

i $\left|1{,}22 : \left(-\frac{3}{8} - \frac{7}{12} - \frac{5}{16}\right)\right|$

ii $\left|0{,}335 : \left(\frac{1}{6} - \frac{4}{9} - \frac{7}{15}\right)\right|$

iii $\left(-\frac{3}{16}\right) : \left(\frac{7}{24} - \frac{25}{36} - \left(-\frac{5}{18}\right)\right)$

iv $\left(\frac{3}{14} + \frac{17}{42} - \frac{5}{6}\right) : \left(-\frac{5}{28}\right)$

b Forholdet mellom to av tallene du fikk til svar er 30 %. Hvilke tall er det snakk om?

c Et av tallene du fikk til svar er 20 % mindre enn et av de andre. Finn tallene.

15.4

a Se på grafene i oppgave 15.1 d). Hva er likt? Hva er ulikt?

Skriv ned funksjonene til grafene og sammenlikn dem. Hva er likt?

Hvis to rette linjer har samme stigningstall, vil de være parallelle.

b Hva er stigningstallet til funksjonen $y = \frac{1}{2}x$? Tegn grafen.

Tegn grafene til funksjonene $y = \frac{1}{2}x + 2$ og $y = \frac{1}{2}x - 4$. Hvordan kan den første grafen du tegnet være til hjelp?

Tegn to rette linjer med stigningstall:

i) -1 **ii)** $2{,}5$ **iii)** $-0{,}25$

15.5

a På et dyrepensjonat er det 24 hunder og 30 katter. Hva er forholdet mellom antall hunder og antall katter i prosent? Hva er forholdet mellom antall katter og antall hunder i prosent?

b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og svar på spørsmålet.

Forholdet mellom antall tigre og antall løver i en dyrepark er 80 %. Hva er det prosentvise forholdet mellom antall løver og antall tigre?

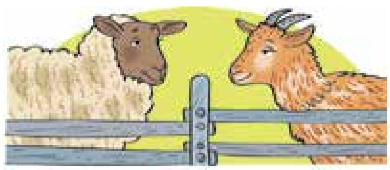
Kan du løse oppgaven uten å bruke svaret i a)? Hvordan?

c **Simen** løste oppgaven i b) algebraisk. Han begynte slik:

> La x være antall tigre og y være antall løver. Da er $\frac{x}{y} = \frac{80}{100}$.
> For å kunne svare på spørsmålet, må vi finne forholdet mellom y og x.
> …

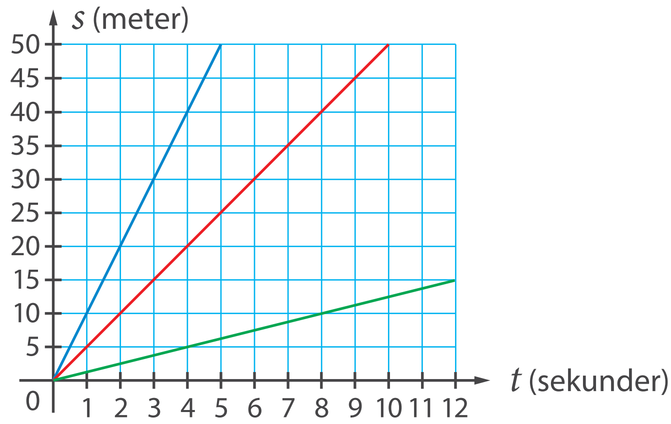
Gjør ferdig løsningen.

d Forholdet mellom antall geiter og antall sauer på en gård er 150 %. Hva er det prosentvise forholdet mellom antall sauer og antall geiter? (Rund av svaret til nærmeste hele tall.)



15.6

a Her ser du en grafisk framstilling av hvordan tre objekter beveger seg. Medgått tid er avsatt langs førsteaksen, og tilbakelagt strekning er avsatt langs andreaksen. Legg merke til at tiden (t) er målt i sekunder og at strekningen (s) er målt i meter.



Den røde grafen viser bevegelsen til en syklist.
Hva slags informasjon kan du lese av grafen?

b De andre grafene viser bevegelsen til en buss og en fotgjenger. Hvilken farge er brukt på grafen for bussen? Begrunn.

Hva er farten til bussen og fotgjengeren?

c Tegn et koordinatsystem og vis grafisk hvordan en bil med en fart på 20 m/s og en fotgjenger med fart på 1 m/s beveger seg.

15.7

a Hva kaller vi figuren vi får når vi tegner grafen til funksjonen $y = ax + b$, der a og b er to tall?

Sett $a = 3$ og $b = 4$ inn i formelen $y = ax + b$. Lag en verditabell og tegn grafen til funksjonen.

Sett $a = 3$ og $b = -2$ inn i formelen $y = ax + b$. Hva vil være ulikt mellom grafen til denne funksjonen og grafen til den forrige? Hva vil være likt? Tegn grafen i samme koordinatsystem som den forrige.

b Grafen til en funksjon på formen $y = ax + b$ blir alltid en rett linje. Derfor kaller vi den for en **lineær funksjon**.

Hvilken av bokstavene i formelen $y = ax + b$ står for stigningstallet?

Hvordan påvirker verdien til stigningstallet grafen til funksjonen? (Hva skjer når stigningstallet endrer seg?)

Hva skjer med grafen når $a > 0$ og $a < 0$?

b kalles for **konstantleddet**. Hvorfor tror du det kalles det?
Konstantleddet viser hvor grafen krysser y-aksen.

Hva kan du si om grafen når: $b = 0$?
$b > 0$?
$b < 0$?

c Tegn grafen til $\boldsymbol{y = ax + 2}$ når:

i) $a = 3,5$ **ii)** $a = -0,5$

d Tegn grafen til $\boldsymbol{y = -1,5x + b}$ når:

i) $b = -1$ **ii)** $b = 3$

Hvordan endrer grafen til en lineær funksjon seg når konstantleddet endres?

15.8

a Seks personer skal plassere seg i tre kajakker med to i hver. På hvor mange måter kan dette gjøres? (Vi bryr oss kun om parsammensettingen, ikke hvilken båt parene havner i.)

Hvis du står fast, kall personene for *A*, *B*, *C*, *D*, *E* og *F*. På hvor mange måter kan vi lage et par der *A* er med? Anta at det første paret er laget. På hvor mange måter kan vi lage par av de fire personene som er igjen?

b Vis at vi kan lage 105 par av 8 elever.

15.9

a Sammenlikn likningene.

i $2 : x = 0{,}1$

ii $2 : y = 10$

Kan du si hvilken likning har størst rot uten å løse dem?

Sjekk svaret ditt ved å løse likningene.

b Del likningene i to grupper etter den egenskapen du mener er viktigst.

i $5 : x = 12{,}5$

ii $5 : y = 0{,}5$

iii $\frac{1}{4} : z = -100$

iv $1\frac{1}{4} : u = \frac{1}{8}$

v $2\frac{3}{4} : v = 50$

vi $\left(-3\frac{1}{2}\right) : w = 0{,}375$

vii $-4{,}5 : p = -2{,}7$

viii $5\frac{1}{2} : q = 1{,}1$

ix $7{,}5 : r = -60$

Løs likningene i hver gruppe.

c

i **Lag en likning med løsning –1,25 der den ukjente er en divisor.**

ii **Lag en likning med løsning $\frac{2}{3}$ der den ukjente er en dividend.**

iii **Lag en likning med løsning –0,4 der den ukjente er en faktor.**

La en medelev løse likningene dine.

15.10

a **Tonje** skulle tegne grafen til en lineær funksjon. Hun begynte med å lage verditabellen til høyre. Fyll inn det som mangler.

x	y
0	0
2	2
–4	–10
3	
6	
–8	

Hvis du står fast, tenk over om x og y er proporsjonale størrelser eller ikke.

Skriv ned likningen til funksjonen, og tegn grafen i et koordinatsystem.

Hva er stigningstallet til den lineære funksjonen? Hva er konstantleddet?

b Bruk grafen du tegnet som utgangspunkt for å tegne grafene til disse funksjonene. (Bruk samme koordinatsystem som i sted.)

i $y = 2{,}5x + 1$

ii $y = 2{,}5x - 4$

iii $y = 2{,}5x + b$

(velg deg en verdi for b)

Hvordan er grafene plassert i forhold til hverandre?

c Tegn grafen til $y = -\frac{3}{4}x$.

Hva er konstantleddet her?

Tegn to andre grafer med samme stigningstall, men andre konstantledd.

d Tegn grafene til to lineære funksjoner som begge har konstantledd lik –2, men ulike stigningstall.

Skriv ned likningene til linjene du tegnet.

15.11

a Løs oppgaven algebraisk.

En gutt er 4 ganger så gammel som søsteren sin. Om 3 år vil han være dobbelt så gammel som søsteren. Hvor gamle er de nå?

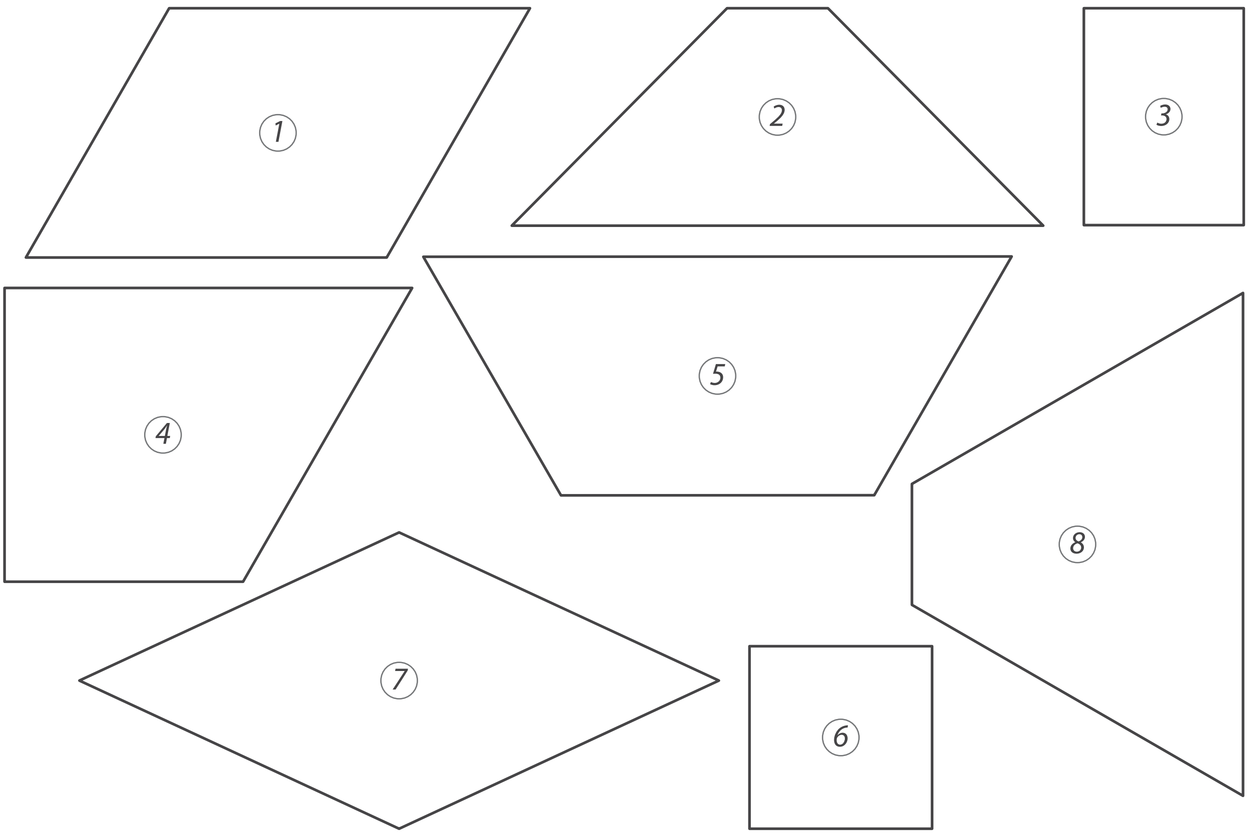
Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 14.2.

b Hvor mange år er det siden broren var 10 ganger så gammel som søsteren?

c Hvor mange år er det til forholdet mellom alderen til søsteren og alderen til broren er 62,5 %?

15.12

a Del figurene i to grupper etter den egenskapen du mener er viktigst. Skriv numrene på figurene som hører til hver gruppe.

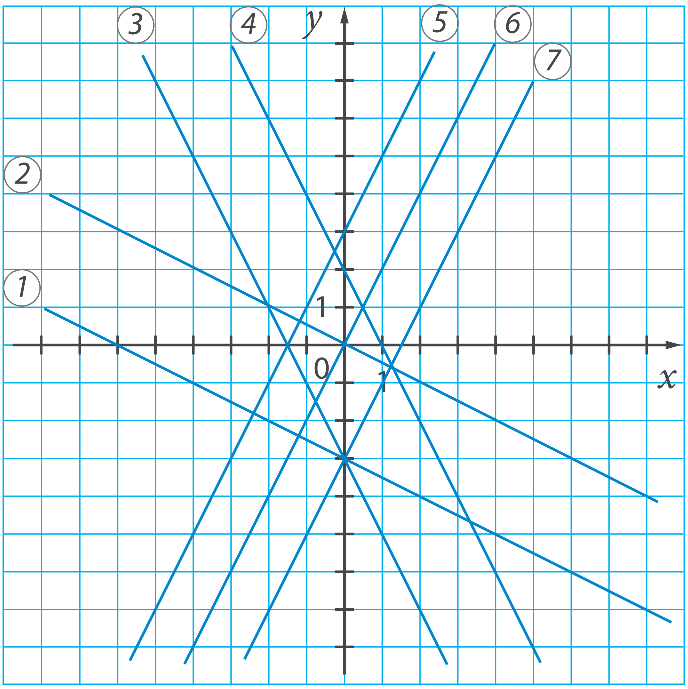


b Tegn en ny figur til hver gruppe.

c Hvor stor er den største vinkelen på tegningen?
Hvor stor er den minste vinkelen?

15.13

a Del disse grafene i grupper etter den egenskapen du mener er viktigst. Skriv ned numrene på grafene i hver gruppe.



b Finn likningene til de rette linjene i a).

Hva er felles for likningene til linjene du plasserte i samme gruppe?

c Skriv likningen til en ny linje i hver gruppe og tegn grafene.

Sammenlikn linjene og likningene dine med linjene og likningene til andre i klassen.

15.14

a Sammenlikn og løs oppgavene.

I Et glass inneholdt en 40 % syreblanding. Et annet glass inneholdt like mye av en 70 % syreblanding. Syreblandingene ble tømt over i samme kolbe. Hvor mange prosent syre er det i den nye blandingen?

II Et glass inneholdt en 40 % syreblanding. Et annet glass inneholdt like mye av en 70 % syreblanding. Blandingen med 40 % syre og halvparten av blandingen med 70 % ble tømt over i samme kolbe. Hvor mange prosent syre er det i den nye blandingen?

Hvis du står fast når du skal løse oppgave II), tenk deg at det er 200 g væske i hvert glass. Hvor mange gram syre er det i det første glasset? Hvor mange gram syre er det i halvparten av det andre glasset? Hvor mye væske er det i den nye blandingen? Fullfør løsningen.

b Hva må endres i oppgave II), hvis den skal kunne løses ved hjelp av dette uttrykket?

$$\frac{0{,}4 \cdot 100 + 0{,}7 \cdot 200}{100 + 200}$$

Gjør ferdig løsningen til den nye oppgaven.

15.15

a Regn ut.

i $\left|\left(-\frac{2}{3}\right) : \frac{5}{12} : (-0{,}8)^2\right|$

iii $\left|\left(-3\frac{2}{3} : 2\frac{4}{9}\right)^3 : (-1{,}5)^2\right|$

ii $\left|1\frac{3}{5} : (-9{,}6) : \left(-\frac{2}{3}\right)^2\right|$

iv $\left|\left(-3\frac{3}{8} : 3\frac{3}{4}\right)^2 : (-0{,}3)^3\right|$

b Hvilket av tallene du fikk til svar er:

i) 50 % større enn $\frac{5}{3}$? **ii)** 25 % mindre enn 2? **iii)** 150 % av 0,25?

15.16

a Gå tilbake til tegningen i oppgave 15.13. Skriv ned koordinatene til to punkter som graf 1 ikke går gjennom og koordinatene til to punkter som graf 7 går gjennom. Prøv å gjøre det slik at noen av punktene ligger utenfor det du ser på tegningen.

b Avgjør om grafen til funksjonen $y = 4{,}5x - 6$ går gjennom disse punktene.

(12, 48) (–22, –105) (16, 66)

Finn to andre punkter som grafen går gjennom.

c Grafen til funksjonen $y = -\frac{2}{5}x + 3$ går gjennom punktene *A*, *B*, *C* og *D*. Finn koordinatene som mangler.

i) $A(25, \square)$ **ii)** $B(\square, -13)$ **iii)** $C(-65, \square)$ **iv)** $D(\square, -0{,}2)$

15.17

a Løs oppgaven algebraisk.

Bo brukte 80 sek på å gå en bestemt strekning, mens Kari brukte 75 sek. Differansen mellom fartene deres var 0,3 m/s. Finn farten til hver person.

b Hvis du står fast, la de to fartene være v og $v - 0{,}3$. Hvillket av disse uttrykkene representerer farten til Bo? Hvordan kan du uttrykke matematisk at de gikk samme strekning på tidene som er oppgitt i oppgaven?

c Hvor mange prosent større er farten til Kari enn farten til Bo? (Rund av svaret.)

d Sammenlikn denne oppgaven med den i a) og løs den.

Egil, Jakob og Mona plukket jordbær. En dag plukket Egil 12 flere kurver enn Jakob og 12 færre kurver enn Mona. Mona plukket like mange kurver på 2 timer som Jakob plukket på 3 timer. Hvor mange kurver plukket hver av dem den dagen? (Vi antar at de plukket i et jevnt tempo og at alle jobbet like lenge.)

15.18

a Her er koordinatene til hjørnene i 4 firkanter oppgitt. Tegn firkantene i et koordinatsystem. (Nummerer dem 1 til 4.)

1. $(3, 0), (4, 3), (3, 6), (2, 3)$
2. $(-3, 2), (-1, 4), (-7, 4), (-9, 2)$
3. $(-3, -1), (-6, -1), (-6, -4), (-3, -6)$
4. $(1, -1), (7, -1), (6, -4), (2, -4)$

Hvilke av figurene er parallellogrammer? Kan noen av parallellogrammene kalles for noe annet?

b Finn arealet av hver figur.

15.19

a Sammenlikn disse likningene.

$y = 2y + 3$ $y = 3$

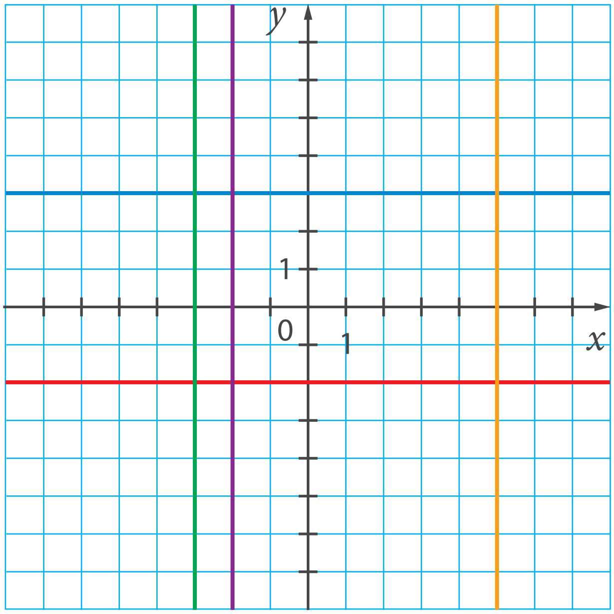
Hvilken av grafene i oppgave 15.13 passer den første likningen til?

Hva er spesielt med likningen $y = 3$? Kan vi tegne grafen til denne likningen? Hvordan tror du den vil se ut?

b Denne verditabellen viser sammenhengen mellom variablene i funksjonen $y = 3$. Fyll ut det som mangler. Hva er spesielt med tabellen?

x	y
0	3
2	3
−3	3
4	
−6	

Se på tegningen. Hvilken farge er det på linjen som svarer til likningen $y = 3$?



Hvilken farge er det på linjen som svarer til $x = -3$?
Skriv ned likningene til de andre linjene.

Hva er spesielt med likningene til linjene som er parallelle med:

førsteaksen? andreaksen?

c Hva er spesielt med linjene som representerer likningene $x = 0$ og $y = 0$?

d Tegn linjene som passer til disse likningene:

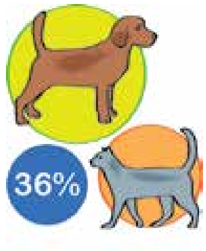
$y = 2x - 1$ $y = -3$ $x = 2$

Skriv ned koordinatene til **skjæringspunktene**, dvs. punktene der grafene skjærer hverandre.

15.20

a Løs oppgaven – gå tilbake til oppgave 15.5 hvis du trenger det.

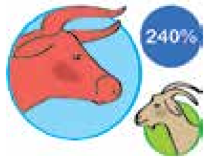
Forholdet mellom massen til en katt og massen til en hund er 36 %. Hva er forholdet mellom massen til hunden og massen til katten i prosent?



b Katten i a) veier 3,78 kg. Hvor mye veier hunden?

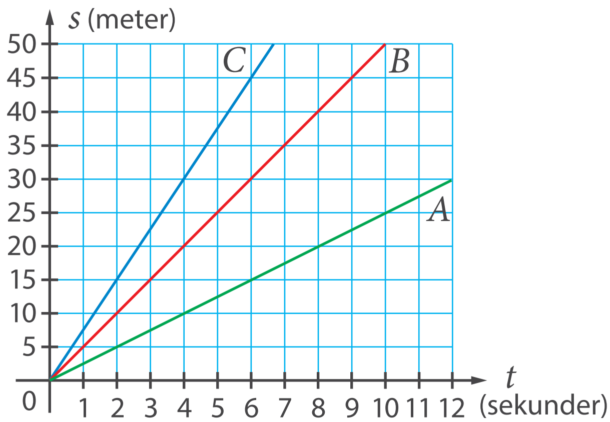
c Sammenlikn denne oppgaven med den i a), og løs den.

Forholdet mellom massen til ei ku og massen til ei geit er 240 %. Hva er forholdet mellom massen til geita og massen til kua i prosent?



15.21

a Tre idrettsutøvere, A, B og C, løper på en bane. Grafene nedenfor viser et utsnitt av sammenhengen mellom tilbakelagt strekning (*s*) og medgått tid (*t*) for hver av dem. Finn farten til hver utøver.



b Anta at utøverne fortsetter å løpe med samme fart.

Hvor lang tid vil den raskeste utøveren bruke på å løpe 600 m?
Hvor mange meter vil utøveren med lavest fart løpe på samme tid?

c *B* øker farten sin med 20 %. Hvor lang tid vil han/hun nå bruke på å løpe 1000 m? (Rund av svaret til nærmeste sekund.)

d Hvor mange prosent må *C* redusere farten sin med for at han/hun skal bruke 250 s på 1000 m?

15.22

a Tegn et koordinatsystem og merk av punktene (0, 1) og (1, 3). Trekk en rett linje som går gjennom punktene. Finn likningen til den rette linjen.

Skriv ned koordinatene til to andre punkter som ligger på linjen.

b En rett linje går gjennom punktene (0, 2) og (4, 0). Hva er stigningstallet? Hva er konstantleddet?

Tegn linjen og skriv likningen som passer.

c Skriv likningen til en rett linje som går gjennom disse punktene. Prøv å gjøre det uten å tegne grafen.

i $(0, -2)$ og $(6, 4)$

ii $(1, -3)$ og $(3, -3)$

iii $(4, 0)$ og $(0, 1)$

Finn koordinatene til tre andre punkter på hver linje.

15.23

a Farten til vannet i en elv er 2,5 km/t. En båt brukte 5 timer da den kjørte en strekning *med* strømmen og 7 timer da den kjørte den samme strekningen *mot* strømmen. Finn farten til båten (slik den ville vært i stille vann).

Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 14.20.

b Hva må endres i oppgaveteksten hvis den nye oppgaven skal kunne løses ved hjelp av denne likningen?

$$7(v + 1{,}5) = 9(v - 1{,}5)$$

Løs den nye oppgaven.

c Sammenlikn denne oppgaven med de forrige og løs den.

Farten til en båt (i stille vann) var 18 km/t. Båten brukte 4 timer da den kjørte en strekning med strømmen og 5 timer da den kjørte den samme strekningen mot strømmen. Finn farten til vannet i elven.

15.24

a Sammenlikn uttrykkene – vil de ha samme verdi?

$$\left(1-\frac{2}{3}\right):\left(1-\frac{5}{6}\right)$$

$$\frac{1-\frac{2}{3}}{1-\frac{5}{6}}$$

Finn verdien.

b Bestem fortegnet til verdien, uten å regne ut.

i
$$a=\frac{\frac{3}{4}-\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{4}{5}}$$

iii
$$c=\frac{\frac{1}{3}-\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}-\frac{11}{12}}$$

ii
$$b=\frac{\frac{4}{5}-\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}+\frac{4}{5}}$$

iv
$$d=\frac{0{,}25+\frac{1}{3}}{\frac{1}{8}-0{,}75}$$

Sjekk svaret ditt ved å regne ut.

c Bruk verdiene du fikk og skriv disse tallene i stigende rekkefølge.

$a \quad b \quad c \quad d \quad |a| \quad |b| \quad |c| \quad |d|$

15.25

a Tegn grafen til $y = 2x$.

Hvordan vil du gå fram for å tegne grafen til en rett linje som er parallell til den forrige og som går gjennom punktet (4, 5)? Tegn grafen slik du mener er rett.

b Siden den nye linjen skal være parallell med den første, må den ha samme stigningstall. Det betyr at likningen til den nye linjen må kunne skrives på formen $y = 2x + b$, der b er et ukjent tall.

For å finne b kan vi bruke opplysningen om at grafen skal gå gjennom (4, 5). Hvis vi setter $x = 4$ og $y = 5$ inn i $\boldsymbol{y = 2x + b}$, får vi likningen $\boldsymbol{5 = 2 \cdot 4 + b}$.

Løs likningen og vis at den nye linjen vil være gitt ved $y = 2x - 3$.

c Finn likningen til en rett linje som er parallell med linjen $y = 2x - 3$ og som går gjennom punktet:

i (−2, 1)

ii (−3, −18)

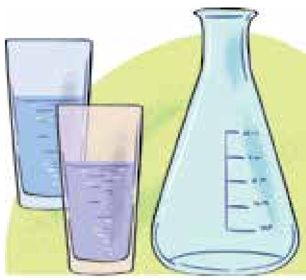
d Finn likningen til en rett linje som er parallell med linjen $y = -1{,}5x$ og som går gjennom punktet:

i (6, −5)

ii (−2, −4)

15.26

a To glass hadde samme mengde av en 60 % og en 40 % syreblanding. $\frac{1}{4}$ av blandingen på 60 % og $\frac{3}{4}$ av blandingen på 40 % ble tømt over i en kolbe. Hvor mange prosent syre er det i den nye blandingen?



Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 15.14.

b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

To glass hadde samme mengde av en 75 % og en 45 % syreblanding. $\frac{1}{3}$ av blandingen på 75 % og $\frac{2}{3}$ av blandingen på 45 % ble tømt over i en kolbe. Hvor mange prosent syre er det i den nye blandingen?

15.27

a Sammenlikn disse likningene. Kan du si hvilken rot som er størst uten å løse likningene?

i) $\frac{x-3}{4}=0{,}5$ **ii)** $\frac{x+3}{5}=1{,}5$

Løs likningene.

b To elever begynte slik da de skulle løse den andre likningen:

Leif

$$\frac{x+3}{5} = 1{,}5$$
$$\frac{x+3}{5} = \frac{3}{2}$$
$$2(x+3) = 5 \cdot 3$$
$$\dots$$

Nina

$$\frac{x+3}{5} = 1{,}5$$
$$x+3 = 1{,}5 \cdot 5$$
$$\dots$$

Hvordan har de tenkt? Gjorde du noe liknende? Hvis ikke, fullfør løsningene.

c Løs likningene.

i) $\frac{x+3{,}5}{3}=7$ **iii)** $\frac{2z-1}{12}=0{,}25$ **v)** $\frac{8+p}{3}=2{,}5$ **vii)** $\frac{7-2r}{4}=1{,}5$

ii) $\frac{y+4}{1{,}5}=2$ **iv)** $\frac{3v-2}{5{,}6}=0{,}5$ **vi)** $\frac{3-q}{2{,}5}=4$ **viii)** $\frac{10-5s}{2{,}5}=2{,}5$

d Finn to tall blant svarene i c) som er slik at forholdet mellom dem er:

i) 37,5 % **ii)** 31,25 % **iii)** 875 %

15.28

a Finn en regel som viser sammenhengen mellom størrelsene x og y i tabellen til høyre.

x	y
0	0
1	3
−2	−6
5	15

Er x og y proporsjonale størrelser? Begrunn.

Lag en likhet som viser sammenhengen mellom størrelsene. Tegn grafen til funksjonen.

Hva er stigningstallet til linjen du fikk? Hva er konstantleddet?

b Hva er forskjellen mellom denne tabellen og den forrige?

x	y
0	1
1	4
−2	−5
5	16

Hva kaller vi en funksjon av denne typen? Hvis du står fast, tegn grafen til funksjonen. Kan du svare nå? Hvis ikke, gå tilbake til oppgave 15.7.

Lag en likning som passer til linjen.

Er x og y proporsjonale størrelser i dette tilfellet?

c Hvis $y = ax + b$, sier vi at det er en **lineær sammenheng** mellom variablene x og y.

Hvordan ser grafen til $y = ax + b$ ut?

Hvis $b = 0$, så er det ikke bare en lineær sammenheng mellom x og y, men også en **proporsjonal sammenheng**.

Til nå har du sett mange grafer som viser lineære sammenhenger. Bla tilbake i boken og finn de grafene som viser proporsjonale sammenhenger. Begrunn valget.

15.29

a Alexander skal sykle 6 km. Hvor lang tid tar det hvis han sykler i:

i 20 km/t?

ii 25 km/t?

iii 32 km/t?

b Marianne skal tilbakelegge en strekning på 6 km. Hun kan velge mellom å gå til fots, sykle eller kjøre bil. Tabellen viser mulig fart hun kan ha. Skriv av og fyll ut det som mangler.

Fart, v	4 km/t	6 km/t	10 km/t	15 km/t	20 km/t	30 km/t	50 km/t
Tid, t							

Hva er sammenhengen mellom farten og tiden som brukes på strekningen? Hva kaller vi størrelser som har en slik sammenheng?

c Les oppgavene. Inneholder de proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser?

I Omkretsen til hjulene på to sykler er henholdsvis 2,4 m og 1,8 m. Begge syklene tilbakelegger 720 m. Hvor mange ganger gikk hvert hjul rundt på turen?

II To katter spiser til sammen 12 bokser med kattemat på 2 dager. Hvor mange bokser vil da 3 katter spise på 5 dager?

Løs oppgavene.

15.30

a Lag et koordinatsystem og tegn en sirkel som har sentrum i punktet (–3, 2) og som går gjennom punktet (1, 2).

b Finn sirkelens:

i radius.

ii omkrets.

iii areal.

c En sirkel har en diameter med endepunkter (– 4, 3) og (– 4, –3). Finn radiusen til sirkelen.

Hvor mange prosent mindre er radiusen til denne sirkelen enn radiusen til sirkelen i a)?

Hjernetrim

1 **a)** Tegn en rett linje som går gjennom disse punktene.

(1, 0,5) (4, 8)

Finn likningen til linjen.

b) Avgjør om grafen til den rette linjen i a) vil gå gjennom disse punktene.

i) (–24, –50) **ii)** (0,4, –1)

2 Avgjør om disse punktene ligger på samme linje:

(–2, 6) **(2, 2)** **(7, –1)**

3 Når grafen til $y = 3x + b$ speiles om y-aksen, får vi grafen til $y = ax - 6$.

Tegn grafene til begge funksjonene.

4 Grafene til disse lineære funksjonene avgrenser et lukket område. Finn arealet av området.

$y = 2x + 6$ $y = -2x + 6$ $y = 2x - 6$ $y = -2x - 6$

5 Et kvadrat i et koordinatsystem ligger slik at hver side er parallell med en av aksene. Hjørnene til kvadratet ligger i hver sin kvadrant, og det ene har koordinater (2, 5). Arealet av kvadratet er 36 arealenheter. Finn likningene til de rette linjene som diagonalene til kvadratet er en del av.

Test deg selv

1 Tegn grafene til disse linjene i samme koordinatsystem.

a) $y = 2x - 4$

b) $y = 3{,}5x + 2$

c) $y = -1{,}5x + 3$

d) $y = 4$

e) $y = -\frac{2}{3}x - 1$

f) $x = -2{,}5$

2 Her ser du verditabellene til tre lineære funksjoner. Finn likningene til funksjonene.

x	y
0	–2
2	4
–1	–5

x	y
0	4
2	3
–4	6

x	y
0	2
2	–3
–2	7

3 Avgjør om punktet vil ligge på grafen til funksjonen $y = -3{,}5x + 4$.

a) (10, –31)

b) (–12, –46)

c) (40, –144)

4 Avgjør om punktet vil ligge på grafen til funksjonen $y = -0{,}25x + 6$.

a) (48, –6)

b) (–84, –27)

c) (6, 4,5)

5 Tallet a er 25 % av tallet b. Hvor mange prosent er b av a?

6 Tallet x er 250 % av tallet y. Hvor mange prosent er y av x?

7 To glass inneholdt samme mengde av en 20 % og en 50 % saltblanding. Halvparten av blandingen på 20 % og en firedel av blandingen på 50 % ble tømt i et tredje glass. Hvor mange prosent salt var det i den nye blandingen?

8 Regn ut.

a) $\dfrac{\frac{5}{6} - 0{,}75}{0{,}4 - \frac{5}{12}}$

b) $\dfrac{0{,}1 - 0{,}35}{\frac{3}{14} - \frac{5}{21}}$

c) $\dfrac{\frac{5}{6} - \frac{8}{15}}{1{,}04 - 0{,}96}$

9 Løs likningene.

a) $\dfrac{3{,}5x + 1}{1{,}5} = 3$

b) $\dfrac{5 - y}{2} = 1{,}5$

c) $\dfrac{8 + 3z}{1{,}5} = 8$

16 Grafisk framstilling av omvendt proporsjonale størrelser

16.1

a Et kjøretøy skal tilbakelegge en strekning på 6 km. Tiden dette tar vil være avhengig av farten.

Skriv av tabellen og fyll ut det som mangler.

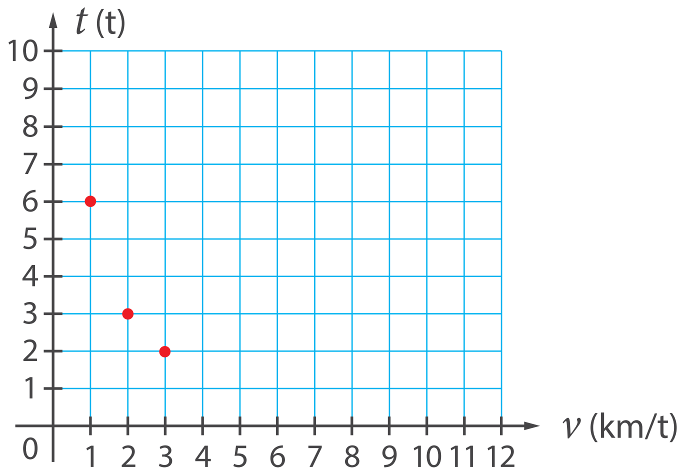
Farten, v	3 km/t	6 km/t	2 km/t	1 km/t	12 km/t	0,5 km/t
Tiden, t	2 t	1 t				

Er v og t proporsjonale størrelser eller omvendt proporsjonale størrelser?

b Hva er sammenhengen mellom tiden t og farten v i eksemplet over? Hvilken av disse funksjonene passer til situasjonen?

$$t = 6v \qquad t = \frac{1}{6}v \qquad t = \frac{6}{v}$$

c Her er 3 av punktene som ligger på grafen til funksjonen $t = \frac{6}{v}$ merket av. Tegn av koordinatsystemet med punktene.



Bruk tabellen i a) og merk av de andre punktene. Forbind punktene med en mest mulig jevn og «glatt» kurve.

Kurven du fikk kalles en **hyperbel**.

d Lag en verditabell til funksjonen $y = \frac{4}{x}$ og tegn grafen. (Ta med minst 6 punkter i tabellen.)

16.2

a Stigningstallet a og konstantleddet b til en rett linje $y = ax + b$ velges ved tilfeldig trekning. a trekkes blant tallene 2 og –3, og b trekkes blant tallene 0 og 4.

Hva er sannsynligheten for at grafen til linjen man får vil:

- i uttrykke en proporsjonal sammenheng?
- ii krysse y–aksen i punktet (0, –2)?
- iii gå gjennom punktet (48, –144)?
- iv gå gjennom punktet (0, 4)?

b Hvis du står fast, prøv å finne ut hvor mange ulike rette linjer det er mulig å lage og hvor mange av disse som tilfredsstiller kravene som er oppgitt.

c Lag en liknende oppgave selv. La en medelev løse oppgaven.

16.3

a Løs likningen.

$$2(x - 1) = x + 5$$

b Hva er likt mellom disse likningene og den forrige?

$$x - 1 = \frac{x + 5}{2}$$

$$\frac{x - 1}{2} = \frac{x + 5}{4}$$

Tror du at de har samme løsning?

c Se hvordan to elever tenkte da de skulle løse likningen $\frac{x-1}{2} = \frac{x+5}{4}$.

Mahdi Her har vi to forhold som er like. Det er altså en proporsjon. Vi kan kryssmultiplisere og omforme likningen til $4(x-1) = 2(x+5)$.

Mari Vi kan utvide brøken $\frac{x-1}{2}$ ved å multiplisere teller og nevner med 2. Da får vi likningen $\frac{2(x-1)}{4} = \frac{x+5}{4}$. Siden de to brøkene har samme nevner, må de også ha samme teller. ...

Gjør ferdig løsningene og sammenlikn svarene.

d Løs likningene.

i $\frac{x-3}{2} = \frac{x+7}{6}$

ii $\frac{y-2}{3} = \frac{y+3}{2}$

iii $\frac{2{,}5z-1}{2} = \frac{z+1}{4}$

iv $\frac{0{,}5u+2}{5} = \frac{u-3}{2}$

v $\frac{v+5}{2} = v+3$

vi $\frac{5w-4}{3} = 2w+3$

16.4

a Gå tilbake til oppgave 16.1. Legg merke til at da vi laget verditabellen og tegnet grafen til $y = \frac{6}{x}$, brukte vi bare positive verdier for x.

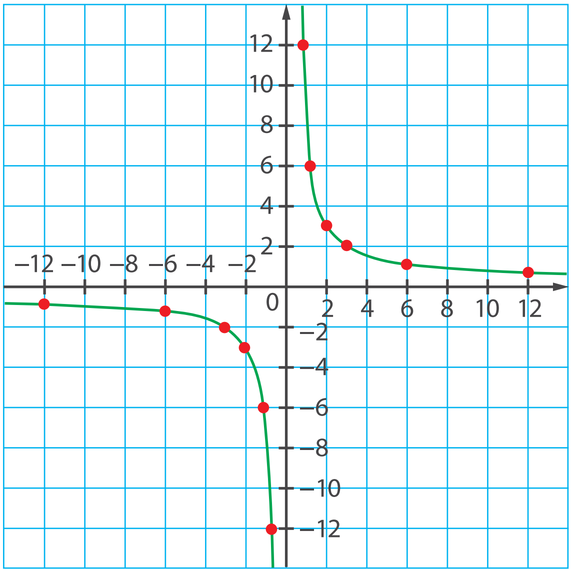
Nå skal vi tegne en ny graf til $y = \frac{6}{x}$, der vi også skal ta med negative x-verdier. Skriv av og fyll ut verditabellen.

x	0,5	1	2	3	6	12	−0,5	−1	−2	−3	−6	−12
y												

Kan du forklare hvorfor $x = 0$ ikke er tatt med?

Tegn grafen til funksjonen $y = \frac{6}{x}$.

b Fikk du en graf som likner denne?



I hvilke kvadranter ligger grafen?

Legg merke til følgende:

1. Grafen består av to atskilte deler. Disse kalles **grener**.
2. Hver gren nærmer seg koordinataksene uten å komme borti eller krysse dem.
3. De to grenene ligger symmetrisk om origo.

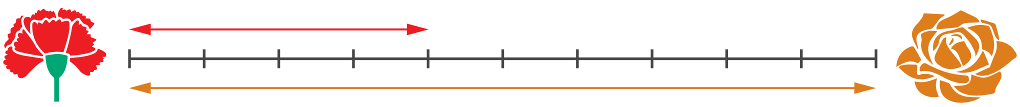
c Tegn grafen til $y = \frac{4}{x}$, og sammenlikn den med grafen til $y = \frac{6}{x}$.

16.5

a Løs oppgaven.

I en butikk var forholdet mellom antall nelliker og antall roser 40 %. Hva var forholdet mellom antall roser og antall nelliker i prosent?

Hvis du står fast, se på tegningen. Du kan også gå tilbake til oppgave 15.5.



b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

I en butikk var forholdet mellom antall nelliker og antall roser 40 %. Hvor mange prosent færre nelliker enn roser var det i butikken?

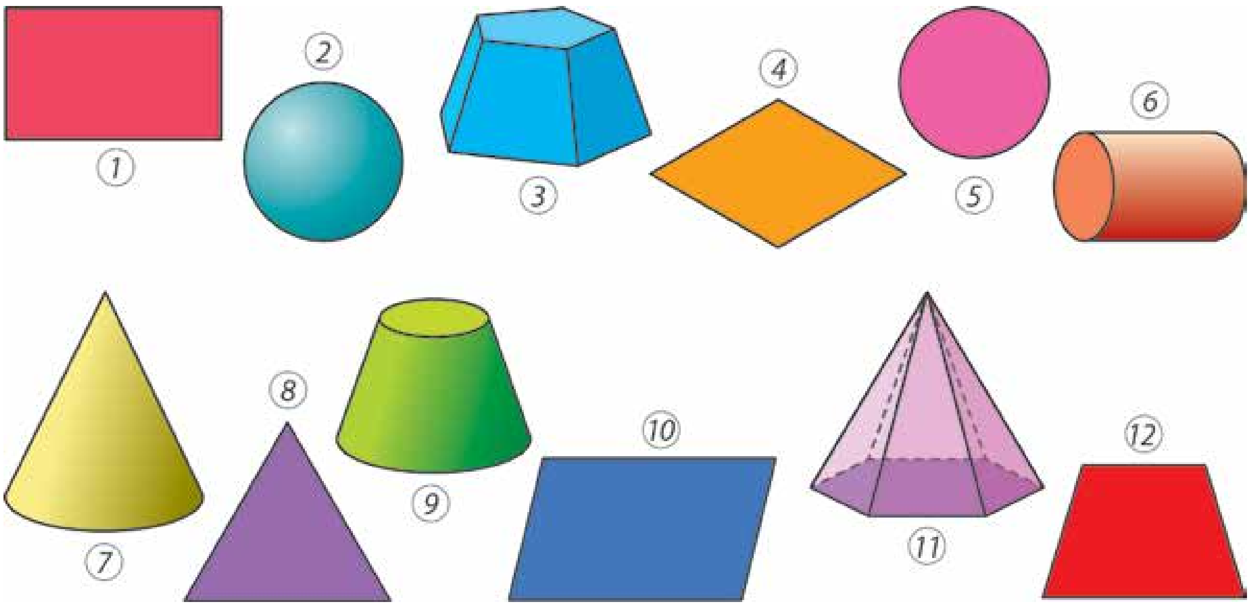
Bruk tegningen til å vise at det var 60 % færre nelliker enn roser.

c Hvor mange prosent flere roser enn nelliker var det i butikken?

d Anta at det var 350 nelliker og roser til sammen i denne butikken. Hvor mange nelliker og hvor mange roser var det?

16.6

a Hva kaller vi disse figurene?



Del figurene inn i to grupper etter den egenskapen du mener er viktigst. Skriv numrene til figurene i hver gruppe.

b Tegn to nye figurer til hver av gruppene.

c Del figurene inn i tre eller fire grupper etter en egenskap du velger selv.

16.7

a Hva er forskjellen mellom disse funksjonene?

$$y = \frac{6}{x} \qquad\qquad y = -\frac{6}{x}$$

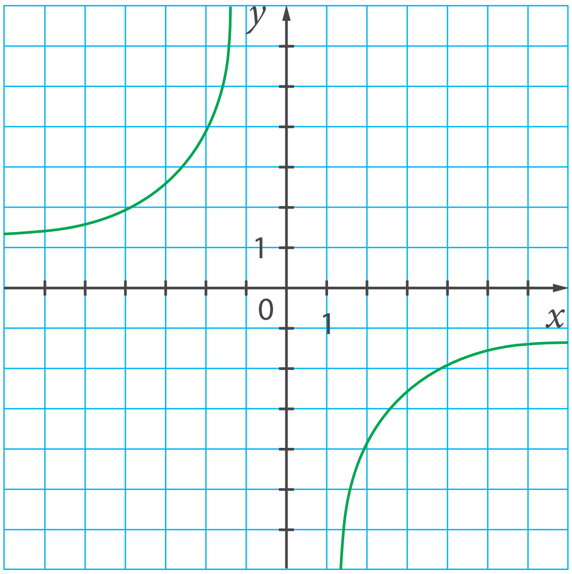
Hva tror du forskjellen mellom grafene til funksjonene vil være?
Hva tror du vil være likt?

Skriv av og fyll ut verditabellen til $y = -\frac{6}{x}$.

x	0,5	1	2	3	6	12	−0,5	−1	−2	−3	−6	−12
y												

Tegn grafen til funksjonen. I hvilke kvadranter ligger grenene til hyperbelen?

b Hva er likningen til denne hyperbelen?



Hva er forskjellen mellom denne grafen og grafen til $y = -\frac{6}{x}$?

c Tegn grafen til funksjonen.

i) $y = -\frac{2}{x}$ **ii)** $y = -\frac{4}{x}$

16.8

a To biler kjørte samme strekning, men i hver sin retning. Den ene bilen kjørte i 56 km/t og brukte 8 t på hele turen. Den andre brukte 7 t. Ved et bestemt tidspunkt underveis var bilene 180 km fra hverandre. Hvor lang tid gikk det fra dette tidspunktet til bilene møttes?

b Anta at bilene i stedet startet fra samme sted og kjørte i samme retning (med samme fart som sist). Hvor lang tid tok det før avstanden mellom dem var 20 km?

c Nina og Mats bor i samme blokk. En dag syklet Nina hjemmefra med en fart på 12 km/t. Litt senere startet Mats å sykle samme vei, med en fart på 16 km/t. En halv time etter at Nina hadde startet, var avstanden mellom dem 2,8 km. Hvor lang tid gikk det fra Nina startet å sykle til Mats startet?

16.9

a Regn ut.

i $1{,}2 - \frac{4}{9} : \frac{16}{27}$

iii $(0{,}7 - 0{,}55) : (0{,}4 - 0{,}28)$

ii $1\frac{5}{6} - 0{,}48 : 0{,}36$

iv $24 : 20 : 16 : 0{,}75$

b Finn to tall blant svarene du fikk som er slik at:

i) det ene er 36 % av det andre.

ii) det ene er 500 % av det andre.

c Finn to tall blant svarene du fikk som er slik at:

i **det ene er 10 % mindre enn det andre.**

ii **det ene er 150 % større enn det andre.**

16.10

a Hvilke av punktene i rammen ligger på hyperbelen?

i $y = \frac{4}{x}$

ii $y = -\frac{20}{x}$

iii $y = -\frac{36}{x}$

(–5, 4)	(9, –4)	(4, 1)
(0,5, 8)	(6, 6)	(2, –10)
(–2, –2)	(–4, –5)	(–18, 2)

Hvilke av punktene ligger ikke på noen av hyperblene?

b Hvis du står fast, multipliser x- og y-koordinaten til hvert punkt. Hvordan kan dette hjelpe deg med å finne ut om det aktuelle punktet ligger på en av hyperblene eller ikke?

c For hver av hyperblene i a), finn enda et punkt som ligger på grafen.

d Vil de to punktene ligge på samme hyperbel?

i) (1, 5) og (2, –2,5)

ii) (3, –3) og (–2, 4,5)

iii) (5, 6) og (10, –3)

iv) (– 6, 4) og (3, – 8)

Hvis svaret er «ja», finn likningen til hyperbelen.

16.11

a Løs oppgaven algebraisk.

Hvor mye vann må man tilsette 4 kg av en 30 % saltblanding for at blandingen skal bli på 25 %?

b Hvis du står fast, la x være mengden med vann som ble tilsatt. Hvilken mening gir disse uttrykkene?

$$0{,}3 \cdot 4 \qquad\qquad 4 + x \qquad\qquad \frac{0{,}3 \cdot 4}{4 + x}$$

Hva skal verdien til det siste uttrykket være ifølge oppgaveteksten?

c Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den.

Hvor mye vann må man tilsette 12 kg av en 70 % saltblanding for at blandingen skal bli på 50 %?

16.12

a Tegn et koordinatsystem og sett av disse punktene.

$A(-4, -2)$ $\qquad$ $B(3, -2)$ $\qquad$ $C(5, 3)$

Bestem koordinatene til et punkt *D* slik at firkanten *ABCD* blir et parallellogram.

Finn arealet av parallellogrammet.

b Velg koordinater til et punkt *E* slik at firkanten *ABCE* blir et trapes, der *AE* ikke er parallell med *BC*.

Finn arealet av trapeset. Sammenlikn svaret med svarene til andre i klassen.

c Punktet $P(-3, -4)$ er sentrum i en sirkel. Velg en radius til sirkelen slik at origo blir liggende innenfor sirkelen.

i **Finn omkretsen til sirkelen.**

ii **Finn arealet av sirkelen.**

16.13

a En rett linje $y = ax + b$ går gjennom punktet (2, 4). Er dette nok informasjon til at du kan sette opp likningen til linjen?

Anta at linjen også går gjennom origo. Kan du nå sette opp likningen? Gjør det hvis du kan.

b En hyperbel $y = \frac{a}{x}$ går gjennom punktet (2, 4). Er dette nok informasjon til at du kan sette opp likningen til hyperbelen? Du kan gå tilbake til oppgave 16.7 hvis du trenger det.

c Sett opp likningen til en hyperbel som går gjennom dette punktet:

i $A(-3, 2)$

ii $B(-1, -3)$

iii $C(3, -3)$

d Sett opp likningen til den rette linjen som går gjennom origo og dette punktet:

i $A(-3, 2)$

ii $B(-1, -3)$

iii $C(3, -3)$

e Tegn grafene til en av de rette linjene og en av hyperblene i c) og d).

16.14

a Les oppgaven.

En båt kjørte med strømmen i en elv og brukte 1 t 45 min på 31,5 km. Farten til båten (slik den ville vært i stille vann) var 13 km/t større enn farten til vannet i elven. Finn farten til båten og farten til vannet i elven.

Vil du løse oppgaven aritmetisk eller algebraisk?
Løs oppgaven.

b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den.

Farten til vannet i en elv var 3 km/t. En båt kjørte 30 km mot strømmen før den snudde og kjørte 40 km med strømmen. Tiden den kjørte oppover elven var den samme som tiden den kjørte nedover. Hva var farten til båten?

16.15

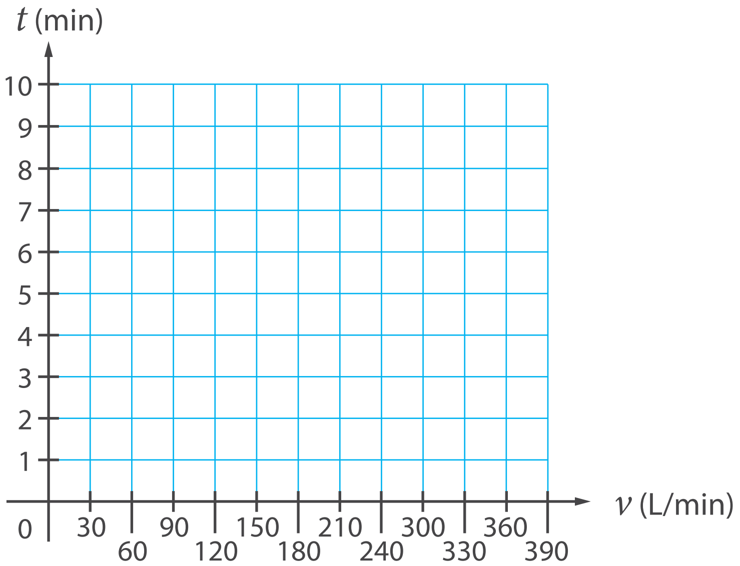
a En tønne har volum 300 dm^3. Tønnen skal fylles med vann fra en slange. Farten til vannet i slangen kan reguleres.

Beskriv sammenhengen mellom hvor mye vann slangen leverer per minutt og tiden det vil ta å fylle tønnen.

Skriv av og fyll ut tabellen. (Rund av til nærmeste tidel hvis det er nødvendig.)

Farten til vannet (liter per minutt)	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
Tiden det vil ta å fylle tønnen (min)	10				2					

b Tegn en graf som viser sammenhengen.

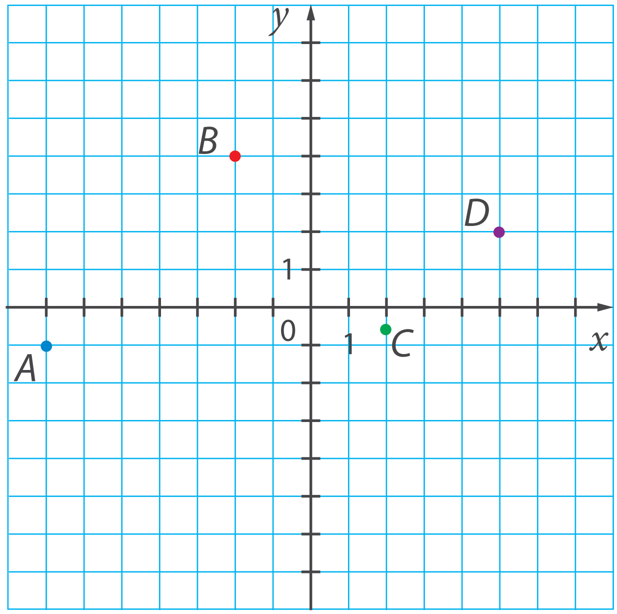


c Hvor lang tid vil det ta å fylle tønnen hvis slangen leverer 50 L vann per minutt?

Anta at man øker vanntrykket slik at slangen leverer 50 % mer vann per minutt. Hvor mange prosent kortere tid vil det da ta å fylle tønnen?

16.16

a Punktene i dette koordinatsystemet ligger på hver sin hyperbel. Finn likninger som passer.



b Hvilke av hyperblene i a) ligger disse punktene på?

i) $(-2, -3{,}5)$

ii) $(0{,}25, -32)$

iii) $(-20, -0{,}5)$

iv) $(0{,}125, -8)$

v) $(28, 0{,}25)$

vi) $(-2{,}5, -4)$

c Hvilke av punktene i a) ligger på disse linjene?

i $y = 0{,}6x - 1$

ii $y = -x - 8$

iii $y = -0{,}5$

16.17

a Sammenlikn oppgavene og løs dem.

I Forholdet mellom lengden til linjestykket *AB* og lengden til linjestykket *CD* er 80 %. Hva er forholdet mellom lengden til *CD* og lengden til *AB* i prosent?

II Forholdet mellom antall gjess og antall ender på en gård er 75 %. Hvor mange prosent færre gjess enn ender er det på gården? Hvor mange prosent flere ender enn gjess er det på gården?

Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 16.5.

b Et rektangel har sider lik lengdene til linjestykkene i oppgave I). Finn arealet av rektangelet når $AB = 6$ cm.

c Tegn en trekant som har et areal som er en tredel så stort som arealet av rektangelet i c).

16.18

a Løs likningene.

i $\frac{1}{2} : (1 - 4x) = \frac{1}{3}$

ii $\frac{1}{4} : (2 - 3y) = 0{,}75$

iii $0{,}25 \cdot (8 - z) = 0{,}75$

iv $1{,}25 \cdot (24 - u) = 2{,}5u$

v $\frac{v + 5}{v - 1} = 3$

vi $\frac{w - 3}{w + 3} = \frac{1}{4}$

b Finn forholdet i prosent mellom:

i v og $z + w$

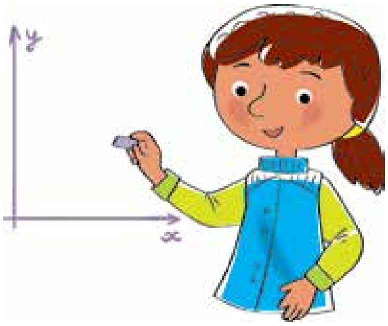
ii $u + w$ og v

iii $\frac{1}{y}$ og $\frac{1}{|x|}$

Hjernetrim

1 Er det mulig å tegne grafene til to ulike hyperbler $y = \frac{k_1}{x}$ og $y = \frac{k_2}{x}$ slik at de har minst ett felles punkt?

2 **Fatima** har tegnet grafene til $y = \frac{4}{x}$ og $y = -\frac{4}{x}$ i samme koordinatsystem. Nå vil hun tegne en rett linje slik at linjen ikke skjærer noen av hyperblene. Er det mulig? Hvis det er mulig, så skriv ned likningene til slike rette linjer.



3 **a)** Tegn grafen til $y = \frac{6}{x}$.

Finn stigningstallet til en rett linje $y = ax$ slik at hyperbelen og den rette linjen ikke vil skjære hverandre.

b) Vil svaret i a) endres dersom grafen til $y = \frac{6}{x}$ erstattes med grafen til $y = \frac{60}{x}$?

Test deg selv

1 Her ser du verditabeller for to funksjoner av type $y = \frac{k}{x}$.

x	y
–2	2
–1	
2	
8	–0,5
4	
–4	
–16	

x	y
8	2
–1	
–4	–4
2	
–2	
–16	
32	

Finn k for hver funksjon og fyll ut resten av tabellene.

2 Finn ut om punktet ligger på hyperbelen $y = \frac{12}{x}$.

a) (8, 1,5) **b)** (0,25, 48) **c)** (– 4, 3)

3 Finn ut om punktet ligger på hyperbelen $y = -\frac{0,5}{x}$.

a) (0,25, –2) **b)** (– 4, 0,25) **c)** (– 0,125, 4)

4 Finn likningen til en hyperbel som går gjennom punktet.

a) $A(3, -8)$ **b)** $B(1, 2{,}5)$ **c)** $C(12, -1{,}5)$

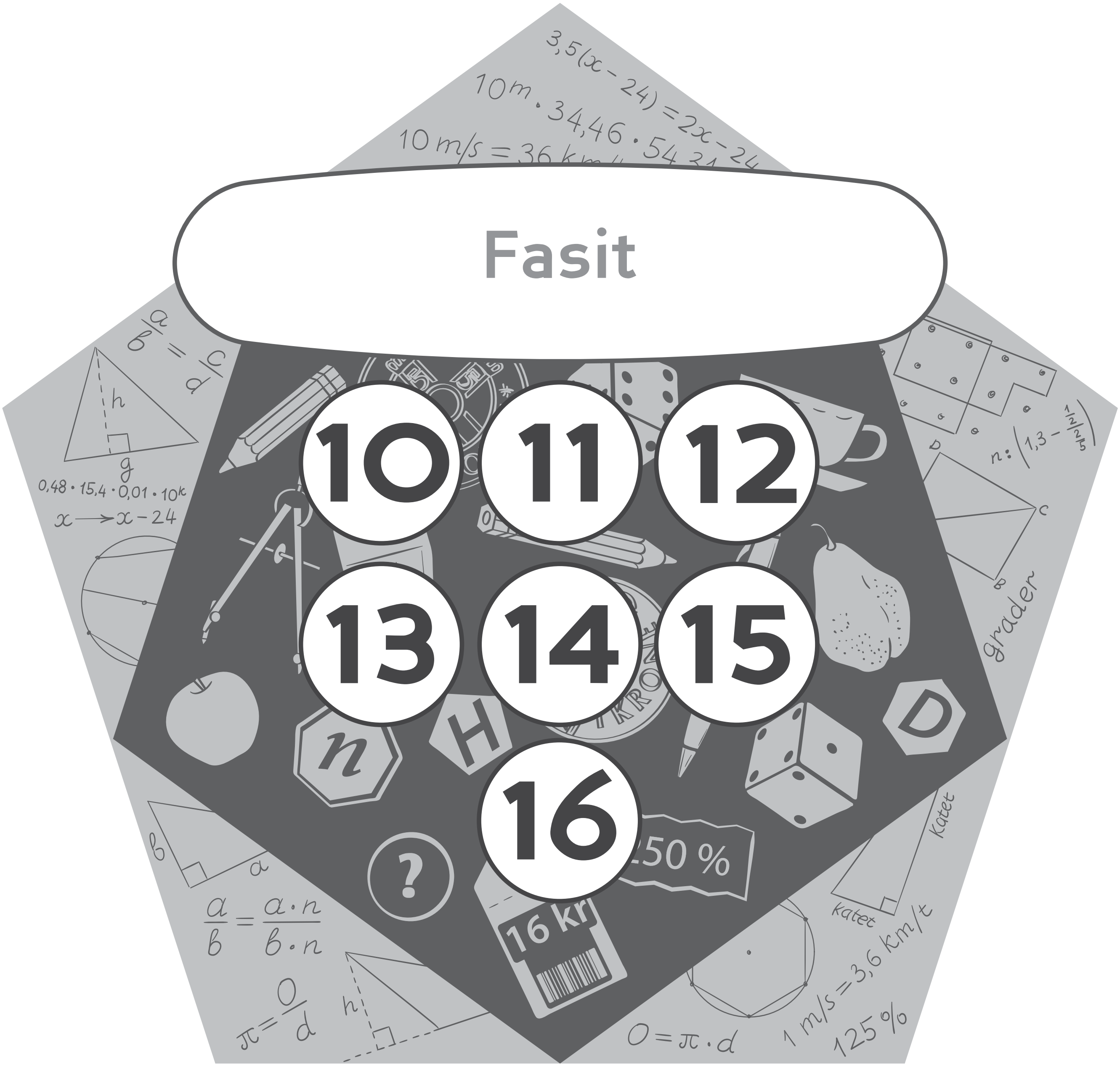
5 Forholdet mellom massen til en katt og massen til en hund er 32 %. Hvor mange prosent tyngre er hunden enn katten?

6 Hvor mye vann må man tilsette 2,5 kg av en 60 % saltblanding for at saltinnholdet skal reduseres til 25 %?

7 Løs likningene.

a) $\frac{1}{5}(45-2x) = \frac{1}{10}x$ **b)** $13{,}5 : (7 - y) = 2{,}25$ **c)** $\frac{2{,}5z+9}{7} = z$

Fasit



10 Rasjonale tall

10.1

a i) $\frac{5}{8}$ ii) $\frac{-7}{4}$ iii) $\frac{2}{-9}$ iv) $\frac{-12}{-3}$

b Ingen fasit.

c i) $\frac{-5}{2}$ ii) $\frac{-5}{8}$ iii) $\frac{12}{5}$

d Ja. Det er uendelig mange måter et helt tall kan skrives som brøk.

10.2

a Ingen fasit.

b Ingen fasit.

c Volum: 480 cm^3. Overflate: 376 cm^2.

d Ingen fasit.

10.3

a Mange løsninger.

b Ingen fasit.

10.4

a $\frac{3}{4}=\frac{-3}{-4}$ $\frac{-3}{4}=\frac{3}{-4}$

b Plasseringen til punktene:

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*
$-\frac{13}{4}=3\frac{1}{4}$	$-\frac{11}{4}=-2\frac{3}{4}$	$-\frac{13}{8}=-1\frac{5}{8}$	$-\frac{9}{8}=-1\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{8}$

c i) $\frac{1}{4}$ ii) $-\frac{8}{5}$ iii) $-\frac{2}{25}$ iv) $\frac{139}{10}$ v) $-\frac{43}{20}$

d Så du at du burde dele enheten inn i 20 like deler?

10.5

a 10 kg, 5 %.

b 12 %, 6%.

c 32 g sukker og 368 g vann. 100 g salt og 1,9 kg vann.

10.6

a i) $a = 63$ ii) $b = -54$ iii) $c = 81$ iv) $d = -84$

b i) $-1{,}5$ ii) $0{,}75$ iii) $-\frac{14}{9}$

10.7

a-b I) 10 II) 20 **c** 15

10.8

a $\frac{3}{2}$ og $-1{,}5$ -5 og $\frac{625}{125}$ $-3{,}6$ og $\frac{18}{5}$ $\frac{4}{6}$ og $-\frac{2}{3}$

b i) $0{,}2$ iii) $-3{,}375$ v) $2{,}25$ vii) 0

ii) $-1{,}4$ iv) $0{,}35$ vi) $0{,}0625$

c i) $\frac{1}{5}$ iii) $-\frac{27}{8}$ v) $\frac{9}{4}$ vii) Mange løsninger.

ii) $-\frac{7}{5}$ iv) $\frac{7}{20}$ vi) $\frac{1}{16}$

d i) $-0{,}5$ og $0{,}5$ iii) $-\frac{3}{10}$ og $\frac{3}{10}$

ii) $-3{,}5$ og $3{,}5$ iv) $-0{,}75$ og $0{,}75$

e Ingen fasit.

10.9

a-b $a = 35$ **c** Ingen fasit. **d** 8 m², 12 m² og 20 m².

10.10

a i) $x = -\frac{15}{2}$ ii) $x = -\frac{15}{2}$ iii) $x = \frac{15}{2}$ iv) $x = -\frac{15}{2}$

b i) $x = -\frac{9}{2}$ iii) $z = \frac{7}{2}$ v) $u = \frac{5}{4}$ vii) $p = -\frac{32}{5}$

ii) $y = -\frac{7}{6}$ iv) $v = -1$ vi) $w = -\frac{8}{3}$ viii) $q = \frac{9}{4}$

c Ingen fasit.

10.11

a I) 75 % II) Ca. 33 % flere.

b I begge oppgavene må 36 endres til 30. I) 62,5 % II) 60 %

c 40 % lengre.

10.12

a i) -4 ii) $-\frac{4}{5}$ iii) $-2,5$ iv) $-0,625$

b i) $\frac{1}{4}$ ii) $\frac{5}{4}$ iii) $\frac{1}{2,5}=\frac{2}{5}$ iv) $\frac{1}{0,625}=\frac{8}{5}$

c

A	B	C
$-\frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{4}$

d Tallene i punkt ii) og vi) er motsatte. De andre er inverse.

e Ingen fasit.

10.13

a i) 3 ii) 6 iii) 10

b En firkant har 2 diagonaler, en femkant 5, en sekskant 9 og en sjukant 14.

c Ingen fasit.

d $0+9=3^2$ $2+14=4^2$ $5+20=5^2$ $9+27=6^2$

10.14

a-b i) Usann Korrigert likhet: $-16-(43-39)=-20$

ii) Usann Korrigert likhet: $21-\big((-12)-39\big)=72$

iii) Sann

iv) Usann Korrigert likhet: $-19-(25-39)-46=-51$

10.15

a $-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$

b i) $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ ii) $\pm 3, \pm 4, \pm 5$

c i) $x<14$ og $|x|>4$

ii) $x<0$, $x\geq 5$ og $-6<x<-2$

iii) $-5<x<5$

10.16

a i) 0,16 iii) $3\frac{3}{8}$ v) 4,05

ii) 2,9 iv) $\frac{4}{25}=0,16$ vi) $\frac{27}{8}=3\frac{3}{8}$

b i) $\pm 2{,}5$ ii) $\pm\frac{7}{4}$ iii) 0 iv) Ingen løsning. v) $\pm 0{,}3$

c Mange løsninger. **d** Mange løsninger.

10.17

a-c Ingen fasit

10.18

a 10 t 48 min. **b** Ventetiden blir kortere, 6 t.

10.19

a i) $a = 3$ ii) $b = -5$ iii) $c = 0$ iv) $d = 2$ v) $e = 3$

b i) $-0{,}6$ ii) 0 iii) 1 iv) 1,5

10.20

a $\frac{9}{-5} = \frac{-27}{15}$, $\frac{3}{2} = \frac{-12}{-8}$ **b** $a \cdot n = b \cdot m$

c i) sann ii) sann iii) usann iv) usann

d $\frac{-12}{15} = \frac{52}{-65}$ $\frac{-12}{15} = \frac{-28}{35}$ $\frac{52}{-65} = \frac{-28}{35}$

$\frac{-9}{-24} = \frac{21}{56}$ $\frac{-15}{48} = \frac{-35}{112}$ $\frac{35}{-15} = -\frac{14}{-6}$

10.21

a 200 g, 150 g. **b** 14 % **c** 9 %

10.22

a Ingen fasit.

b $(-5)^2$, $(-2)^4$, $(-3)^2$, $(-2)^2$, $(-1)^2$, $(-1)^3$, $(-2)^3$, $(-3)^3$, $(-2)^5$

(Verdiene er: 25, 16, 9, 4, 1, –1, –8, –27, –32)

c i) –52 ii) –91 iii) 113 iv) –2 v) –10 vi) 8

10.23

a 30 cm^2 Vinklene er ca. 45° og ca. 135°. **b** Ingen fasit. **c** Ingen fasit.

10.24

a $-32, -27, -7, 12, 17, 23$

b $-2{,}5 < -2\frac{7}{15} < -\frac{12}{5} < -\frac{4}{9} < -\frac{1}{3} < -0{,}25 < 0 < \frac{2}{7} < 0{,}3$

c Mange løsninger.

10.25

a I) Mengden saft og mengden sukker er proporsjonale størrelser.

II) Fart og tid er omvendt proporsjonale størrelser.

b I) 5,6 tonn II) 25 min

c 3600 ganger

10.26

a i) $x = -2$ iii) $z = 39$ v) $v = -5$

ii) $y = 7$ iv) $u = -1$ vi) $w = 15$

b i) 12,5 % ii) 60 % iii) 87,5 %

c Ingen fasit.

10.27

a Den røde har radius 4,5 cm, den blå 5 cm og den grønne 7,5 cm.

b $A_{\text{rød}} \approx 64\ \text{cm}^2$ $A_{\text{blå}} \approx 78{,}5\ \text{cm}^2$ $A_{\text{grønn}} \approx 177\ \text{cm}^2$

c Rød: 4 ganger så stort. Blå: 6,25 ganger så stort. Grønn: 4 ganger så stort.

Hjernetrim

1 -36

2 a) Mange løsninger. b) 24 nye tall (dvs. 12 par med motsatte tall).

3 a) $\frac{7}{9}$ c) $\frac{54}{99}$ e) $\frac{5}{6}$ g) $\frac{11}{18}$

b) $\frac{6}{9}$ d) $\frac{703}{999}$ f) $\frac{8}{15}$ h) $\frac{5}{12}$

Test deg selv

1 Ingen fasit.

2 Ingen fasit.

3 Merker du av tallene $\frac{3}{2}$, $-0{,}7$ og $-\frac{4}{5}$?

4 **a)** 0,36 **b)** $\frac{9}{7}$ **c)** 0,002

5 **a) b)** Mange løsninger **c)** $x = 0$ og $y = 0$.

6 $\frac{-6}{8} = \frac{15}{-20}$ $\frac{6}{-27} = \frac{-10}{45}$ $\frac{-35}{-14} = \frac{5}{2}$ $\frac{27}{-8} = \frac{-54}{-16}$

7 $-0,875 < -\frac{7}{9} < -\frac{4}{5} < -\frac{5}{6} < -0{,}75$

8 $n = 90$

9 6 %

10 **a)** 19 **b)** –2 **c)** 16 **d)** –30

11 Ingen fasit.

11 Regning med rasjonale tall

11.1

a **i)** 543 **ii)** –97 **iii)** 38 **iv)** –119

b-c **i)** $-\frac{19}{24}$ **ii)** $\frac{1}{45}$

d **i)** $\frac{23}{40}$ **iii)** $\frac{16}{105}$ **v)** $-\frac{89}{120}$

ii) $-\frac{47}{48}$ **iv)** $\frac{193}{144}$ **vi)** $-\frac{11}{288}$

11.2

a-c Ingen fasit.

11.3

a **i)** –5 **ii)** 3 **iii)** –3 **iv)** –15

b $-3 : (-5) = 0{,}6$ $-5 : (-15) = 0{,}\overline{3}$ $-5 : 3 = -1{,}\overline{6}$

11.4

a i) -8 ii) 52 iii) 44

b-c i) $-\frac{5}{6}$ ii) $\frac{9}{14}$

d i) $\frac{13}{36}$ iii) $\frac{53}{48}$ v) $\frac{29}{90}$

ii) $-\frac{1}{150}$ iv) $\frac{1}{78}$ vi) $-\frac{3}{80}$

11.5

a-b $\frac{1}{6}$ **c** i) $\frac{1}{2}$ ii) $\frac{1}{2}$ **d** Ingen fasit.

11.6

a i) $a = 12$ ii) $b = -6$ iii) $c = 8$ iv) $d = -4$

b $s = -96$ **c** Ingen fasit.

11.7

a-b De seks første femkanttallene er: 1, 5, 12, 22, 35, 51

c-d De sju første sekskanttallene er: 1, 6, 15, 28, 45, 66, 91

11.8

a i) $\frac{5}{6}$ iii) $-\frac{23}{30}$ v) $-0{,}4$ vii) $-\frac{7}{60}$

ii) $1{,}125$ iv) $-0{,}65$ vi) $-\frac{7}{6}$ viii) $-1{,}25$

b Mange løsninger. **c** Mange løsninger.

11.9

a-b 6 % salt **c** I) 17 % II) 10 %

11.10

a i) -400 ii) -3 iii) -100 iv) 4

b i) Mange løsninger ii) Mange løsninger.

11.11

a i) Nei ii) Ja b i) $-\frac{4}{7}$ ii) $\frac{21}{16}$

c Når de to tallene har samme fortegn, blir produktet positivt. Når de har ulike fortegn, blir det negativt.

d i) $-\frac{3}{10}$ ii) $\frac{25}{21}$ iii) $\frac{4}{7}$ iv) $\frac{1}{5}$

e Mange løsninger.

11.12

a Nr. 1 og 5 er trekantede pyramider, nr. 3 og 4 er firkantede pyramider og nr. 2 er en sekskantet pyramide.

b En åttekantet pyramide har 16 kanter og 9 flater. En nikantet pyramide har 18 kanter og 10 flater.

c n er størst. ($m = 10$, $n = 12$)

11.13

a I) 5 min II) 1 t 20 min b 1 t 12 min

c 2 t 24 min

11.14

a i) $a = 2{,}4$ ii) $a = 3{,}4$ iii) $a = -1{,}6$

b i) $x = 0{,}4$ iii) $z = -0{,}875$ v) $v = -3{,}5$ vii) $m = 1{,}5$

ii) $y = 0{,}24$ iv) $u = 0{,}32$ vi) $w = -\frac{2}{3}$ viii) $n = 22{,}5$

c Ingen fasit.

11.15

a-b i) $-\frac{2}{15}$ ii) $-\frac{2}{9}$ iii) $\frac{55}{12}$

c i) $-\frac{5}{4}$ iii) $\frac{7}{12}$ v) $-\frac{7}{5}$

ii) 1 iv) $-\frac{1}{15}$ vi) $\frac{3}{4}$

d Mange løsninger.

11.16

a 2 : 3 b i) 5 : 9 ii) 11 : 3

c 3 : 4 : 1 d $n = 108$, 2 : 4 : 3

11.17

a i) -720 ii) -8 iii) 125 iv) 6

b Mange løsninger.

c Ingen fasit.

11.18

a Begge trapeser har areal 20 cm^2.

b Ca. 76° og ca. 104°.

c Ca. 22°, ca. 68° og 90°.

d Ingen fasit.

11.19

a Ingen fasit.

b i) $-\frac{1}{9}$ iii) $-\frac{1}{6}$ v) $\frac{1}{2}$ vii) $-\frac{11}{100}$

ii) $-\frac{1}{15}$ iv) -1 vi) 5 viii) $-\frac{1}{6}$

c Ingen fasit.

11.20

a 10

b-c 10

d 10

11.21

a i) $x=\frac{3}{8}$ ii) $x=-\frac{3}{8}$

b i) $x=-\frac{5}{8}$ iv) $u=\frac{1}{2}$ vii) $p=-\frac{1}{8}$

ii) $y=\frac{1}{12}$ v) $v=-\frac{1}{3}$ viii) $q=\frac{9}{8}$

iii) $z=-\frac{11}{12}$ vi) $w=\frac{7}{15}$ ix) $r=0{,}11$

11.22

a i) $-\frac{4}{5}$ ii) $-0{,}63$ iii) $-0{,}63$ iv) $-\frac{4}{5}$

b i) $-19{,}6$ ii) $-\frac{21}{4}$ iii) $-0{,}36$ iv) $-\frac{3}{100}$

c Ingen fasit.

11.23

a-c Ingen fasit.

11.24

a-b Jørgen er 14 år, og Thea er 8 år.

c 10 år

d 4 år

11.25

a **i)** $-\frac{7}{10} = -0,7$ **ii)** $-\frac{1}{2} = -0,5$ **iii)** $\frac{3}{20} = 0,15$ **iv)** $\frac{5}{4} = 1,25$ **v)** $\frac{1}{6}$ **vi)** $-\frac{3}{40} = -0,075$

b **i)** $1,75 = 1,25 - (-0,5)$ **ii)** $-1,1 = 0,15 - 1,25$ **iii)** $\frac{2}{3} = \frac{1}{6} - (-0,5)$

c **i)** $-2,5 = \frac{5}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right)$ **ii)** $-0,5 = \left(-\frac{3}{40}\right) : \frac{3}{20}$ **iii)** $-0,45 = \left(-\frac{3}{40}\right) : \frac{1}{6}$

11.26

a-c Ingen fasit.

d Mange løsninger.

e–f Ingen fasit.

11.27

a **I)** 17 % **II)** 13,6 %

b Ca. 14,2 %

c Ingen fasit.

11.28

a **i)** 30 ° og 150° **ii)** 75° og 105° **iii)** 90°

b $a \perp l$ $b \perp l$

c Diagonalene danner to like spisse og to like stumpe vinkler.

d Diagonalene står vinkelrett på hverandre.

11.29

a-c Ingen fasit.

Hjernetrim

1 **a)** $((-2,8 + (-8,2)) : 5,5)^3 = -8$

b) $(7,5 + (-3) - 3,4)^2 = 1,21$

c) $(4,8 \cdot 0,25 \cdot (1,4 + 0,6))^2 = 5,76$

2 **a)** 247,5 **b)** –266 **c)** 5,75

3 a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 2,5

4 a) 28 b) 21

Test deg selv

1 a) $-\frac{5}{24}$ b) $-\frac{37}{30}$ c) $-\frac{1}{40}$

2 Mange løsninger.

3 a) $-\frac{1}{9}$ b) $\frac{41}{45}$ c) $\frac{1}{72}$ d) $-\frac{16}{15}$

4 Mange løsninger.

5 a) $\frac{13}{15}$ b) $-\frac{2}{15}$ c) $-0,14$ d) $-\frac{7}{60}$

6 a) $-\frac{2}{15}$ b) -2 c) 1,44 d) 75

7 Mange løsninger.

8 a) 1,2 b) 5 c) $-3,75$ d) $-3,2$

9 Mange løsninger.

10 a) 1 b) 1,4 c) $\frac{1}{10}$

11 5 %

12 $\frac{1}{5}$

13 a) To av eksponentene må være partall og en må være oddetall.
b) $d = 5$ og $e = 2$ eller motsatt.
c) $f = 3$, $g = 3$ og h kan være et hvilket som helst oddetall.

14 a) $x = -\frac{2}{5} = -0,4$ b) $y = 0,04$

15 Ingen fasit.

16 Ingen fasit.

12 Koordinatsystem

12.1

a-b

A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*K*	*L*
−9	−3	1	10	−6	3	−4	5

c-e Ingen fasit.

12.2

a I) 8 dager. II) 750 varer. **b** 48 malere.

c $\frac{2}{3}$ dag.

12.3

a i) −1,8 ii) −0,3 iii) −10 iv) 6,25

b i) $-\frac{1}{6}$ ii) −0,12 iii) 1,06

12.4

a Ingen fasit. **b** *B*(1, 9), *C*(7, 7), *D*(10, 5), *E*(3, 4)

12.5

a Ingen fasit. **b** 40 000 km **c** 3200 km **d** 11 000 km

12.6

a-b i) $x = -\frac{4}{9}$ iii) $z = \frac{5}{6}$ v) $s = \frac{7}{9}$

ii) $y = -\frac{7}{10}$ iv) $r = -\frac{21}{25} = -0{,}84$ vi) $t = -\frac{4}{5} = -0{,}8$

c i) $\frac{5}{6} > \frac{7}{9} > -\frac{4}{9} > -0{,}7 > -0{,}8 > -0{,}84$ eller $z > s > x > y > t > r$

ii) $0{,}84 > \frac{5}{6} > 0{,}8 > \frac{7}{9} > 0{,}7 > \frac{4}{9}$ eller $|r| > |z| > |t| > |s| > |y| > |x|$

d i) 5 % større. ii) 87,5 % større.

12.7

a *C*(−1, −6), *D*(7, −3)

b *A* ligger i 1. kvadrant, *B*, i 2. kvadrant, *C* i 3. kvadrant og *D* i 4. kvadrant.

c Punkter med negativ førstekoordinat ligger i 2. og 3. kvadrant.

d

1. kvadrant	2. kvadrant	3. kvadrant	4. kvadrant
$D(1, 7)$	$A(-2, 6)$	$C(-3, -4)$	$B(4, -1)$
	$G(-8, 1)$	$F(-5, -2)$	$E(6, -7)$
			$H(1, -5)$

12.8

a-b Svarene blir like: **I)** 15 **II)** 15 **c** 21

12.9

a 20° **b** Høst: –1°. Vinter: –12,5°.

c-e Mange løsninger.

12.10

a $A(-5, 7)$, $B(6, 0)$, $C(0, -8)$, $D(7, -5)$, $E(-9, -3)$, $F(-3, 0)$, $G(0, 5)$
i) På y-aksen. **ii)** På x-aksen.

b K, Q, R og S ligger på x-aksen. M, N, R og T ligger på y-aksen.

c Mange løsninger.

12.11

a-b **I)** 70 % maursyre. **II)** 30 % sink og 70 % kobber.

c 32 % bly og 68 % tinn.

12.12

a **i)** 1 **ii)** –8 **iii)** 9

b **i)** 12,5 % **ii)** 100 % **iii)** 125 %

c **i)** n må være et partall større eller lik 4.
ii) n må være et oddetall større eller lik 5.
iii) n må være større eller lik 9.

12.13

a 6480 **b** 1,2 m **c** 57 cm, 48 cm, 38 cm

12.14

a-c Ingen fasit.

12.15

a-b **I)** $a = 27$, $b = 54$ og $c = 81$. **II)** $a = 18$, $b = 36$ og $c = 108$.

c 720 kr, 2160 kr og 4320 kr.

12.16

a Sylindere

b Figur 2 og 3 kan settes sammen til en sylinder.

c Ingen fasit.

12.17

a **i)** De ligger symmetrisk om y-aksen.
ii) De ligger symmetrisk om x-aksen.

b $A(9, 8)$, $B(3, 7)$, $C(-3, 7)$, $D(-8, -6)$, $E(-7, 2)$, $F(2, -7)$, $G(-7, -2)$
i) x-koordinatene er like, mens y-koordinatene er motsatte tall.
ii) y-koordinatene er like, mens x-koordinatene er motsatte tall.

c **i)** M og R **ii)** P og L, J og N

d Andrekoordinaten til T må også være -4.

e De kan ligge i 1. og 4. kvadrant eller i 2. og 3. kvadrant. De kan også ligge på y-aksen.

12.18

a **I)** 2500 ganger. **II)** 1,5 kg

b Ingen fasit.

12.19

a **i)** $x = -5{,}4$ **ii)** $y = 0{,}7$ **iii)** $z = 1{,}2$ **iv)** $v = -60$

b Mange løsninger.

12.20

a De ligger symmetrisk om origo.

b Koordinatene er motsatte tall.

c $D(7, -4)$ og $H(-7, 4)$ $F(0, -3)$ og $L(0, 3)$ $G(-5, 1)$ og $K(5, -1)$

d U og V ligger symmetrisk om origo dersom $U(-3, 5)$ og $V(3, -5)$.

12.21

a-b **i)** $\frac{1}{3}$ **ii)** $\frac{1}{2}$

c Sannsynlighetene endres ikke.

d Ingen fasit.

12.22

a Neste tall: 36, 64, 92 og 120

b Ingen fasit.

c De fem første sjukanttallene: 1, 7, 18, 34, 55

12.23

a $A(-4, -5)$, $B(4, -5)$, $C(6, 0)$, $D(3, 6)$, $E(-3, 6)$, $F(-6, 0)$

i) Ingen av hjørnepunktene ligger symmetrisk om x-aksen.

ii) Symmetrisk om y-aksen: *A* og *B*, *C* og *F*, *D* og *E*

b **i)** Ingen av hjørnepunktene ligger symmetrisk om x-aksen.

ii) *C* og *F* ligger symmetrisk om y-aksen.

iii) Symmetrisk om origo: *A* og *D*, *B* og *E*, *C* og *F*

12.24

a $-6°$

b-c Mange løsninger.

d Ingen fasit.

12.25

a Vinklene er ulike (omtrent 80° og 100°, 50° og 130°). To av sidene er ulike. Grunnlinje, høyde og areal (15 cm^2) er likt.

b Ingen fasit.

c Rektangel

12.26

a 15 km/t, 3 km/t.

b 2 t

c 50 %

Hjernetrim

1 **a)** 3 **b)** 1 **c)** 2
Symmetrisk om origo: *M* og *T*, *N* og *S*

2 $-m - n$ vil alltid ha en positiv verdi. $m + n$ vil alltid ha en negativ verdi.

3 $x = -6$ og $y = 8$.

4 a) Nei b) Ja c) Nei

5 a) 19 b) 25 c) 30

6 a) 6 b) 51 c) 20

Test deg selv

1 Ingen fasit (spør læreren).

2 Ingen fasit.

3 a) $A'(-2, -4)$ b) $B'(-5, -3)$

4 $M(-3, -5)$ og $N(-1, 6)$

5 $x = 16$, $y = 64$, $z = 128$

6 10

7 –2,5

8 Mange løsninger.

9 a) –1 b) 0,35 c) –25

10 a) $x = -0{,}6$ b) $y = -6$ c) $z = -0{,}7$ d) $v = -0{,}4$

11 Ca. 21 327 km

12 Ingen fasit.

13 Figurer i koordinatsystem

13.1

a AB er parallelt med x-aksen og har lengde 3.
CD er parallelt med y-aksen og har lengde 5.

b Linjestykket er parallelt med y-aksen.

c i) $JQ = 4$, $LN = 8$ ii) $IM = 6$, $KQ = 4$

d Ingen fasit.

13.2

a 84 % kobber, 9 % sink og 7 % nikkel.

b Ingen fasit.

13.3

a Man trenger ca. $1\frac{3}{4}$ ganger mer maling.

b Sirklene må enten ha radius ca. 1,25 cm eller ca. 0,8 cm. Overflaten blir da enten ca. 44,9 cm^2 eller ca. 42 cm^2.

13.4

a Omkrets 16, areal 15.

b **i) ii)** Mange løsninger. **iii)** $M(0, -5)$ og $N(0, 2)$.

c Mange løsninger.

13.5

a Reza har 20, Simon 24 og Andrine 40.

b 96, 288 og 128.

13.6

a
i) Mange løsninger. Hvis brøken skal være ekte må n være lik 2.
ii) Mange løsninger. Hvis brøken skal være ekte må n være lik 1 eller 3.
iii) $n = 4, 6, 8, \ldots$
iv) $n = 5, 7, 9, \ldots$

b Ingen fasit.

13.7

a $C(3, -4)$ og $D(3, 6)$. Førsteaksen er ikke en symmetrilinje.

b *A og D* må endre koordinater til $A(-3, 4)$ og $D(3, 4)$, eller *B og C* må endre koordinater til $B(-3, -6)$ og $C(3, -6)$.

c De andre hjørnene må ha koordinater (5, 3), (–5, 3) og (–5, –3).
Omkrets 32, areal 60.

13.8

a $\frac{1}{5}$

b Det vil være uendret.

c Ingen fasit.

13.9

a **i)** $x = \frac{13}{30}$ **ii)** $y = \frac{13}{12}$ **iii)** $z = -\frac{11}{60}$ **iv)** $u = -0{,}15$ **v)** $v = -\frac{1}{12}$ **vi)** $w = -0{,}3$

b **i)** $y + v$ **ii)** $x + z$ **iii)** $z + u$ eller $v + w$.

c Ingen fasit.

13.10

a Rettvinklet og likebeint.

b Trekanten i a) har areal 24,5.

c
i) Mange løsninger.
ii) Mange løsninger.
iii) Koordinatene til de siste hjørnene må være (–2, 0) og (0, 4).

d Ingen fasit.

13.11

a I) 4 II) $1\frac{1}{6}$ ganger så stor.

b 12 t 48 min.

c 3,5 ganger større.

13.12

a Kjegler.

b Ingen fasit.

c Den lilla og den grønne kurven i hver figur må være like lange.

d Ingen fasit.

13.13

a Flere løsninger.

b $H(-6, -2)$

c Rombe

d $S(0, -2)$

13.14

a 75 % kobber og 25 % sink.

b 37,5 % kobber og 62,5 % sink.

c Mange løsninger.

13.15

a $-d - c : b \cdot a$ og $(a + c) : (b - d)$

b Mange løsninger.

13.16

a Den minste sirkelen har radius 1 og sentrum i (0, –6).
Den mellomste har radius 2 og sentrum i (–5, 5).
Den største har radius 4 og sentrum i (4, 2).

b Nei.

c i) Større enn 3, men mindre enn 5. ii) Større enn 5.

13.17

a i) $\frac{3}{10}$ ii) $\frac{3}{5}$ iii) $\frac{1}{10}$

b 1

c Ingen fasit.

13.18

a Alle figurene utenom den brune er romber.

b Ingen fasit (bruk gradskive).

c Rød: 9 cm^2. Blå: 4 cm^2. Grønn: 12,5 cm^2. Lilla: 7,5 cm^2.

13.19

a i) $x = -1$ ii) $y = 6$ iii) $z = -\frac{11}{5} = -2{,}2$ iv) $u = \frac{1}{18}$ v) $v = -\frac{7}{20}$ vi) $w = \frac{2}{3}$

b $\frac{1}{18} = 0{,}0555\ldots \approx 0{,}06$ $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots \approx 0{,}67$

13.20

a Omkrets: ca. 25,12. Areal: ca. 50,14.

b i) Ca. 37,68 ii) Ca. 43,96

c Ingen fasit.

13.21

a Overflaten til terningen: 13,5 dm^2. Overflaten til sirkelskiven: ca. 14 cm^2.

b Terningen: ca. 34 mL. Sirkelskiven: ca. 35 mL.

c Ca. 25,5 L.

13.22

a-b Ingen fasit.

c 18 kanter, 8 flater.

d 16 hjørner, 24 kanter, 10 flater.

e Ingen fasit.

13.23

a I) 36 min II) 36 min

b 13,8 min $\approx$ 14 min 7,2 min $\approx$ 7 min

13.24

a Omkrets: 28.

b Ingen fasit.

c Det tredje hjørnet må ha koordinater (0, a) der $a \neq -1$.

13.25

a 18 min

b 12 min

13.26

a Neste figur: 13 fyrstikker. Nr. 20: 61 fyrstikker. Nr. 100: 301 fyrstikker.

b Mange løsninger.

c Andrea har riktig formel.

d Tobias: Vi kan trekke fra (n – 1).
Viktor: Vi kan erstatte med n med (n – 1) eller vi kan trekke fra 3.

13.27

a-b **I)** 44 % jenter og 56 % gutter. **II)** 60 % gutter og 40 % jenter.

c Det var 50 % flere gutter enn jenter og ca. 33 % flere jenter enn gutter.

Hjernetrim

1 Hvis sidene er parallelle med aksene: (5, –3), (5, 2) og (–5, 2)

2 Sirkelen må ha radius 7.

3 **a)** 2 : 3 **b)** 4 : 9

4 8 sek

Test deg selv

1 Mange løsninger.

2 Omkrets 24, areal 35.

3 Mange løsninger.

4 $A = 12$

5 Mange løsninger.

6 a) Radius må være mindre enn 3.
b) Radius må være større enn 3, men mindre enn 5.
c) Radius må være større enn 5.

7 26 % gull og 74 % sølv.

8 a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{5}$

9 a) 0,49 b) 125 c) $-\frac{1}{2}$

10 a) $x = -\frac{1}{18}$ b) $y = -\frac{2}{15}$ c) $z = -\frac{3}{20} = -0{,}15$ d) $v = \frac{3}{2} = 1{,}5$

14 Grafisk framstilling av proporsjonale størrelser

14.1

a i) 2 kr ii) 6 kr iii) 0 kr

b 4 kr

c Grønn graf: 0,50 kr = 50 øre
Rød graf: 1,50 kr
Blå graf: 3 kr

d Ingen fasit.

14.2

a-b Lise 13 år, Kristian er 17 år.

c i) For 11 år siden. ii) For 8 år siden.

14.3

a i) $a = -4$ ii) $b = -3{,}2$ iii) $c = -0{,}9$

b i) 125 % ii) 12,5 % iii) 112,5 %

c i) 25 % større. ii) 77,5 % mindre. iii) Ca. 11 % mindre.

14.4

a I eksemplet med syklisten er antall km 15 ganger større enn antall timer.

b Ingen fasit.

c $s = 15 \cdot t$

d $a = 5 \cdot b$, der a står for antall liter vann og b står for tiden.

e $y = 0{,}8 \cdot x$, der x står for antall liter parafin og y står for antall kg.

f Ingen fasit.

14.5

a-c **I)** 20 % **II)** 70 %

d 15 %

14.6

a Trapes.

b 42

c Ingen fasit.

14.7

a Ingen fasit.

b $y = 3x$ er tegnet på blått, $y = 1{,}5x$ med rødt og $y = \frac{1}{2}x$ med grønt.

c Jo større stigningstall, jo brattere graf.

d Ingen fasit.

e Ingen fasit.

f Ingen fasit.

14.8

a-b 44 %

c **i)** Mindre **ii)** Større **iii)** Større

14.9

a $x = -2$ $y = 18$

b **i)** $z = -2$ **ii)** $u = -12$ **iii)** $v = -0{,}5$ **iv)** $w = 11{,}5$ **v)** $s = 1{,}1$ **vi)** $t = -0{,}1$

c **i)** 115 % **ii)** 5 % **iii)** 25 %

14.10

a x står for tid, y står for temperatur. 1 enhet på x-aksen står for 1 time, 1 enhet på y-aksen står for 1°. Punktet (–2, 4) sier oss at 2 timer før kl. 21 var temperaturen 4°.

b Ingen fasit.

14.11

a-b **I)** 6 **II)** 6

c $\frac{1}{3}$

14.12

a i) $a = 2{,}4$ ii) $b = 1{,}8$ iii) $c = 3$

b b er 40 % mindre enn c.

c a er 50 % av $b + c$.

14.13

a Ingen fasit.

b i) Ja ii) Ja iii) Nei iv) Ja v) Nei vi) Nei

c i) Ja ii) Ja iii) Nei iv) Ja v) Ja vi) Nei

d i) 27 ii) 70 iii) $-3{,}6$

e i) 4,5 ii) -108 iii) $\frac{1}{6}$

14.14

a 2 t, 1 : 2 (eventuelt 2 : 1).

b Per sykler i 8 km/t og Pål i 16 km/t. Avstanden er 48 km.

c Kajakkene har fart 12 km/t og 18 km/t. Bredden på innsjøen er 3 km.

14.15

a Figuren med flest hjørner og flater er den avkuttede pyramiden.
Den vanlige pyramiden har 6 kanter og den avkuttede har 9.

b Bunnen har 4 kanter. Den avkuttede pyramiden har 6 flater og 8 hjørner.
En pyramide med firkantet bunn har 5 hjørner.

14.16

a $y = \frac{2}{3}x$ passer til den blå grafen.
Den røde har likning: $y = x$. Den grønne har likning: $y = 4x$.

b Verditabellen passer til den grønne grafen.

c i) $y = 3x$ ii) $y = -3x$ iii) $y = \frac{2}{5}x$ ev. $y = 0{,}4x$

14.17

a Ingen fasit.

b I) 140 jenter, 112 gutter. II) 90 jenter, 162 gutter.

c Pizzaen kostet 225 kr og kaken 360 kr.

14.18

a i) $x = -\frac{7}{4} = -1{,}75$ ii) $y = \frac{7}{4} = 1{,}75$ iii) $z = -\frac{7}{4} = -1{,}75$

b i) $x = -\frac{22}{3}$ ii) $y = -\frac{25}{4} = -6{,}25$ iii) $z = 2{,}25$ iv) $u = -0{,}48$ v) $v = 31{,}25$ vi) $w = -0{,}036$

14.19

a-b Likningene til de synkende linjene: $y = -2x,\ \ y = -x,\ \ y = -\frac{1}{4}x$

Likningene til de stigende linjene: $y = \frac{1}{3}x,\ \ y = x$

c i) Den lilla. ii) Den blå. iii) Den gule.

d Ingen fasit.

14.20

a-b 12,5 km/t

c i) 50 min ii) 12,5 min

d 4 km/t

14.21

a 6, 24, 60, 120, 210, 336

b $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2)$

c Differansene: 18, 36, 60, 90, 126
Differansene delt med 6: 3, 6, 10, 15, 21 Dette er trekanttall.

Hjernetrim

1. Spiss
2. Mindre enn 45° med x-aksen: $y = 0{,}4x,\ \ y = 0{,}95x,\ \ y = -0{,}6x$
   Mindre enn 45° med y-aksen: $y = 1{,}2x,\ \ y = -1{,}4x,\ \ y = -1{,}05x$
3. Stigningstallene må være av typen a og $-\frac{1}{a}$ (der $a \neq 0$).

Test deg selv

1. Ingen fasit.
2. a) $y = 1{,}5x$ b) $y = -\frac{1}{2}x$ ev. $y = -0{,}5x$ c) $y = \frac{1}{3}x$
3. a) Ja b) Nei c) Ja

4 a) Ja b) Ja c) Nei

5 $a = 48$, $b = 30$.

6 0,6 m/s.

7 a) $x = -0{,}2$ b) $y = -0{,}5$ c) $z = 0{,}24$

15 Lineære funksjoner

15.1

a Ingen fasit.
b Den blå.
c Den grønne.
d Den blå passer til $y = 2x + 3$. De andre likningene: $y = 2x$ og $y = 2x - 4$
e Grafene blir parallelle linjer.

15.2

a 72 km/t
b 6 min

15.3

a i) $\frac{24}{25} = 0{,}96$ ii) $\frac{9}{20} = 0{,}45$ iii) $\frac{3}{2} = 1{,}5$ iv) $\frac{12}{10} = 1{,}2$
b 0,45 og 1,5
c 1,2 og 1,5

15.4

a Ingen fasit
b Ingen fasit.
c Ingen fasit.

15.5

a 80 %, 125 %.
b-c 125 %
d Ca. 67 %.

15.6

a Ingen fasit.
b 10 m/s, 1,25 m/s
c Ingen fasit.

15.7

a Ingen fasit.
b Når $a > 0$, er grafen er stigende. Når $a > 0$, er grafen er synkende.
Når $b = 0$, går grafen gjennom origo. Når $b > 0$, krysser grafen y-aksen over x-aksen. Når $b < 0$, krysser grafen y-aksen under x-aksen.

c Ingen fasit.

d Ingen fasit.

15.8

a-b 15

c Ingen fasit.

15.9

a
i) $x = 20$
ii) $y = 0{,}2$

b
i) $x = \frac{2}{5} = 0{,}4$
ii) $y = 10$
iii) $z = -\frac{1}{400} = -0{,}0025$
iv) $u = 10$
v) $v = \frac{11}{200} = 0{,}055$
vi) $w = -\frac{28}{3}$
vii) $p = \frac{5}{3}$
viii) $q = 5$
ix) $r = -\frac{1}{8} = -0{,}125$

c Ingen fasit.

15.10

a $y = 2{,}5x$. Stigningstallet er 2,5, konstantleddet er 0.

b Grafene er parallelle linjer.

c Konstantleddet er 0.

d Ingen fasit.

15.11

a-b Gutten er 6 år og søsteren 1,5 år.

c 1 år

d 6 år

15.12

a F.eks.: Parallellogram: 1, 3, 6, 7 Trapes: 2, 4, 5, 8

b Ingen fasit.

c 120°, 45°

15.13

a Gruppe 1: 1, 2 Gruppe 2: 3, 4 Gruppe 3: 5, 6, 7

b
1: $y = -\frac{1}{2}x - 3$
2: $y = -\frac{1}{2}x$
3: $y = -2x - 3$
4: $y = -2x + 2$
5: $y = 2x + 3$
6: $y = 2x$
7: $y = 2x - 3$

c Ingen fasit.

15.14

a-b I) 55 % II) 50 %

c 60 %

15.15

a i) 2,5 ii) 0,375 iii) 1,5 iv) 30

b i) 2,5 ii) 1,5 iii) 0,375

15.16

a Ingen fasit. **b** Alle punktene ligger på grafen.

c $A(25, -7)$ $B(40, -13)$ $C(-65, 29)$ $D(8, -0{,}2)$

15.17

a-b Farten til Bo er 4,5 m/s, og farten til Kari er 4,8 m/s.

c Ca. 7 %. **d** Egil plukket 60, Jakob 48 og Mona 72.

15.18

a 1 og 2 er parallellogrammer. 1 er også en rombe.

b Fig. 1: 6. Fig. 2 12. Fig. 3: 12. Fig. 4: 15.

15.19

a Graf 5.

b Blå: $y = 3$ Grønn: $x = -3$ Rød: $y = -2$ Lilla: $x = -2$ Gul: $x = 5$

c De er sammenfallende med aksene. **d** (–1, –3), (2, –3) og (2, 3).

15.20

a Ca. 278 %. **b** Ca. 10,5 kg. **c** Ca. 42 %.

15.21

a A: 2,5 m/s B: 5 m/s C: 7,5 m/s **b** 80 s, 200 m

c Ca. 167 s. **d** Ca. 47 %.

15.22

a $y = 2x + 1$ **b** $y = -\frac{1}{2}x + 2$

c i) $y = x - 2$ ii) $y = -3$ iii) $y = -\frac{1}{4}x + 1$

15.23

a 15 km/t **b** 12 km/t **c** 2 km/t

15.24

a Begge uttrykkene har verdi 2.

b i) $a = -\frac{5}{3}$ ii) $b = -\frac{1}{49}$ iii) $c = \frac{1}{3}$ iv) $d = -\frac{14}{15}$

c $-\frac{5}{3} < -\frac{14}{15} < -\frac{1}{49} < \frac{1}{49} < \frac{1}{3} < \frac{14}{15} < \frac{5}{3}$

15.25

a Ingen fasit.

b Ingen fasit.

c i) $y = 2x + 5$ ii) $y = 2x - 12$

d i) $y = 1{,}5x + 4$ ii) $y = 1{,}5x - 7$

15.26

a 45 %

b 55 %

15.27

a-b i) $x = 5$ ii) $x = 4{,}5$

c i) $x = 17{,}5$ ii) $y = -1$ iii) $z = 2$ iv) $v = 1{,}6$ v) $p = -0{,}5$ vi) $q = -7$ vii) $r = 0{,}5$ viii) $s = 0{,}75$

d i) z og s ii) r og v iii) x og z

15.28

a $y = 3x$

b $y = 3x + 1$ x og y er ikke proporsjonale.

c Ingen fasit.

15.29

a
i) 18 min
ii) 0,24 t = 14,4 min = 14 min 24 sek
iii) 0,1875 t = 11,25 min = 11 min 15 sek

b

Fart, v	4 km/t	6 km/t	10 km/t	15 km/t	20 km/t	30 km/t	50 km/t
Tid, t	1,5 t	1 t	0,6 t	0,4 t	0,3 t	0,2 t	0,12

c I) 300 og 400. II) 30 bokser.

15.30

a Ingen fasit.

b i) $r = 4$ ii) $O \approx 25{,}12$ iii) $A \approx 50{,}24$

c $r = 3$, 25 %.

Hjernetrim

1 a) $y = 2{,}5x - 2$ b) i) Nei ii) Ja

2 Punktene ligger ikke på samme linje.

3 Likningene til linjene: $y = 3x - 6$ og $y = -3x - 6$

4 $A = 36$

5 $y = -x + 1$, $y = x + 3$

Test deg selv

1 Ingen fasit.

2 a) $y = 3x - 2$ b) $y = -\frac{1}{2}x + 4$ c) $y = -2{,}5x + 2$

3 a) Ja b) Nei c) Nei

4 a) Ja b) Nei c) Ja

5 400 %

6 40 %

7 15 %

8 a) -5 b) $\frac{21}{2} = 10{,}5$ c) $\frac{15}{4} = 3{,}75$

9 a) $x = 1$ b) $y = 2$ c) $z = \frac{4}{3}$

16 Grafisk framstilling av omvendt proporsjonale størrelser

16.1

a Omvendt proporsjonale.

b $t = \frac{6}{v}$

c Ingen fasit.

d Ingen fasit.

16.2

a-b i) $\frac{1}{2}$ ii) 0 iii) $\frac{1}{4}$ iv) $\frac{1}{2}$

c Ingen fasit.

16.3

a $x = 7$ **b** Ingen fasit. **c** $y = 7$

d **i)** $x = 8$ **iii)** $z = \frac{3}{4} = 0,75$ **v)** $v = -1$

ii) $y = -13$ **iv)** $u = \frac{19}{4} = 4,75$ **vi)** $w = -13$

16.4

a-c Ingen fasit.

16.5

a 250 % **b** Ingen fasit. **c** 150 %

d 100 nelliker, 250 roser.

16.6

a Planfigurer: 1, 4, 5, 8, 10, 12 Romfigurer: 2, 3, 6, 7, 9, 11

b Ingen fasit. **c** Ingen fasit.

16.7

a Grafen til $y = -\frac{6}{x}$ ligger i 2. og 4. kvadrant.

b $y = -\frac{8}{x}$ **c** Ingen fasit.

16.8

a 1,5 time **b** 2,5 time **c** 12 min

16.9

a **i)** 0,45 **ii)** 0,5 **iii)** 1,25 **iv)** 0,1

b **i)** 0,45 er 36 % av 1,25. **ii)** 0,5 er 500 % av 0,1.

c **i)** 0,45 er 10 % mindre enn 0,5. **ii)** 1,25 er 150 % større enn 0,5.

16.10

a-b **i)** (0,5, 8), (–2, –2), (4, 1)
ii) (–5, 4), (2, –10)
iii) (9, –4), (–18, 2)
(6, 6) og (-4, -5) ligger ikke på noen av hyperblene.

c Mange løsninger.

d i) Nei ii) Ja, $y = -\frac{9}{x}$. iii) Nei iv) Ja, $y = -\frac{24}{x}$.

16.11

a-b 0,8 kg

c 4,8 kg

16.12

a $D(-2, 3)$ gir $A = 35$.

b Ingen fasit.

c Ingen fasit.

16.13

a En linje gjennom (2, 4) og origo har likning $y = 2x$.

b $y = \frac{8}{x}$

c i) $y = -\frac{6}{x}$ ii) $y = \frac{3}{x}$ iii) $y = -\frac{9}{x}$

d i) $y = -\frac{2}{3}x$ ii) $y = 3x$ iii) $y = -x$

e Ingen fasit.

16.14

a 15,5 km/t, 2,5 km/t

b 21 km/t

16.15

a

Farten til vannet (liter per minutt)	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300
Tiden det vil ta å fylle tønnen (min)	10	5	3,3	2,5	2	1,7	1,4	1,25	1,1	1

b Ingen fasit.

c 6 min, ca. 33 %

16.16

a A: $y = \frac{7}{x}$ B: $y = -\frac{8}{x}$ C: $y = -\frac{1}{x}$ D: $y = \frac{10}{x}$

b i) $y = \frac{7}{x}$ ii) $y = -\frac{8}{x}$ iii) $y = \frac{10}{x}$ iv) $y = -\frac{1}{x}$ v) $y = \frac{7}{x}$ vi) $y = \frac{10}{x}$

c i) D ii) A iii) C

16.17

a-b **I)** 125 % **II)** 25 %, ca. 33 %

c 45 cm^2 **d** Ingen fasit.

16.18

a **i)** $x = -\frac{1}{8}$ **ii)** $y = \frac{5}{9}$ **iii)** $z = 5$ **iv)** $u = 8$ **v)** $v = 4$ **vi)** $w = 5$

b **i)** 40 % **ii)** 325 % **iii)** 22,5 %

Hjernetrim

1 Nei

2 $y = 0$ (dvs. x-aksen) eller $x = 0$ (dvs. y-aksen)

3 **a)** Stigningstallet må være negativt. **b)** Nei

Test deg selv

1 $y = -\frac{4}{x}$, $y = \frac{16}{x}$

2 **a)** Ja **b)** Ja **c)** Nei

3 **a)** Ja **b)** Nei **c)** Ja

4 **a)** $y = -\frac{24}{x}$ **b)** $y = \frac{2,5}{x}$ **c)** $-\frac{18}{x}$

5 212,5 %

6 3,5 kg (dvs. 3,5 liter)

7 **a)** $x = 18$ **b)** $y = 1$ **c)** $z = 2$

Matematikk 5-7 er et læreverk som baserer seg på Vygotskys syn på opplæring og Zankovs undervisningsmodell. Det er en fortsettelse av læreverket Matematikk 1-4.

Matematikk 7 er et gjennomarbeidet læreverk som legger stor vekt på observasjon, analyse og logisk tenkning. Her finner man både oppgaver som egner seg for samarbeid og oppgaver som egner seg for individuelt arbeid. Verket gir gode muligheter for å skape en livlig dialog i klasserommet og for å gjennomføre en tilpasset undervisning som er spennende og lærerik for alle. Et av de viktigste målene er at elevene skal lære å lære.

Matematikk 7 består av følgende komponenter:

Grunnbok A og B
Oppgavebok A og B
Lærerveiledning A og B

◆

www.matematikklandet.no

ISBN 978-82-93729-31-0