Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus

MATEMATIKK

Bokmål

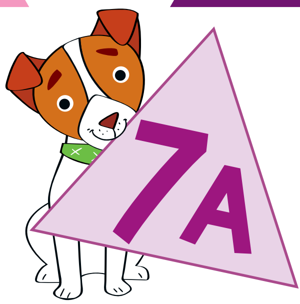
7A

Grunnbok

BARENTSFORLAG

Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus

MATEMATIKK



grunnbok

BARENTSFORLAG

Matematikk Grunnbok 7A er en del av læreverket Matematikk 5-7.

1. utgave/1. opplag 2020

Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus, Universitetet i Stavanger
Illustratør: Aleksandra Thomson

Trykkeri: Neografia, Slovakia

Forfatterne ved Universitetet i Stavanger har mottatt støtte fra Sandnes kommune.

ISBN 978-82-93729-30-3

Alle henvendelser om utgivelse av læreverket kan rettes til:
Barentsforlag
Fr. Nansensgt. 11
9900 Kirkenes
E-post: post@barentsforlag.com
www.barentsforlag.com
www.matematikklandet.no

INNHOLD

1 Forhold mellom tall

1.1

a Svar på spørsmålene ved å lage uttrykk som passer.

i) Hvor mange ganger større er 20 enn 5?
ii) Hvor stor brøkdel er 5 av 20?

b **i)** Et tall a er 5 ganger så stort som et tall b. Hva kan a og b være?
ii) Et tall c er $\frac{1}{5}$ så stort som et tall d. Hva kan c og d være?

Finn flere mulige svar.

c **i)** Løs oppgaven ved å lage et uttrykk som passer.

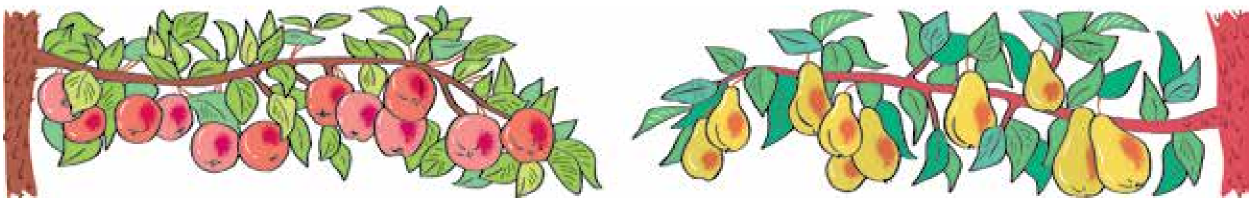
I en klasse er det 12 gutter og 8 jenter. Hvor mange ganger større er antall gutter enn antall jenter?

ii) Lag et uttrykk som passer for å finne tallet som mangler.

I en klasse er det 12 gutter og 8 jenter. Det er … så mange jenter som gutter.

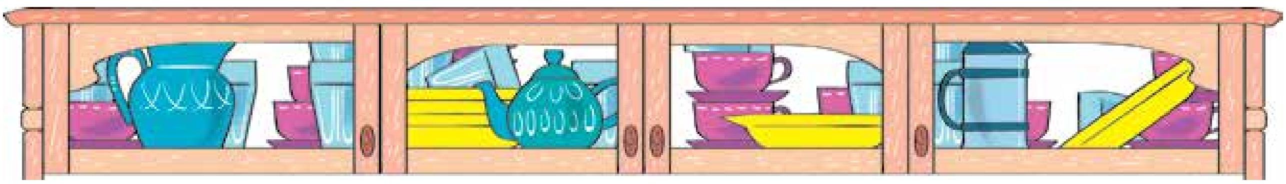
d **i)** Sett inn tall slik at det blir $\frac{2}{5}$ så mange pæretrær som epletrær:

I en hage er det … epletrær og … pæretrær.



ii) Sett inn tall slik at det blir 3,5 ganger så mange glass som kopper:

I et kjøkkenskap er det … glass og … kopper.



1.2

a Løs oppgaven algebraisk.

Moren til Elena er 5 ganger så gammel som Elena. Om 6 år vil hun være 3 ganger så gammel som Elena. Hvor gamle er de nå?

b Hvis du står fast, la x være alderen til Elena. Hva står uttrykket $5x$ for? Lag uttrykk som viser hvor gamle Elena og moren er om 6 år. Hva er sammenhengen mellom disse uttrykkene ifølge oppgaveteksten?

c Hva er forskjellen mellom denne oppgaven og den forrige?

Faren til Egil er 27 år eldre enn Egil. Om 2 år vil han være 4 ganger så gammel som Egil. Hvor gamle er de nå?

Løs oppgaven.

1.3

a Hva er likt for disse uttrykkene?

$$4:5 \qquad 20:4 \qquad \frac{2}{3} \qquad \frac{1{,}5}{7{,}5} \qquad a:b \qquad \frac{b}{a}$$

Når vi deler et tall med et annet, sier vi at vi finner **forholdet** mellom de to tallene. Tallet vi får sier oss hvor mange ganger større det første tallet er enn det andre, eventuelt hvor stor brøkdel det første tallet er av det andre. Dette tallet kalles også **forholdstallet**.

b Gå tilbake til oppgave 1.1. Fant du forholdet mellom noen tall da du jobbet med oppgaven? Hvilke?

Hva er forholdet mellom antall gutter og antall jenter i punkt c)? Hva forteller forholdstallet oss?

Forholdet $4:5$ eller $\frac{4}{5}$ kan leses «4 til 5».
Les de andre forholdene som er oppgitt i a).

c Skriv forholdet mellom disse tallene på to ulike måter.

i 5 og $2{,}5$

ii 18 og 10

iii $0{,}1$ og $\frac{1}{3}$

Skriv forholdene enten som et naturlig tall eller et desimaltall.

d Tegn linjestykker $AB = 6$ cm og $CD = 4$ cm.
Skriv ned et forhold mellom lengdene til linjestykkene. Kan forholdet du skrev uttrykkes som et naturlig tall? Som et endelig desimaltall?

e Et rektangel *ABCD* har omkrets 28 cm. *AB* er 4 cm lengre enn *BC*. Finn *AB* og *BC*.

Skriv ned forholdet mellom *AB* og *BC*. Kan forholdet uttrykkes som et endelig desimaltall?

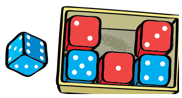
f Et annet rektangel har areal 24 cm^2. Velg passende sidelengder og skriv ned et forhold mellom dem.

1.4

a Du kaster en vanlig terning med 6 sider. Hva er sannsynligheten for at du får:

i en sekser?

ii et partall?



Skriv svarene som brøk (forkort brøken så mye som mulig).

b Hvis du står fast, tenk over på hvor mange måter antall øyne kan bli seks eller et partall.

c Hva er sannsynlighet for at terningkastet gir:

i et oddetall?

ii et sammensatt tall?

(Husk: Et **sammensatt tall** er et naturlig tall større enn 1 som ikke er et primtall.)

d Du kaster en rød og en grønn terning. Hvor mange utfall kan du få? (Et **utfall** er resultatet av et forsøk, i dette tilfellet resultat av et terningkast.)

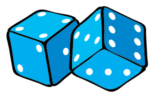
Hvis du står fast, se på tabellen – på hvilken måte kan den hjelpe deg? (Hvordan kan tallene i tabellen knyttes til terningene?)

11	12	13	14	15	16
21	22	23	24	25	26
31	32	33	34	35	36
41	42	43	44	45	46
51	52	53	54	55	56
61	62	63	64	65	66

Hva er sannsynligheten for at:

i) summen av antall øyne blir 12?
ii) produktet av antall øyne blir 12?

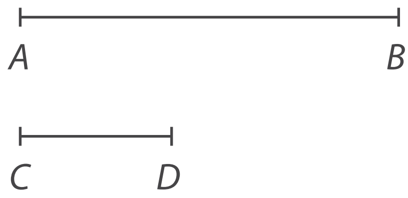
e Lag en oppgave som handler om å kaste to terninger der man må finne sannsynligheten for en hendelse. (En **hendelse** kan bestå av ett eller flere utfall.)



La en medelev løse oppgaven.

1.5

a Til høyre ser du to linjestykker, *AB* og *CD*.
Tegn et linjestykke som er:



i) 20 % lengre enn *AB*.
ii) 200 % lengre enn *CD*.

Hvilket av de to nye linjestykkene er lengst?

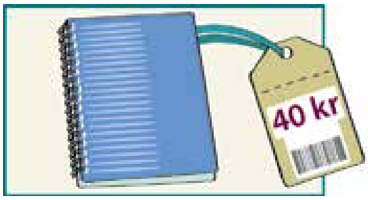
b Tegn et linjestykke $MN = 4$ cm.

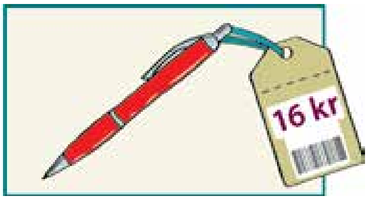
i) Hvor mange prosent lengre er *MN* enn *CD*?
ii) Hvor mange prosent kortere er *MN* enn *AB*?

1.6

a Løs oppgavene ved å lage uttrykk som passer.

I En skrivebok koster 40 kr, og en penn koster 16 kr. Hvor mange ganger dyrere er boken enn pennen?





II En klasse med 24 elever hadde en prøve i matematikk. 8 av elevene fikk maksimal poengsum på prøven. Hvor stor del av elevene fikk maksimal poengsum?

Hva kalles uttrykkene du laget?

b La m og n være to tall der m er større enn n. Hva forteller divisjonen $m : n$ oss?

Hva om m er mindre enn n – hva forteller divisjonen $m : n$ oss da?

Hvis $m > n$, viser forholdet $m : n$ eller $\frac{m}{n}$ hvor mange ganger større m er enn n.

Hvis $m < n$, viser forholdet $m : n$ eller $\frac{m}{n}$ hvor stor brøkdel m utgjør av n.

c Tarjei er 10 år, og Stine er 4 år. Skriv ned ulike uttrykk som kan brukes for å sammenlikne alderen til de to barna. Hva viser uttrykkene dine? Er noen av uttrykkene forhold? Hvilke?

d I en grønnsaksåker er det 12 rader med gulrøtter og 18 rader med poteter. (Alle radene er like lange.) Hva viser forholdene 18 : 12 og $\frac{12}{12+18}$?

Hvilke andre forhold kan du lage som passer til eksemplet? Skriv dem ned og forklar meningen bak hvert uttrykk.

e I en kasse er det 16 røde, 20 grønne og 12 gule epler. Skriv ned noen forhold som gjør det mulig å sammenlikne antall epler av ulike farge.

Gjør forholdene om til naturlige tall eller desimaltall.

1.7

a Løs oppgaven – legg merke til hvilke måleenheter som er brukt.

En syklist og en fotgjenger befant seg 27,6 km fra hverandre. De startet samtidig og beveget seg mot hverandre. Farten til fotgjengeren var 4 km/t, mens farten til syklisten var 4 m/s. Hvor lang tid tok det før de møttes?

10 m/s = 36 km/t

1 m/s = 3,6 km/t

b Hva om farten til fotgjengeren var 50 % større og farten til syklisten var 25 % større – hvor lang tid ville det da tatt før de møttes? Oppgi svaret i antall minutter.

c Lag en egen oppgave der noen beveger seg enten mot hverandre eller etter hverandre og der man må bruke prosentregning for å løse oppgaven.

La en medelev løse oppgaven.

1.8

a Erstatt hver bokstav med det minste naturlige tallet som gjør at verdien til uttrykket vil bli et naturlig tall.

i) $10^a \cdot 15{,}8$ **ii)** $2{,}67 \cdot 10^b$ **iii)** $7{,}3 \cdot 4{,}57 \cdot 10^c$ **iv)** $0{,}33 \cdot 0{,}534 \cdot 10^d$

Forklar hvordan du fant tallene. Sjekk svarene ved å regne ut.

b Finn en verdi for m slik at verdien til $10^m \cdot 34{,}46 \cdot 54{,}31$:

i) har 3 desimaler.

ii) har 1 desimal.

iii) blir et naturlig tall.

c Lag egne oppgaver som passer til uttrykket. $0{,}48 \cdot 15{,}4 \cdot 0{,}01 \cdot 10^k$

Løs oppgavene eller la en medelev løse dem.

1.9

a Svar på spørsmålene ved å lage uttrykk som passer.

i) Hvor stor brøkdel er 6 av 15?

ii) Hvor mange ganger større er 15 enn 6?

iii) Hvor mange prosent er 6 av 15?

iv) Hvor mange prosent er 15 av 6?

b Hva er forholdet mellom 6 og 15? Mellom 15 og 6?

Forhold kan også uttrykkes med prosent. I a) fant du at forholdet mellom 6 og 15 er 40 % og at forholdet mellom 15 og 6 er 250 %.

Hvordan finner man forholdstall i prosent?

c Uttrykk disse forholdstallene i prosent.

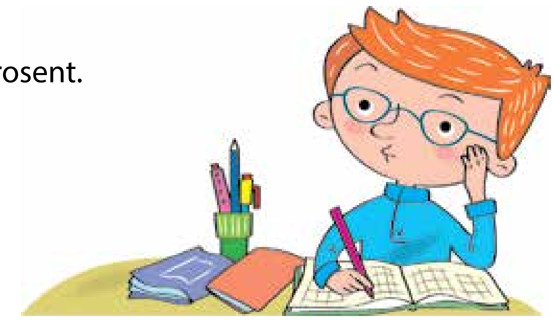
i 13 : 20 | ii 21 : 14 | iii 0,45 : 1,5 | iv 0,24 : 0,15

d Finn to tall slik at forholdet mellom dem blir:

i 60 % | ii 200 % | iii 350 % | iv 5 %

e Lag egne oppgaver som handler om forholdstall i prosent.

Løs oppgavene.



1.10

a Løs oppgaven.

For å fylle vann i et basseng kan man velge mellom tre slanger. Med den ene tar det 8 minutter å fylle bassenget. Med den andre tar det 150 % lengre tid enn med den første. Med den tredje tar det 400 % lengre tid enn med den første. Hvor lang tid tar det å fylle bassenget hvis alle slangene brukes samtidig?

Hvis du står fast, tenk over hvor stor del av bassenget hver slange fyller på 1 minutt. Hva om alle brukes samtidig?

b Anta at alle slangene brukes. Hvor lang tid tar det å fylle:

i) 50 % av bassenget?

ii) 30 % av bassenget?

c Lag en oppgave der noen gjør en jobb sammen og der man må bruke prosentregning for å løse oppgaven. Løs oppgaven.

1.11

a I rammen er lengden til noen linjestykker gitt.

Finn forholdet mellom:

i) *AB* og *KL*

ii) *EF* og *CD*

iii) *GH* og *EF*

iv) *KL* og *GH*

$AB = 5$ cm
$CD = 2$ dm
$EF = 0{,}8$ dm
$GH = 0{,}1$ m
$KL = 2{,}5$ cm

Uttrykk forholdstallene både som et naturlig tall eller desimaltall og som prosent.

b Tegn to linjestykker slik at forholdet mellom lengdene blir:

i 60 %

ii 125 %

iii 20 %

iv 250 %

1.12

a Et kvadrat *ABCD* har sider 4 cm. Tegn et kvadrat *EFGH* med sider som er 50 % lengre enn sidene i *ABCD*.

b Hvor mange prosent større er arealet av *EFGH* enn arealet av *ABCD*? Hva er forholdstallet mellom arealet av *EFGH* og arealet av *ABCD*?

c Tegn et rektangel med sider 6 cm og 4 cm.

Tegn et kvadrat slik at omkretsen til kvadratet blir 40 % mindre enn omkretsen til rektangelet.

d Lag et uttrykk som viser forholdet mellom arealene av rektangelet og kvadratet i c).

Lag et uttrykk som viser det samme forholdet i prosent.

1.13

a Løs oppgavene ved å sette opp forhold som passer. Skriv forholdene som desimaltall.

i **Hvor mange ganger lengre er 150 cm enn 120 cm?**

ii **Hvor stor brøkdel er 0,8 L av 2 L?**

b Fikk du 0,4 som svar på den ene oppgaven?

Legg merke til at forholdstallet i begge tilfellene er et tall.

> *Forholdet mellom to størrelser av samme art (lengde, areal, volum, masse, osv.) er et tall.*

c Finn forholdet mellom:

i) arealet av et kvadrat med sider 6 cm og arealet av et kvadrat med sider 10 cm.

ii) volumet av en terning med sider 2 dm og volumet av en terning med sider 1 dm.

iii) prisen på en TV til kr. 4 800 og prisen på en PC til kr. 24 000.

iv) lengden på en skoletime og lengden på et friminutt på skolen din.

Skriv forholdstallene som et naturlig tall eller et desimaltall.

1.14

a Forholdet mellom farten til en båt (slik den ville vært i stille vann) og farten til vannet i en elv er 15 : 1. Båten kjører med strømmen og bruker 30 min på 12 km. Finn farten til båten (i stille vann) og farten til vannet i elven.

b Hvis du står fast, tenk over hvor mange ganger større farten til båten er enn farten til vannet. Hvilken opplysning i teksten gir informasjon om dette?

c En båt med samme fart som båten i a) kjørte i 20 min på en innsjø. Deretter kjørte den oppover den samme elven som i a). Til sammen kjørte båten 21,5 km. Hvor lenge kjørte båten i elven før den var framme?

d Finn passende tall å sette inn i teksten.

Forholdet mellom farten til vannet i en elv og farten til en båt (slik den ville vært i stille vann) er 1 : 17. Båten kjørte med strømmen og brukte … min på … km. Finn farten til båten og farten til vannet i elven.

La en medelev løse oppgaven.

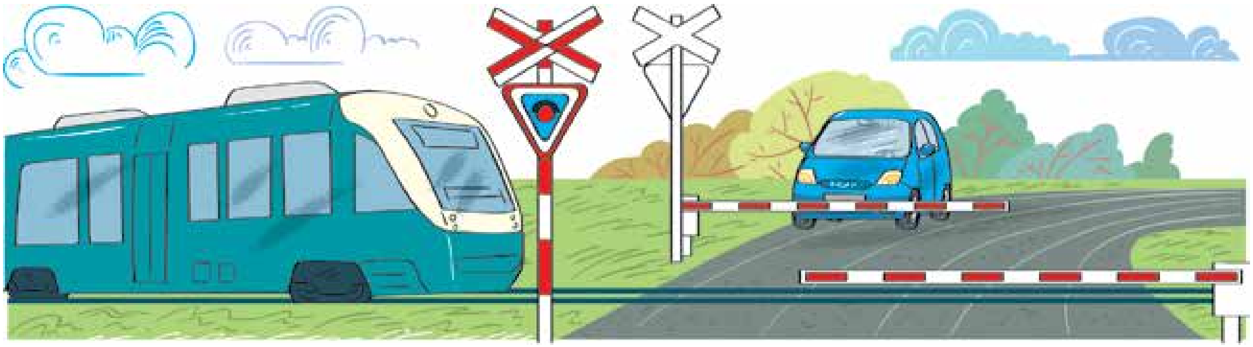
1.15

En bil brukte 2 timer på 160 km, mens et tog brukte 40 sek på 1000 m.

a Regn ut forholdet mellom strekningen bilen kjørte og strekningen toget kjørte. Har dette forholdet noen benevning (f.eks. km eller t)?

Hvis du ikke kan svare, gå tilbake til oppgave 1.13.

b Regn ut forholdet mellom strekningen toget kjørte og tiden det brukte på strekningen. Bør dette forholdet oppgis med benevning?



Forholdet mellom to størrelser av ulik art er en ny størrelse.

c Hva heter størrelsen som man får når man finner forholdet mellom tilbakelagt strekning og tiden som er brukt?

Hvilke måleenheter er det naturlig å bruke hvis du skal oppgi farten til bilen og farten til toget i a)?

Var det bilen eller toget som kjørte fortest?

d Farten til en fotgjenger er 4 km/t, farten til en syklist er 6 m/s og farten til en hund er 24 km/t. Uttrykk hver fart som et forhold mellom størrelser – velg egne tall som passer.

1.16

a Finn verdien til $n : \left(1{,}3 - \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{5}}\right)$ når:

i $n = 1$

ii $n = 10$

Hva må n være for at verdien til uttrykket skal være større enn 1000, men mindre enn 1100?

b Velg ett av uttrykkene og lag en oppgave som passer til.

i $\left(\frac{3}{\frac{1}{4}} - \frac{\frac{9}{2}}{\frac{3}{4}}\right) : m$

ii $\left(\frac{15}{\frac{0{,}5}{0{,}8}} - \frac{\frac{22{,}5}{0{,}3}}{5}\right) : m$

La noen medelever løse oppgaven din.

1.17

a Forholdet mellom tallet m og tallet n er 0,25. Hva er forholdet mellom n og m?

Hva er spesielt med de to forholdstallene?

Hvis du står fast, multipliser tallene. Hva fikk du?
Husker du hva vi kaller to slike tall?

Gi et eksempel på to andre tall med samme egenskap.

b Forholdet mellom u og v er 80 %. Hva er forholdet i prosent mellom v og u? Kom med et eksempel på hva u og v kan være.

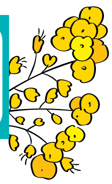
c Et rektangel har omkrets 24 cm. Den ene siden er 1 dm lengre enn den andre. Finn forholdet mellom den lengste og den korteste siden, og mellom den korteste og den lengste.

d En bonde har en åker med areal 3,2 km^2. En del av åkeren brukes til å dyrke hvete, mens resten brukes til å dyrke raps. Forholdet mellom arealet til området med raps og arealet til området med hvete er 3 : 5.

i **Hvor stort areal brukes til hvete og hvor stort areal brukes til raps?**

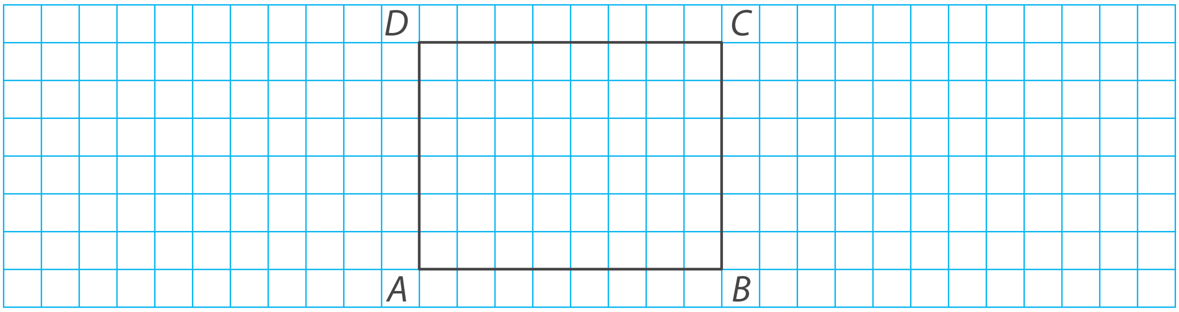
ii **Hvor stor brøkdel av hele åkeren brukes til hvete?**

iii **Hvor stor brøkdel av hele åkeren brukes til raps?**

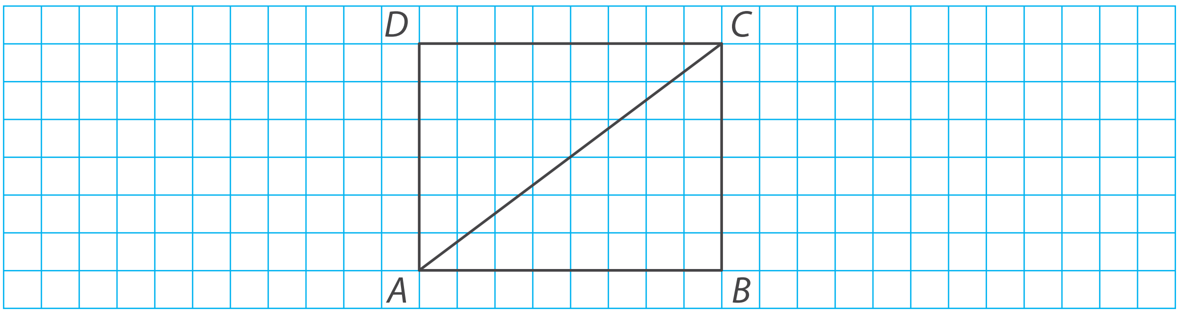


1.18

a Finn arealet av rektangelet *ABCD*. Forklar hvordan du fant det.



b Hva er nytt på denne tegningen?

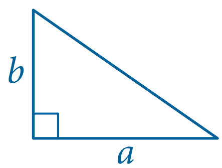


Finn arealet av trekantene *ABC* og *ACD*.
Forklar hvordan vi kan finne arealet av en rettvinklet trekant.

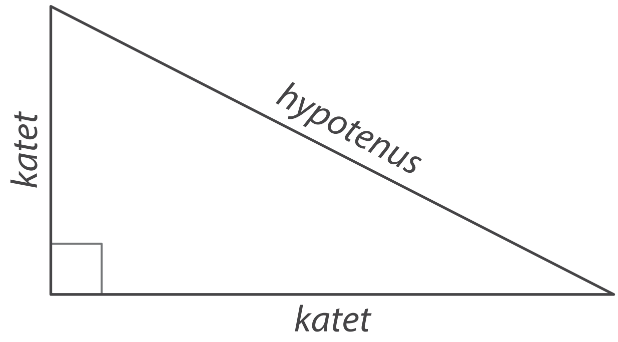
Sammenlikn forklaringen din med denne:

Arealet av en rettvinklet trekant *er lik halvparten av produktet av katetene i trekanten:*

$$A = \frac{1}{2} \cdot ab$$

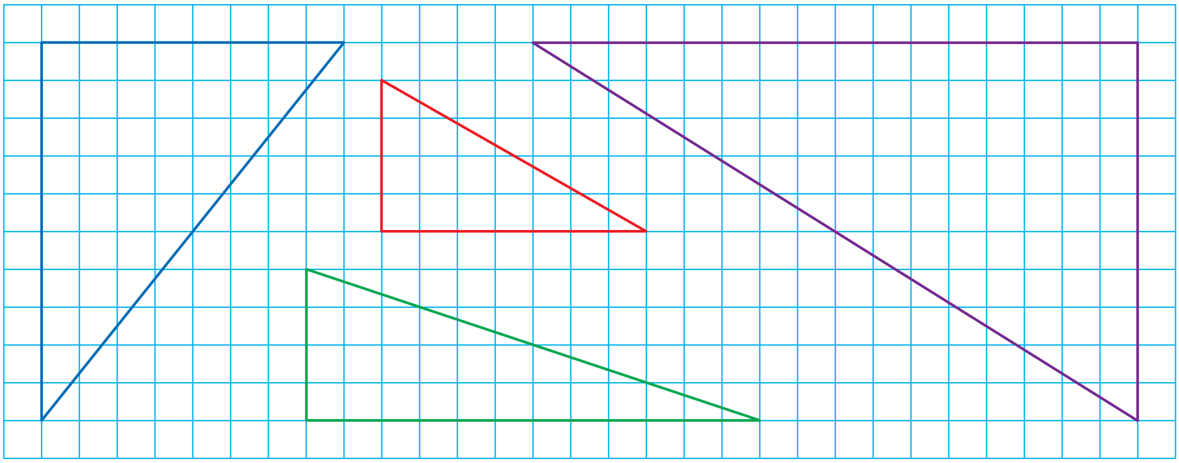


Husker du ikke hva en katet var? Se på denne tegningen:



(Ordene katet og hypotenus brukes kun om sider i en rettvinklet trekant.)

c Finn arealene av trekantene.



d Tegn en trekant med areal 24 cm^2.

Sammenlikn din trekant med trekantene til de andre i klassen.

Hjernetrim

1 m og n er to naturlige tall ulik 1. Produktet av tallene er 215.

Hva kan forholdet $m : n$ være?

Skriv forholdet som brøk. Gjør om til endelig desimaltall hvis det er mulig.

2 m og n er to naturlige tall ulik 1. Produktet av tallene er 1001.

Hva kan forholdet $m : n$ være hvis $m < n$? (Finn alle mulige løsninger.)

3 Produktet av to naturlige tall ulik 1, er 10 101.

Hva kan forholdet mellom det minste og det største tallet være? (Finn alle mulige løsninger.)

4 33 elever var på tur.

Hva kan forholdet mellom antall jenter og antall gutter være, uttrykt i prosent? Velg et svar som passer:

45 %	55 %	65 %	75 %

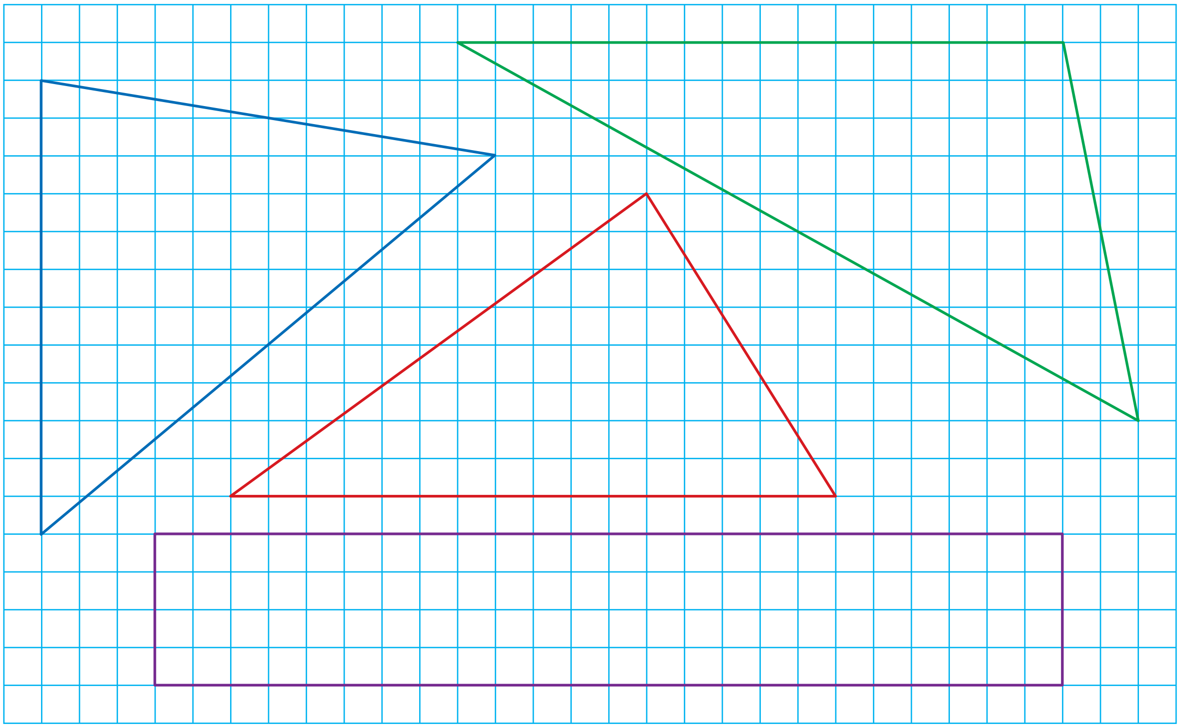
Hvor mange gutter og jenter var da med på turen?

5 Finn figurene der forholdet mellom arealene er:

a 2 : 3

b 3 : 4

c 4 : 5



6 Et linjestykke er delt i fire like deler.

Hva er forholdet mellom avstanden mellom midtpunktene til de to ytterste linjestykkene og avstanden mellom midtpunktene til de to midterste linjestykkene?

7 Et linjestykke er delt i fire deler i forholdet 1 : 2 : 3 : 4.

Hva er forholdet mellom avstanden mellom midtpunktene til de to ytterste linjestykkene og avstanden mellom midtpunktene til de to midterste linjestykkene?

Test deg selv

1 Skriv ned forholdet mellom:

a) 7 og 4

b) 0,5 og 0,125

c) en femdel og 0,08

Uttrykk hvert forhold som et naturlig tall eller et desimaltall.

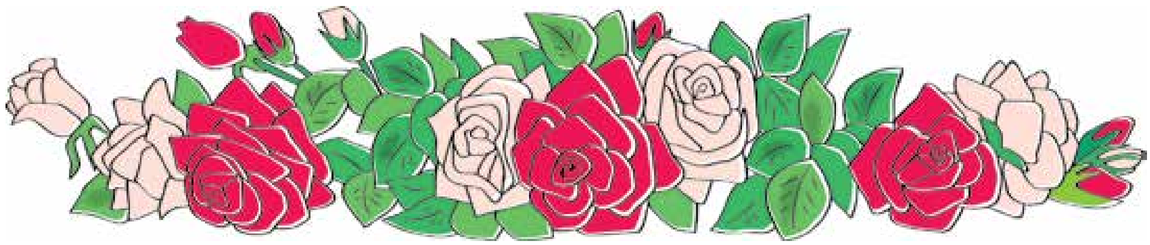
2 I en blomsterbukett er det 9 røde og 6 hvite roser. Lag uttrykk som gjør det mulig å finne ut:

a) hvor mange ganger flere røde enn hvite roser det er i buketten.

b) hvor mange færre hvite enn røde roser det er i buketten.

c) hvor stor brøkdel av alle rosene som er røde.

Hvilke av de tre uttrykkene kan betraktes som forhold?



3 Finn forholdet i prosent mellom:

a) 17 og 25 b) 1,6 og 0,5 c) $\frac{8}{15}$ og $\frac{4}{9}$

4 Finn to tall slik at forholdet mellom tallene kan skrives som:

a) 2,5 b) 0,45 c) 1,6

5 Finn to tall slik at forholdet mellom tallene kan skrives som:

a) 70 %   b) 180 %   c) 6 %

6 a) Et bord har lengde 1,4 m og bredde 8 dm. Finn forholdet mellom lengden og bredden til bordet.

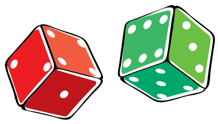
b) En hage har areal 120 m^2 og en park har areal 0,15 km^2. Finn forholdet mellom arealet av hagen og arealet av parken.

c) En elefant veier 4,5 tonn og en bil veier 2500 kg. Finn forholdet mellom massen til elefanten og massen til bilen.

7 En bil brukte 1 t 15 min på 90 km, mens en buss brukte 2 t 30 min på 120 km. Finn forholdet mellom farten til bilen og farten til bussen.

8 Du kaster en rød og en grønn terning. Hva er sannsynligheten for at produktet av antall øyne blir:

a) 6?   b) 10?   c) 14?   d) 24?



9 Forholdet mellom farten til en båt (slik den ville vært i stille vann) og farten til vannet i en elv er 13 : 1. Båten kjører mot strømmen og bruker 20 min på 8 km. Finn farten til båten og farten til vannet i elven.

2

Å dele et tall i et gitt forhold

2.1

a Løs oppgavene.

I Per og Kari delte 24 drops mellom seg slik at Kari fikk dobbelt så mange drops som Per. Hvor mange drops fikk hver av dem?

II 24 epler ble delt på to skåler slik at det var tre ganger så mange epler i den ene skålen som i den andre. Hvor mange epler var det i hver skål?

Hva er likt i måten de løses på?

Vi sier at dropsene i oppgave I) ble **delt i forholdet 1 : 2** (leses «en til to»).
I hvilket forhold ble eplene i oppgave II) delt?

b Noen elever gjorde slik da de skulle dele tallet 200 i forholdet 3 : 2.

Ellinor

$3 + 2 = 5$

$200 : 5 = 40$

$3 \cdot 40 = 120$

$2 \cdot 40 = 80$

Daniel

$\frac{200}{3+2} \cdot 3 = 120$

$\frac{200}{3+2} \cdot 2 = 80$

Leyla

$3x + 2x = 200$

$5x = 200$

$x = 40$

$3x = 80$

$2x = 120$

Forklar hvordan de kan ha tenkt.

Har du et annet forslag for hvordan man kan dele 200 i forholdet 3 : 2?

c

i) Del 60 i forholdet 1 : 2.

ii) Del 80 i forholdet 3 : 2.

iii) Del 130 i forholdet 4 : 1.

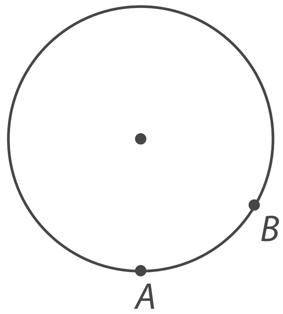
iv) Del 504 i forholdet 3 : 4.

v) Del 504 i forholdet 5 : 4.

d Lag en egen oppgave som handler om å dele et tall i et gitt forhold.
Løs oppgaven.

2.2

a Tegn en sirkel med radius 6 cm.



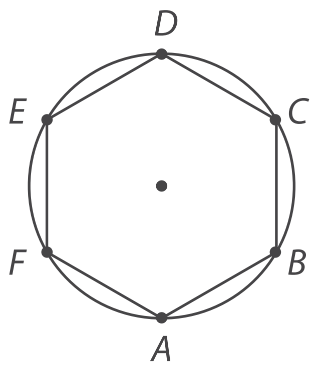
Merk av et punkt *A* på sirkelbuen.

Behold åpningen på passeren, sett spissen i *A* og slå en bue som treffer sirkelen i et punkt som du kaller *B* (se på tegningen).

Bruk fortsatt samme passeråpning, sett spissen i *B* og slå en bue som treffer sirkelen i et nytt punkt *C*. Gjenta prosedyren helt til du kommer tilbake til *A*.

Kall de siste punktene du fikk *D*, *E* og *F*. Tegn linjestykker fra *A* til *B*, fra *B* til *C*, fra *C* til *D* osv. helt til du kommer til *A*.

b Fikk du en tegning som likner tegningen til høyre?



Figuren *ABCDEF* er en regulær sekskant **innskrevet i sirkelen**.

Finn omkretsen til sekskanten.

Hva er forholdet mellom omkretsen til sekskanten og radiusen til sirkelen? Forventet du dette svaret? Begrunn.

c En sirkel har diameter 0,5 dm. En regulær sekskant er innskrevet i sirkelen.

i) Hva er omkretsen til sekskanten?

En annen sirkel har en diameter som er 40 % større enn diameteren til den forrige. Også denne sirkelen har en innskrevet regulær sekskant.

ii) Hva er omkretsen til den nye sekskanten?

iii) Hvor mange prosent større er omkretsen til den nye sekskanten enn omkretsen til den forrige?

d En regulær sekskant innskrevet i en sirkel har en omkrets som er 15 cm større enn radiusen til sirkelen.

i) Hva er radiusen til sirkelen?

ii) Hva er omkretsen til sekskanten?

2.3

a Løs likningene. Skriv svarene som desimaltall.

i $\frac{3}{7} \cdot (x + 0{,}09) = 0{,}36$

iii $2\frac{1}{4} : (0{,}325 + z) = 2$

ii $(y - 0{,}9) : 1\frac{1}{5} = 0{,}25$

iv $0{,}165 : (v - 0{,}95) = 0{,}3$

b Lag uttrykk som viser:

i) hvor mange ganger større y er enn x.

ii) hvor mange ganger større v er enn x.

iii) hvor stor brøkdel v utgjør av $y + z$.

iv) hvor mange prosent mindre y er enn v.

v) hvor mange prosent større $x + v$ er enn $y + z$.

Finn verdiene til uttrykkene.

2.4

a **i)** Del 210 i forholdet 2 : 5.

ii) Del 49 i forholdet 4 : 3.

iii) Del 30 i forholdet 5 : 7.

iv) Del 9,6 i forholdet 5 : 3.

b Hvilket forhold ble 180 delt i, hvis tallene man fikk var:

i) 30 og 150? **ii)** 80 og 100? **iii)** 126 og 54?

Skriv forholdene som brøk (forkort hvis det er mulig).

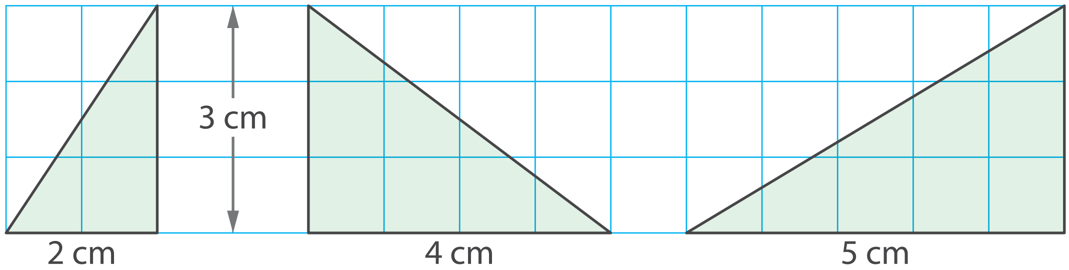
c Tallet 144 ble delt i forholdet 5 : k, der k er et naturlig tall. Et av tallene man fikk var 60.
Hva var k?

d Et naturlig tall n ble delt i forholdet 9 : 5. Det største tallet man fikk 63. Hva var n?

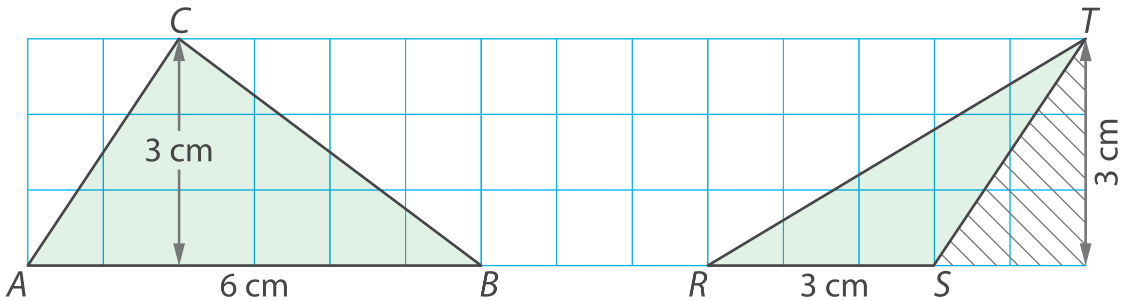
e Tallet 288 ble delt i forholdet $a : b$, der a og b er to naturlige tall og $a > b$. Hva kan a og b være hvis tallene man fikk var naturlige tall? Finn flere løsninger.

2.5

a Finn arealet av trekantene.



b Hva er endret på denne tegningen?

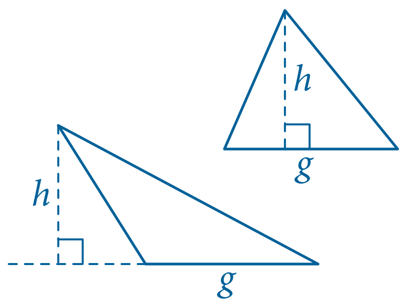


Hva er arealet av de nye trekantene *ABC* og *RST*?

Hvordan kan vi finne arealet av en trekant med grunnlinje g og tilhørende høyde h?

Arealet av en trekant *er lik halvparten av produktet av en av sidene og den tilhørende høyden:*

$$A = \frac{1}{2} \cdot gh \quad \text{eller} \quad A = \frac{g \cdot h}{2}$$



c I tabellen er grunnlinje og tilhørende høyde til noen trekanter oppgitt. Tegn hvordan trekantene kan se ut.

g	6 cm	5 cm	8 cm	2 cm
h	4 cm	5 cm	2 cm	5 cm

Finn arealet av hver trekant.

2.6

a Løs oppgaven.

Tone kjøpte 1 kg pølser og 2,5 kg kjøtt. Hun betalte 450 kr.
Martin kjøpte 2,5 kg pølser og 1 kg kjøtt. Han betalte 369 kr.
Hvor mye kostet 1 kg pølser, og hvor mye kostet 1 kg kjøtt?

b Hvis du står fast, finn først ut hvor mye 3,5 kg pølser og 3,5 kg kjøtt kostet til sammen. Finn deretter ut hvor mye 1 kg pølser og 1 kg kjøtt kostet til sammen.

Hvordan kan du bruke opplysningene du nå har til å finne svar på spørsmålet?

c Finn svaret ved å lage et uttrykk som passer.

i) Hvor mange ganger dyrere er 1 kg kjøtt enn 1 kg pølser?

ii) Hvor mange prosent dyrere er 1 kg kjøtt enn 1 kg pølser?

iii) Hvor mange prosent billigere er 1 kg pølser enn 1 kg kjøtt?

d Tone og Martin kjøpte også epler og pærer. Lag en tekstoppgave der man må finne prisen på 1 kg epler og på 1 kg pærer.

Løs oppgaven eller la en medelev løse den.

2.7

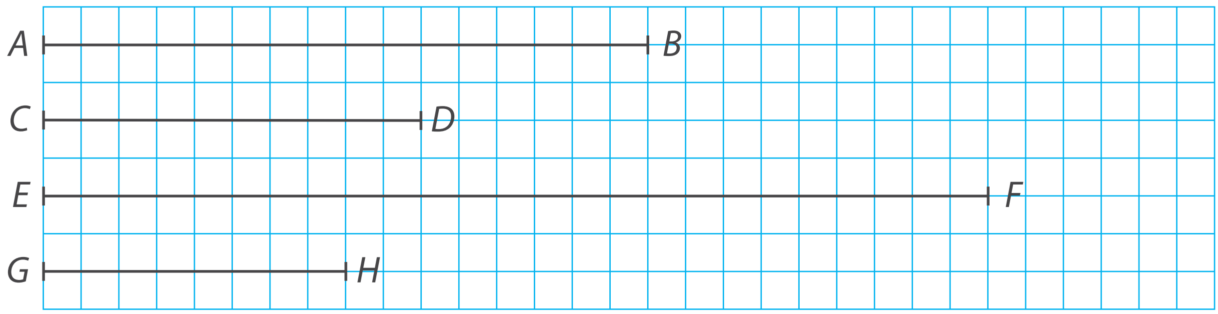
a

i) Finn forholdet mellom *AB* og *CD*.

ii) Finn forholdet mellom *CD* og *EF*.

iii) Finn forhold mellom *GH* og *AB* uttrykt i prosent.

iv) Finn forhold mellom *EF* og *GH* uttrykt i prosent.



b Et linjestykke *MN* med lengde 2 dm ble delt i forholdet 2 : 3. Finn lengdene til de to mindre linjestykkene man fikk.

Et rektangel har sider lik de to mindre linjestykkene. Finn arealet og omkretsen til rektangelet.

2.8

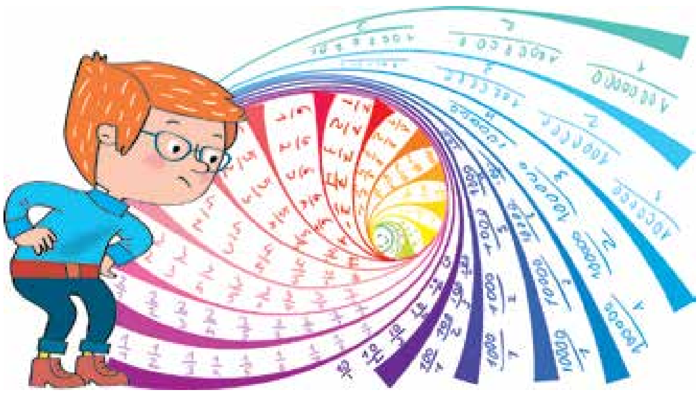
a Finn verdiene til a og b.

i

$$a = \left(\frac{0,5}{12} - \frac{\frac{1}{4}}{9} \right) : \frac{5}{9}$$

ii

$$b = \left(\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} - \frac{0,125}{0,3} \right) \cdot 0,4$$



b Er det mulig å uttrykke a og b som endelige desimaltall? Begrunn.

Uttrykk a og b enten som et endelig eller et periodisk desimaltall.

2.9

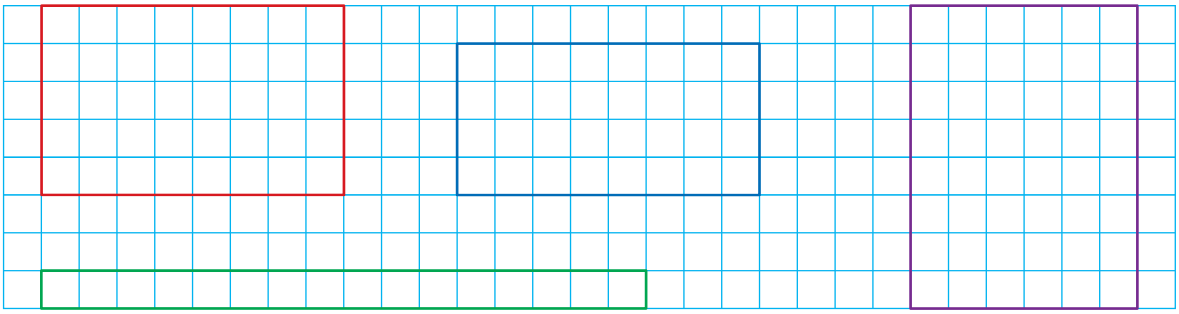
a

i) Finn forholdet mellom arealene av det blå og det lilla rektangelet.

ii) Finn forholdet mellom arealene av det lilla og det røde rektangelet.

iii) Finn forholdet mellom arealene av det røde og det grønne rektangelet uttrykt i prosent.

iv) Finn forholdet mellom arealene av det røde og det blå rektangelet uttrykt i prosent.



b Tegn et rektangel slik at forholdet mellom arealene av ditt rektangel og det lilla rektangelet er 3 til 1.

c Tegn et rektangel slik at forholdet mellom omkretsene av ditt rektangel og det blå rektangelet er 3 til 4.

2.10

a Sammenlikn oppgavene.

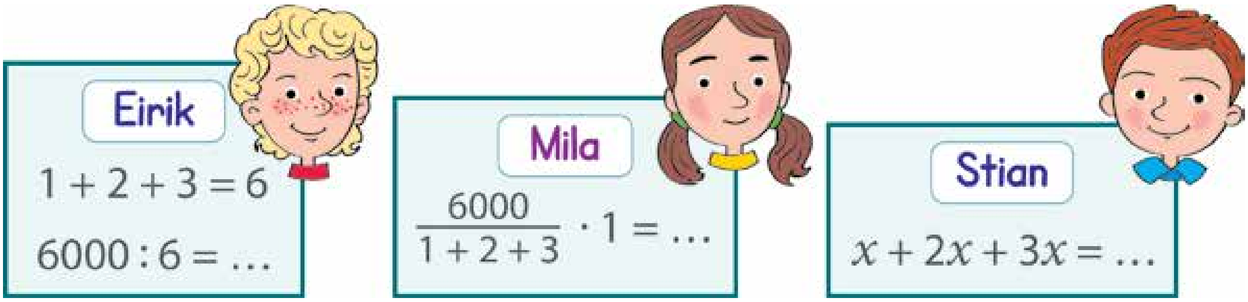
I Anne og Berit tjente til sammen 6 000 kr. Anne tjente dobbelt så mye som Berit. Hvor mye tjente hver av dem?

II Per, Pål og Espen tjente til sammen 6 000 kr. Per tjente dobbelt så mye som Pål, og Espen tjente tre ganger så mye som Pål. Hvor mye tjente hver av dem?

I hvilket forhold ble pengene delt i oppgave I)? Løs oppgaven.

Hva vil være likt i måten oppgave II) løses på? Hva vil være ulikt? Løs oppgave II).

b Noen elever begynte å løse oppgave II) slik:



Forklar tankegangen til hver elev og gjør ferdig løsningene.

c For å løse oppgave II) kan vi tenke oss at vi deler 6 000 i seks like deler. Pål tjente 1 slik del. Per tjente 2, og Espen tjente 3.

Vi sier da at vi har delt tallet i **forholdet 1 : 2 : 3**.

Del tallet 6 000 i forholdet:

i 1 : 3 : 4

ii 5 : 3 : 2

iii 3 : 4 : 5

d Løs oppgavene.

i **Del 96 i forholdet 1 : 3 : 4.**

ii **Del 84 i forholdet 4 : 2 : 1.**

iii **Del 117 i forholdet 4 : 3 : 2.**

iv **Del 25 i forholdet 1 : 2 : 3 : 4.**

v **Del 225 i forholdet 9 : 7 : 5 : 3 : 1.**

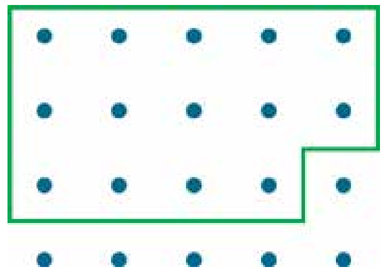
e Lag en egen oppgave som handler om å dele et tall i tre eller fire deler i et gitt forhold.

La en medelev løse oppgaven.

2.11

a Les oppgaven – legg merke til modellen.

I klasse 7A er det 20 elever. 14 av elevene er medlem i en håndballklubb, 8 er medlem i en sjakklubb og 3 er medlem i begge klubbene. Hvor mange av elevene er ikke medlem i noen av klubbene?

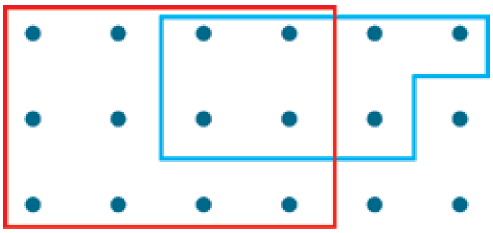


Tegn av modellen og gjør den ferdig. Bruk modellen til å løse oppgaven.

b En av elevene i klassen trekkes tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at denne eleven er medlem i:

i håndballklubben? ii begge klubbene? iii minst en av klubbene?

c Lag en liknende oppgave som passer til denne modellen.



2.12

a Et kvadrat *ABCD* har sider 6 cm. Tegn et kvadrat *KLMN* med et areal som utgjør 25 % av arealet til *ABCD*. Hvor lange er sidene til *KLMN*?

Hvor mange prosent større er omkretsen til *ABCD* enn omkretsen til *KLMN*?

b Tegn en trekant med samme areal som *ABCD*.

c Tegn en trekant med et areal som er 150 % større enn arealet til *KLMN*.

2.13

a En rettvinklet trekant har omkrets 24 cm. Forholdet mellom sidene i trekanten er 3 : 4 : 5. Finn lengdene til sidene, og tegn trekanten.

b En annen rettvinklet trekant har omkrets 15 cm. Forholdet mellom sidene i denne trekanten er 5 : 12 : 13. Finn lengdene til sidene, og tegn trekanten.

c Forholdet mellom sidene i en trekant er 4 : 6 : 6, og forholdet mellom sidene i en annen trekant er 4 : 4 : 6. Hva slags type trekanter er det snakk om?

Finn en mulig verdi for omkretsen til hver trekant slik at lengden på sidene blir et helt antall cm. Hva vil sidene i trekantene være?

d Forholdet mellom sidene i en firkant er 2 : 3 : 2 : 3. Lag en oppgave som handler om firkanten. La en medelev løse den.

2.14

a Sammenlikn likningene.

i $$3(x - 4) = 2x + 1$$

ii $$3(x - 4) = 2(x + 1)$$

Vil de ha samme løsning?
Sjekk svaret ved å løse likningene.

b **Pelle** begynte slik da han skulle løse den andre likningen:

$$3(x - 4) = 2(x + 1)$$
$$3x - 12 = 2x + 2$$
$$3x - 2x = 2 + 12$$
$$\ldots$$

Forklar hva Pelle har gjort og gjør ferdig løsningen.

c Løs likningene.

i) $5(x - 7) = x + 9$

ii) $10(y - 1) = 7y + 17$

iii) $7(3 - z) = 3z$

iv) $0{,}25(8 - u) = 1{,}5$

v) $3(4v - 1) = 2(5v + 3)$

vi) $1{,}5(6w - 1) = 2{,}5(2w + 1)$

d Finn to tall blant svarene i c) som er slik at forholdet mellom dem er:

i) $2{,}25$

ii) $1{,}222\ldots = 1{,}\overline{2}$

iii) $1{,}05$

e i) Hvor mange prosent større er z enn u?

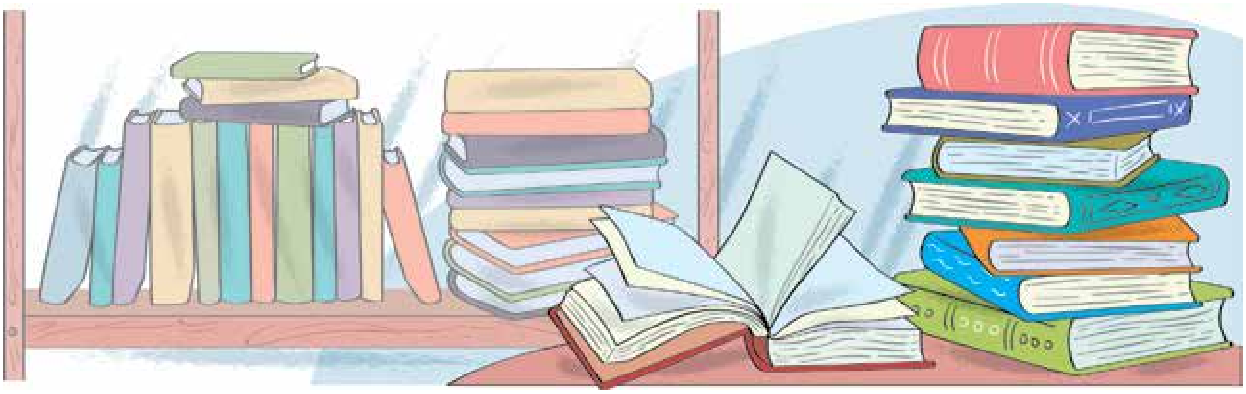
ii) Hvor mange prosent mindre er w enn u?

iii) Hvor mange prosent mindre er v enn $x + y$?

2.15

a Løs oppgaven algebraisk.

En bokhylle inneholdt dobbelt så mange bøker som en annen. Etter at 24 bøker ble tatt fra hver bokhylle, var det 2,5 ganger så mange bøker i den ene bokhyllen som i den andre. Hvor mange bøker var det opprinnelig i hver bokhylle?



b Hvis du står fast, se på denne modellen:

Bokhylle A: $x \rightarrow x - 24$

Bokhylle B: $2x \rightarrow 2x - 24$

Hvordan kan opplysningene i teksten knyttes til modellen?

Hva er sammenhengen mellom uttrykkene $x - 24$ og $2x - 24$ ifølge oppgaveteksten?

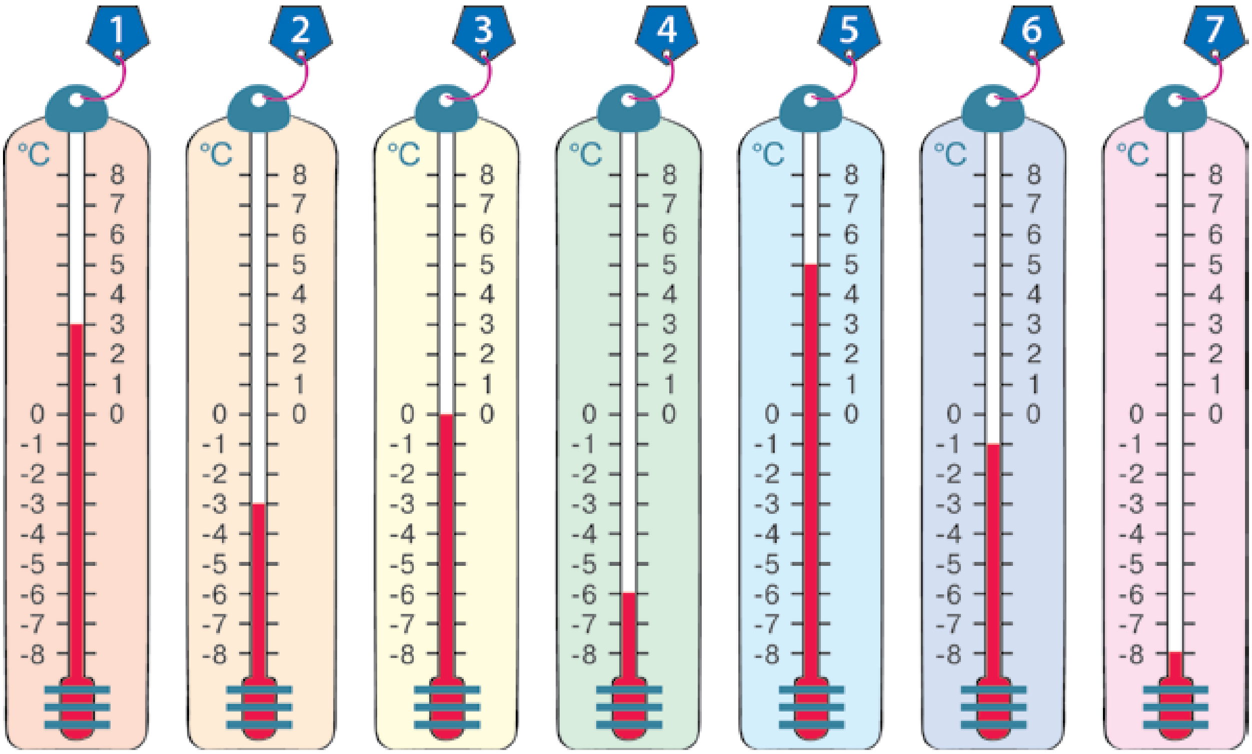
c Hva må endres i teksten hvis oppgaven skal kunne løses ved hjelp av denne likningen?

$$3{,}5(x - 24) = 2x - 24$$

Løs den nye oppgaven.

2.16

a Hvilket termometer viser -3 grader?
Hvilken temperatur viser de andre termometrene?



b Hva er temperaturforskjellen på termometer nummer:

i 1 og 2?

ii 4 og 5?

iii 6 og 7?

c Hvilke termometer viser en temperaturforskjell på:

i 9 grader?

ii 8 grader?

iii 5 grader?

Hjernetrim

1 Finn et forhold som tallet 108 kan deles i, slik at resultatet blir to naturlige tall. Finn flere løsninger.

Gjør det samme for disse tallene.

a) 216 b) 288 c) 360 d) 504

2 Skriv 224 som et produkt av to naturlige tall slik at differansen mellom tallene blir minst mulig.

3 Hvilket forhold må tallet 324 deles i, for at det ene tallet man får skal være 25 % større enn det andre? Hva vil de to tallene være?

4 Tallet 1000 deles i et bestemt forhold, og man får tallene x, y, z og v. Finn de fire tallene dersom følgende er oppfylt:

$x : y = 2 : 3$ $x : z = 2 : 5$ $z : v = 1 : 2$

5 Finn alle tresifrede tall som kan deles i forholdet 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : 11 : 13 : 15 slik at tallene man får er naturlige tall.

6 To brødre kjøpte aksjer sammen. Den eldste kjøpte for 500 kr, mens den yngste kjøpte for 300 kr. Etter en stund solgte de aksjene for 1000 kr. Hvordan bør de fordele pengene for at det skal bli rettferdig?

Test deg selv

1

a) Del 105 i forholdet 2 : 1.

b) Del 104 i forholdet 3 : 5.

c) Del 2,5 i forholdet 3 : 7.

2

a) Del 72 i forholdet 3 : 2 : 1.

b) Del 42 i forholdet 1 : 2 : 4.

c) Del 132 i forholdet 1 : 2 : 4 : 5.

d) Del 132 i forholdet 1 : 2 : 3 : 5.

3

Hvilket forhold ble tallet 30 delt i hvis tallene man fikk var:

a) 12 og 18?

b) 12,5 og 17,5?

4

a) Hvilket forhold ble tallet a delt i hvis tallene man fikk var 39 og 65?
Hva er a i dette tilfellet?

b) Hvilket forhold ble tallet b delt i hvis tallene man fikk var:

i) 2 og 4?

ii) 3 og 12?

iii) 24 og 18?

Hva er b i hvert av disse tilfellene?

5

Et rektangel har omkrets 39 cm. Forholdet mellom sidene er 5 til 8. Finn arealet av rektangelet.

6

Omkretsen til en regulær sekskant innskrevet i en sirkel er 12 cm. Hva er diameteren til sirkelen?

3 Proporsjoner

3.1

a Er disse likhetene sanne? Begrunn svaret.

i) $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ **ii)** $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ **iii)** $3 : 8 = 15 : 40$ **iv)** $2{,}5 : 1{,}5 = 5 : 3$

For b, n og m ulik 0 gjelder følgende:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \quad \text{og} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}$$

$$a : b = (a \cdot n) : (b \cdot n) \quad \text{og} \quad a : b = (a : m) : (b : m)$$

b Likheter som de i a) kalles **proporsjoner**.

*En **proporsjon** er en likhet som uttrykker at to forhold er like store.*

$$a : b = c : d \quad \text{eller} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Proporsjonen $a : b = c : d$ kan leses slik:

- «Forholdet mellom a og b er lik forholdet mellom c og d.»
- «a forholder seg til b som c forholder seg til d.»

Lag proporsjoner ved å bruke disse forholdene.

$\frac{5}{9}$ $7 : 21$ $26 : 13$ $1 : 0{,}4$ $1{,}5 : 4{,}5$ $\frac{20}{36}$ $25 : 15$ $0{,}7 : 0{,}35$ $\frac{9}{5}$

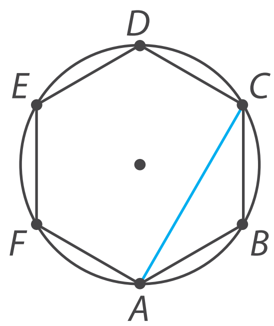
3.2

a Tegn en sirkel. Innskriv en regulær sekskant i sirkelen. (Gå tilbake til oppgave 2.2 hvis du trenger det.) Kall hjørnene i sekskanten for *A*, *B*, *C*, *D*, *E* og *F*.

Tenk over hvordan du kan bruke tegningen til å innskrive en regulær trekant i sirkelen.

b Hvis du står fast, se på tegningen til høyre. Kopier tegningen og gjør den ferdig slik at du får en innskrevet trekant. Hva blir hjørnene i trekanten?

Er det mulig å innskrive en annen regulær trekant som har hjørner blant punktene *A*, *B*, *C*, *D*, *E* og *F*? Hvis svaret er ja, tegn en slik trekant på tegningen din.



c En regulær sekskant er innskrevet i en sirkel. Omkretsen til sekskanten er 27 cm. Finn radiusen til sirkelen og tegn den.

Innskriv en regulær trekant i sirkelen.

3.3

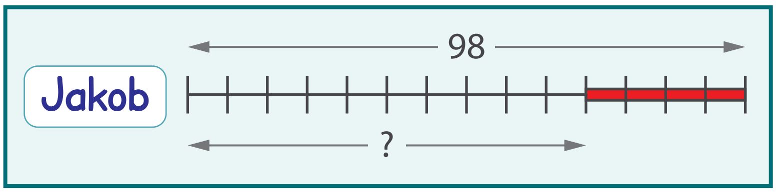
a Sammenlikn oppgavene. Hva er den vesentligste forskjellen mellom dem?

I Antall sauer på en gård økte med 40 %. Nå er det 98 sauer på gården. Hvor mange var det før?

II På et salg settes prisen på en genser ned med 40 %. Den nye prisen er 360 kr. Hva var den gamle prisen?

Se hvordan noen elever begynte å løse oppgave I):

Stine $x + 0{,}4x = 98$
$\dots$

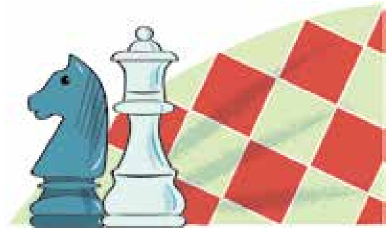


Reza $\dfrac{98}{140} \cdot 100 = \dots$

Hvordan har elevene tenkt? Gjør ferdig løsningene.

b Løs oppgave II). (Tenk over hvilket tall prosenten skal tas av.)

c Antall medlemmer i en sjakklubb har økt med 15 % det siste året. Klubben har nå 69 medlemmer. Hvor mange medlemmer var det i fjor?



d Etter vinteren veier ei ku 242 kg. Det er 12 % mindre enn den veide før vinteren. Hvor mye veide kua før?

3.4

a Hvilke av eksemplene i rammen viser et forhold? Begrunn svaret.

$\frac{3}{4}$	1,75
2	9 : 5

Til hvert av forholdene du fant, lag et til slik at du kan sette opp en proporsjon.

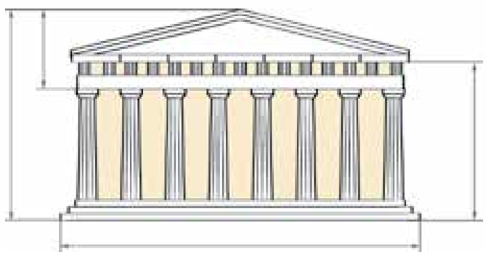
Sammenlikn dine proporsjoner med de som de andre i klassen har laget.

b Lag så mange proporsjoner som du klarer ved å bruke disse tallene.

1 2 4 5 12 20 0,5 1,5 1,25 2,5 0,05

Fra matematikkens historie

Ordet «proporsjon» kommer av det latinske ordet «proportio» som ble brukt om sammenliknbare forhold. Ordet brukes ikke bare i matematikken, men også i f.eks. kunst og arkitektur. Hva tror du man mener når man sier at en bygning har «gode proporsjoner»?



3.5

a Finn verdien til uttrykket $(22 : 0{,}8 - 7{,}5 : 0{,}6)^n : 36$ når:

i $n = 1$

ii $n = 2$

Oppgi svaret som brøk.

I hvilket tilfelle kan brøken du fikk til svar skrives som et endelig desimaltall? I hvilket tilfelle kan den ikke? Begrunn uten å regne ut.

Skriv hvert svar som et endelig eller et periodisk desimaltall.

b Lag en liknende oppgave som passer til dette uttrykket.

$$6{,}4 : (10{,}1 - 3{,}6 \cdot 2{,}25)^m$$

Løs oppgaven din.

3.6

a I en klasse med 24 elever gjennomførte de en undersøkelse for å finne ut hvor ofte elevene syklet til skolen. Resultatet er vist i tabellen.

Syklet du til skolen forrige uke?	Antall elever
Ja, hver dag	5
Nei, ingen dager	11
Noen av dagene	8

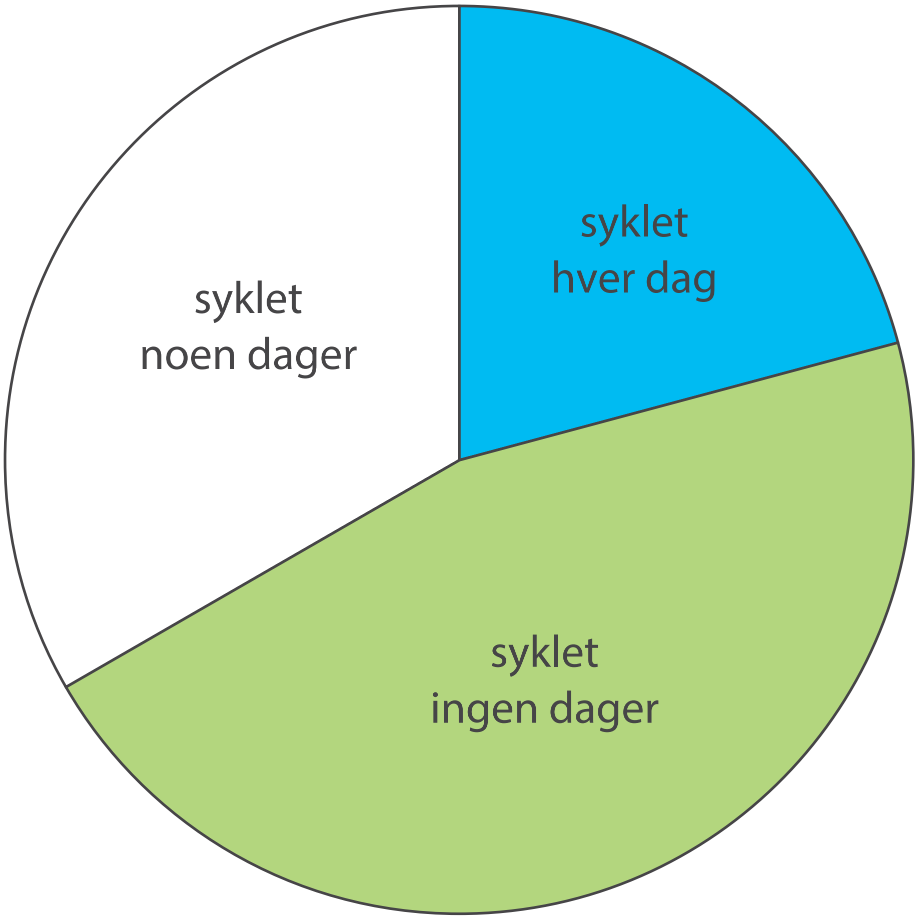
Presenter dataene i et diagram.

b **Marte** ville presentere dataene i en sirkel. Hun begynte å resonnere slik:

Hele sirkelen har 360° og det er 24 elever i klassen.
Da må én elev svare til … grader.

Hvilket tall mangler i resonnementet?

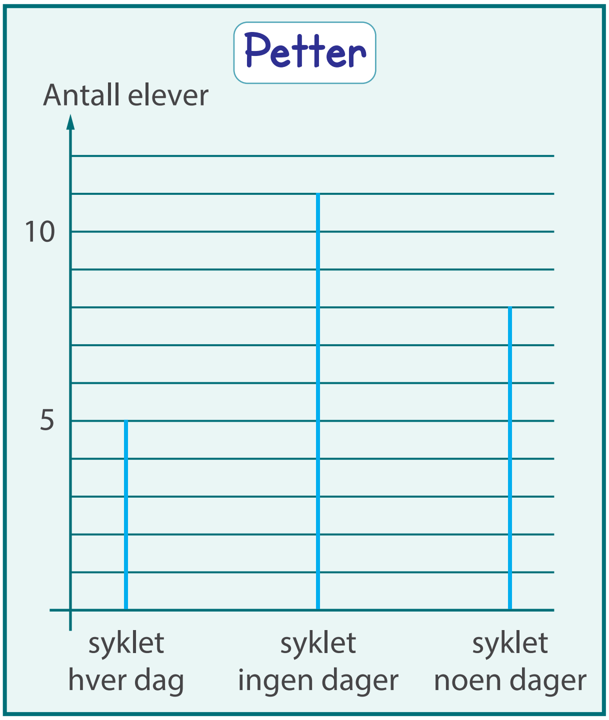
Marte brukte gradskive for å måle hvor store sektorene i sirkelen skulle være. Hun endte opp med dette diagrammet:

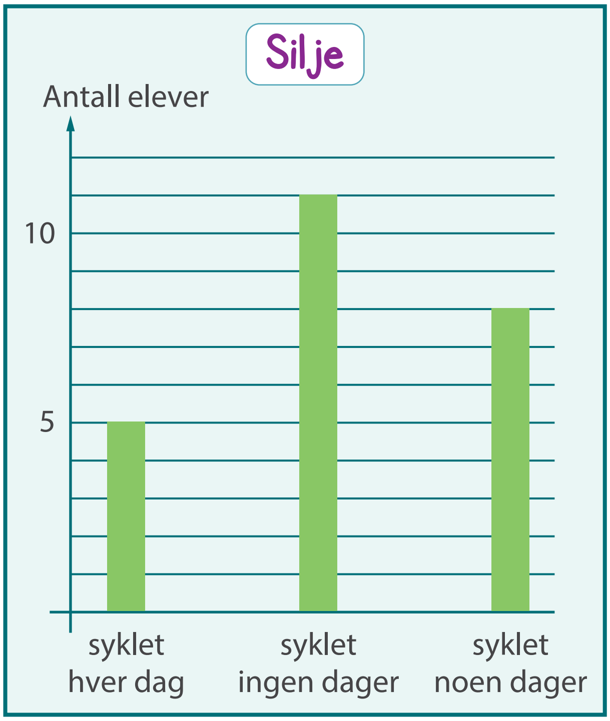


Er vinklene på tegningen riktige?

Denne type diagram kalles **sirkeldiagram** eller **sektordiagram**.

c To andre elever laget disse diagrammene:





Hvordan tenkte de?

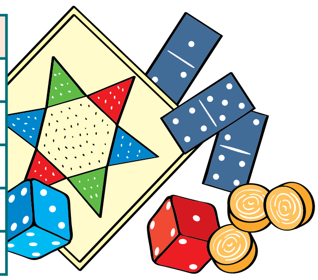
Diagrammet til venstre kalles **stolpediagram**, mens det til høyre kalles **søylediagram**.
I et søylediagram skal alle søylene ha lik bredde.

d Noen elever ble spurt om hvor mange spill de hadde hjemme. De svarte slik:

5 3 6 5 8 6 7 6

Skriv av tabellen og fyll inn det som mangler.

Antall spill	Antall elever
3	1
5	
	3



Vis dataene i et søylediagram og et sirkeldiagram.
Hvilket diagram syns du framstiller dataene best?

3.7

a I proporsjonen $6 : 10 = 9 : 15$ (eller $\frac{6}{10} = \frac{9}{15}$) kan vi kalle 6 og 15 for de **ytterste tallene** og 10 og 9 for de **midterste tallene**.

Skriv ned de ytterste og midterste tallene i disse proporsjonen.

i $15 : 12 = 25 : 20$

ii $\frac{4}{14} = \frac{6}{21}$

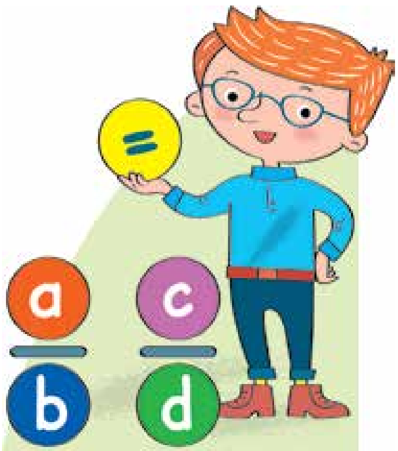
iii $\frac{16}{0{,}8} = \frac{10}{0{,}5}$

iv $0{,}75 : 0{,}5 = 10{,}5 : 7$

b Skriv en proporsjon der:

i) de ytterste tallene er 8 og 12,5, og de midterste er 20 og 5.

ii) de midterste tallene er 9,8 og 12, og de ytterste er 5,6 og 21.



c Skriv en proporsjon der:

i) de ytterste tallene er 6 og 10.

ii) de midterste tallene er 15 og 21.

iii) et av ytterste tallene er 2 og et av midterste er 2,5.

d Finn tallet som mangler i hver proporsjon.

i $3 : \square = 18 : 24$

ii $\frac{10}{2{,}5} = \frac{\square}{3}$

iii $\frac{\square}{128} = \frac{5}{16}$

iv $\square : 0{,}4 = 7{,}5 : 5$

3.8

a **Marius** økte verdien til et tall n med 15 % og fikk 92. **Katrine** reduserte verdien til et tall m med 25 % og fikk 63. Hvilket tall er størst – m eller n?

b Hvor mange prosent må 23 økes med for å få 92?

c Hvor mange prosent må 140 reduseres med for å få 63?

d Lag en oppgave som handler om prosentvis økning eller reduksjon. Be noen medelever løse den.

3.9

a Løs likningene. Skriv svaret som et endelig desimaltall hvis det er mulig.

i $\dfrac{\frac{x}{5}}{\frac{4}{7}} = 0{,}91$

ii $\dfrac{\frac{2}{y}}{\frac{9}{5}} = 0{,}25$

iii $\dfrac{\frac{3}{8}}{\frac{z}{11}} = 5{,}5$

iv $\dfrac{\frac{13}{0{,}8}}{\frac{5}{v}} = 3{,}9$

b Bruk svarene du fikk i a) og finn forholdet i prosent mellom:

i v og y

ii z og v

iii y og x

(Rund av om nødvendig.)

3.10

a Er disse proporsjonene sanne? Begrunn svaret.

$$2 : 3 = 10 : 15 \qquad \frac{4{,}5}{6} = \frac{3}{4}$$

For hver proporsjon, multipliser de ytterste og de midterste tallene hver for seg.

Forventet du at verdiene skulle bli like? Kan du forklare hvorfor de blir like?

b Sjekk om det du så i a) også stemmer for disse proporsjonene.

i) $8 : 5 = 16 : 10$ **ii)** $\frac{16}{24} = \frac{10}{15}$ **iii)** $0{,}6 : 1{,}8 = 1{,}5 : 4{,}5$

På bakgrunn av resultatene over, kan vi sette opp følgende viktige egenskap for proporsjoner:

Produktet av de to ytterste tallene i en proporsjon er lik produktet av de to midterste tallene:

Hvis $a : b = c : d$ *eller* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, *så er* $a \cdot d = b \cdot c$.

Vi sier at vi har ***kryssmultiplisert****:*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot d = b \cdot c \qquad (b \text{ og } c \text{ er ulik } 0)$$

c **Vilde** har skrevet noen proporsjoner. Kryssmultipliser for å avgjøre om alle er sanne.

i) $4 : 13 = 5 : 16$

iii) $5 : 0{,}4 = 37{,}5 : 3$

ii) $\frac{0{,}95}{1{,}9} = \frac{1{,}5}{3}$

iv) $\frac{5{,}6}{3{,}5} = \frac{4{,}2}{3}$

Hvis noen av proporsjonene er usanne, endre ett av tallene slik at det blir en sann proporsjon.

d Finn verdier for bokstavene slik at proporsjonene blir sanne. Bruk kryssmultiplikasjon hvis du trenger det.

i) $16 : 32 = a : 50$

ii) $\frac{7}{5} = \frac{b}{12{,}5}$

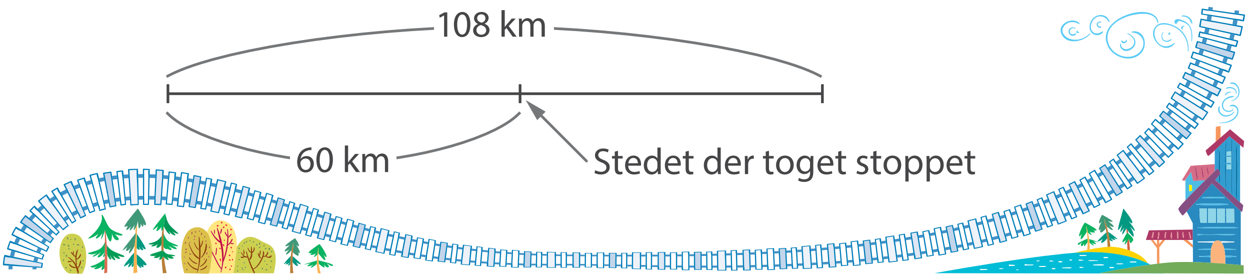
iii) $c : 0{,}9 = 1 : d$

iv) $\frac{24}{18} = \frac{e}{f}$

3.11

a Les oppgaven og se på modellen.

Et tog skulle etter planen bruke halvannen time på 108 km. Etter å ha kjørt 60 km med den planlagte farten, måtte toget stoppe og vente i 10 min. For å rekke fram til avtalt tid, måtte toget kjøre fortere etter pausen. Hvor fort måtte det kjøre?
(Vi går ut fra at toget kjører med jevn fart.)



Tenk over hvor fort toget kjørte før det måtte stoppe.
Hvor lang tid brukte toget på de første 60 kilometerne?
Hvor lang tid gjenstod da toget kunne kjøre videre?

Løs oppgaven.

b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

En bilist planla å bruke 2 timer på 150 km. Etter å ha kjørt 30 km med den planlagte farten, måtte han stoppe i 6 min pga. et trafikkuhell. Hvor fort må bilisten kjøre resten av veien hvis han skal komme fram på den planlagte tiden?

3.12

a Lag et sirkeldiagram som passer til oppgaven. (Gå tilbake til oppgave 3.6 hvis du trenger det.)

Et tog brukte 3 timer på en strekning. Den første timen kjørte det 40 % av strekningen. Den andre timen kjørte det 50 % av det som var igjen. Den tredje timen kjørte det 67,5 km. Hvor langt kjørte toget til sammen?

Løs oppgaven.

b Hvis du står fast, finn ut hvor stor del av hele strekningen toget kjørte den andre og den tredje timen.

c Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

Kari leser en bok på 240 sider. Den første dagen leser hun 40 % av boka. Den neste leser hun 75 % av det som er igjen. Hvor mange sider har Kari igjen å lese?

Løs oppgaven.

3.13

a En terning har sidekanter 2 cm. En annen terning har sidekanter 3 cm. Finn forholdet mellom volumet av den største terningen og volumet av den minste.

Hvor mange prosent større er volumet av den største terningen enn volumet av den minste?

b Et akvarium har volum 160 L. Et annet akvarium har volum 0,4 m^3. Finn forholdet mellom det største og det minste volumet og bruk resultatet til å sammenlikne volumene.

Finn det samme forholdet i prosent og bruke dette til å sammenlikne volumene.

3.14

a Bruk tallene i denne likheten til å lage en proporsjon:

$$6 \cdot 16 = 12 \cdot 8$$

Hva er de ytterste og midterste tallene i proporsjonen din?

Lag en annen proporsjon med de samme tallene slik at de midterste tallene blir stående ytterst og de ytterste blir stående i midten.

b Bruk tallene i denne likheten til å lage en proporsjon slik at 6 blir et av de midterste tallene:

$$6 \cdot 14 = 4 \cdot 21$$

Hva ble det andre midterste tallet?

Bruk tallene 6, 14, 4 og 21 og lag en proporsjon slik at 14 blir et av de ytterste tallene.

Lag to andre proporsjoner med de samme tallene.

c Lag to proporsjoner med tallene.

i)	1,5	4	4,5	12
ii)	0,4	65	1,3	20
iii)	0,5	0,2	1,6	4

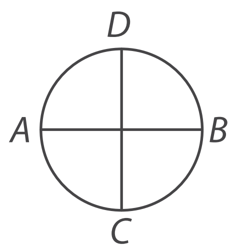
d Finn tall som passer til denne likheten:

$$a \cdot b = m \cdot n$$

Bruke tallene du fant til å lage så mange proporsjoner som du kan.

3.15

a Tegn en sirkel. Tegn to diametere *AB* og *CD* i sirkelen slik at $CD \perp AB$ (se tegningen).



Tenk over hvordan tegningen kan brukes for å innskrive en regulær firkant i sirkelen.

b Tegn en sirkel med radius 5 cm. Innskriv en regulær firkant i sirkelen.

Tenk over hvordan tegningen kan brukes for å innskrive en regulær åttekant. Tegn en slik åttekant.

c Tegn en ny sirkel. Innskriv en regulær 12-kant i sirkelen. Hvilken mangekant kan det være lurt å innskrive først i sirkelen?

3.16

a Regn ut.

i) $p = 1\frac{2}{3} - \frac{3}{2}$ **ii)** $q = \dfrac{\frac{16}{3}}{5} - \dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}$ **iii)** $r = \dfrac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{8}} - \dfrac{1{,}2}{\frac{5}{2}}$ **iv)** $s = \dfrac{\frac{3}{20}}{\frac{1}{5}} - 0{,}6$

Bruk tallene du fikk til å lage en kjede av ulikheter.

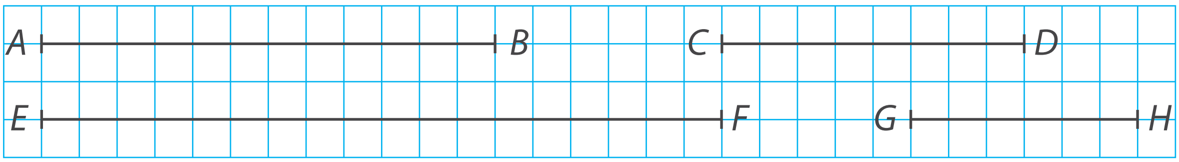
b Bruk tallene du fikk i a) og finn verdiene til disse uttrykkene.

i) $(p + q) \cdot r$ **ii)** $s : (p : q)$

Skriv svaret som et endelig desimaltall hvis det er mulig.

3.17

a Finn lengdene til disse linjestykkene.



b Linjestykkene i a) er tegnet i målestokk. I virkeligheten har de følgende lengder:

$AB = 12$ cm $CD = 12$ cm $EF = 4{,}5$ dm $GH = 1{,}5$ m

Hvilket av linjestykkene er tegnet i målestokk 1 : 2?
Hvilken målestokk er brukt på de andre linjestykkene?

Hjernetrim

1 Bruk tallene i rammen og minst 4 proporsjoner.

Hvor mange proporsjoner er det mulig å lage?

(Proporsjonene $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ og $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ regnes som like.)

0,25	2,25	1,2
3,6	0,4	0,75

2 **a)** Vis at proporsjonen $\frac{3}{7} = \frac{2{,}25}{5{,}25}$ er sann.

Medfører det at disse proporsjonene også er sanne? Hva tror du?

$$\frac{3+7}{7} = \frac{2{,}25+5{,}25}{5{,}25} \qquad \frac{3+7}{3} = \frac{2{,}25+5{,}25}{2{,}25}$$

Sjekk ved å regne ut.

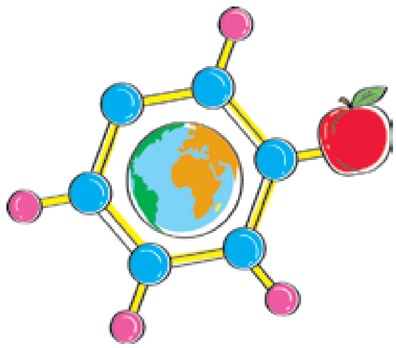
b) Anta at proporsjonen $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ er sann.

Vis at da er også proporsjonen $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ sann.

3 Anta at forholdet mellom høyden på hodet til et voksent menneske og høyden på hele kroppen varierer mellom 1 : 7,2 og 1 : 8. Hva er da den største og minste høyden som hodet kan ha, hvis den totale høyden til et menneske er:

a 165 cm? **b** 190 cm?

4 Anta at 9 epler koster like mye som 5 pærer. Hva er da dyrest av 14 epler og 9 pærer? 25 epler og 14 pærer?



5 Forholdet mellom størrelsen på et molekyl og et eple er omtrent det samme som forholdet mellom størrelsen på et eple og jordkloden. Finn den omtrentlige størrelsen på et molekyl. (Radiusen til jordkloden er ca. 6 370 km.)

Test deg selv

1 Bruk disse forholdene og lag så mange proporsjoner som du kan.

$2:3$ $1{,}2:1{,}6$ $6:2{,}4$ $25:12{,}5$ $1{,}5:2$ $6:9$ $0{,}75:0{,}3$ $7:3{,}5$

2 Hva kan de midterste tallene i en proporsjon være hvis de ytterste tallene er:

a) 8 og 20? **b)** 0,5 og 6? **c)** 2,5 og 6?

Skriv ned proporsjoner som passer. Finnes det flere løsninger?

3 Hva kan de ytterste tallene i en proporsjon være hvis de midterste tallene er:

a) 25 og 32? **b)** 192 og 5? **c)** 0,375 og 8?

Skriv ned proporsjoner som passer.

4 Kryssmultipliser for å sjekke om proporsjonene er sanne.

a) $\frac{18}{1{,}5} = \frac{60}{5}$ **c)** $3:3{,}5 = 12:14$ **e)** $\frac{4{,}2}{2{,}5} = \frac{67{,}5}{40}$

b) $\frac{12{,}5}{7} = \frac{2{,}5}{1{,}4}$ **d)** $0{,}15:6 = 1:30$ **f)** $2{,}7:108 = 3{,}6:150$

Korriger eventuelle feil ved å endre på ett av tallene.

5 Sjekk først at likheten er sann og lag deretter en proporsjon med de samme tallene.

a) $5 \cdot 36 = 4 \cdot 45$ **b)** $7{,}2 \cdot 112 = 63 \cdot 12{,}8$ **c)** $0{,}8 \cdot 2{,}25 = 6 \cdot 0{,}3$

6 Tegn en sirkel med radius 3,5 cm og innskriv en regulær trekant i sirkelen.

7 Tegn en sirkel med diameter 8 cm og innskriv en regulær firkant i sirkelen.

4

Å løse proporsjoner med et ukjent tall

4.1

a Hva er spesielt med disse likhetene?

i $x : 5 = 18 : 15$

ii $\dfrac{8}{y} = \dfrac{20}{6}$

iii $\dfrac{1{,}5}{6} = \dfrac{z}{20}$

Er det riktig å kalle likhetene for likninger? Er det riktig å kalle dem proporsjoner?

Prøv å løse likningene.

b Se hvordan noen elever begynte da de skulle løse likningen $\frac{1{,}5}{6} = \frac{z}{20}$:

Oliver Her har vi to likeverdige brøker.
6 er 4 ganger så stor som 1,5. Da må 20 være...

Edvin

$$\frac{1{,}5}{6} = \frac{z}{20}$$

$$0{,}25 = \frac{z}{20}$$

$$z = \ldots$$

Maria

$$\frac{1{,}5 \cdot 10}{6 \cdot 10} = \frac{z \cdot 3}{20 \cdot 3}$$

$$\frac{15}{60} = \frac{3z}{60}$$

Nå har brøkene samme nevner,
og da må...

Lisa Ved å kryssmultiplisere, kan vi omforme likningen

$\dfrac{1{,}5}{6} = \dfrac{z}{20}$ slik: …

Forklar hvordan Edvin og Maria har tenkt.
Gjør ferdig alle løsningene, og vis at de gir samme svar.

c Løs likningene.

i) $\frac{a}{4} = \frac{7}{2}$

iii) $4{,}5 : 3 = 12 : c$

v) $\frac{2}{3} = \frac{0{,}5}{e}$

ii) $\frac{6}{b} = \frac{9}{7{,}5}$

iv) $d : 13 = 4{,}5 : 1{,}5$

vi) $f : 24 = 1 : 1{,}6$

4.2

a Du kaster to ulike mynter, f.eks. en 1-krone og en 5-krone. La M stå for «mynt» og K stå for «kron». Utfallene (dvs. resultatene) kan da listes opp som i rammen. Forklar opplistingen.

M M
M K
K M
K K

Hva er sannsynligheten for å få:

i) to kron?

ii) minst én kron?

iii) kun én kron?

b Du kaster tre ulike mynter, f.eks. en 1-krone, en 5-krone og en 10-krone.
Fullfør listen med alle mulige utfall:

MMM
MMK
MKM
MKK
…

Hvor mange ulike utfall er det?

c Du kaster tre ulike mynter. Hva er sannsynligheten for å få tre mynt?
Hva er sannsynligheten for å få minst én kron?

4.3

a En musikkonkurranse på TV bestod av 5 programmer. Etter hvert program delte en avis ut terningkast til deltakerne. Tre av deltakerne fikk følgende terningkast:

Maren	Lukas	Ida
4, 5, 5, 4, 5	3, 5, 5, 2, 5	3, 3, 3, 4, 3

Avisen ønsket å gi hver deltaker et samlet terningkast for hele programserien.

Hvilke terningkast ville du gitt til de tre deltakerne?

Gjennomsnittet av tallene 7, 9, 6, 3 og 8 er:

$$\frac{7+9+6+3+8}{5} = \frac{33}{5} = 6{,}6$$

b Avisen foreslo å gi terningkast 5 til Maren, 4 til Lukas og 3 til Ida. Er du enig?

c Hva om det hadde vært et sjette program i serien der Maren fikk terningkast 3 og Lukas fikk terningkast 4? Ville resultatet fra det siste programmet påvirket det gjennomsnittlige terningkastet? Begrunn.

Kunne Ida forbedret sluttvurderingen hvis hun hadde fått terningkast 4 i et sjette program? Hva om hun hadde fått 5?

4.4

a Se på disse likningene/proporsjonene:

$$\frac{x}{24} = \frac{5}{8} \qquad\qquad 21 : y = 63 : 1{,}5$$

Er det et av de midterste eller ytterste tallene som er ukjent?

Skriv ned løsningen til hver likning som et uttrykk – kryssmultipliser hvis du trenger det.

Legg merke til hvor de ytterste og de midterste tallene står i uttrykkene.
Hvordan kan vi finne et ukjent tall i en proporsjon?

Algoritme for å løse proporsjoner med et ukjent tall

Hvis et av de ytterste tallene i en proporsjon er ukjent, kan vi finne det ved å multiplisere de midterste tallene med hverandre og deretter dividere svaret med det ytterste tallet som er kjent.

$$x : a = b : c \quad \text{eller} \quad \frac{x}{a} = \frac{b}{c} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Hvis et av de midterste tallene i en proporsjon er ukjent, kan vi finne det ved å multiplisere de ytterste tallene med hverandre og deretter dividere svaret med det midterste tallet som er kjent.

$$a : y = b : c \quad \text{eller} \quad \frac{a}{y} = \frac{b}{c} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{a \cdot c}{b}$$

b Løs likningene.

i) $x : 6 = 7 : 2$

ii) $\frac{y}{6} = \frac{5}{4}$

iii) $\frac{16}{z} = \frac{5}{6}$

iv) $1 : 6 = u : 4$

v) $\frac{10}{3} = \frac{8}{v}$

vi) $w : 64 = 25 : 32$

vii) $\frac{7}{p} = \frac{5{,}6}{3}$

viii) $\frac{1}{3} : \frac{2}{9} = q : 6$

ix) $\frac{7{,}2}{0{,}5} = \frac{43{,}2}{v}$

4.5

a Et tog skulle etter planen bruke 2,5 timer på 200 km. Toget kjørte med den planlagte farten i 120 km. Så måtte det stanse på rødt lys i 12 min. Hvor fort måtte toget kjøre videre for å holde tidsskjemaet? (Vi antar at toget kjører med jevn fart.)

b Hvis du står fast, finn først ut hvor lang tid som er igjen av de 2,5 timene når lyset blir grønt.

c Hvor mange minutter varte oppholdet hvis toget måtte kjøre videre i 120 km/t for å rekke fram i tide?

d Sammenlikn denne oppgaven med de forrige.

Karsten planla å bruke 3 timer på å sykle 63 km. Etter å ha syklet med den planlagte farten i 2 timer, punkterte han og måtte stoppe for å skifte slange. For å rekke fram til rett tid, måtte han sykle videre med en fart på 28 km/t. Hvor lang tid brukte Karsten på å skifte slangen?

Løs oppgaven.

4.6

a Tallet 105 ble først delt i forholdet 2 : 3 og deretter i forholdet 3 : 4. I hvilket av disse tilfellene var differansen mellom tallene man fikk minst? Prøv å svare uten å regne ut differansene. Forklar hvordan du tenker.

Regn ut og sjekk om du svarte rett.

b Finn en måte å dele opp 105 på som gjør at differansen mellom tallene vi får blir enda mindre.

c Et tall m deles i forholdet 3 : 5. Differansen mellom tallene man får er 36. Finn m.

4.7

a Hva er ulikt for disse proporsjonene?

i) $\frac{x}{9} = \frac{5}{6}$ **ii)** $\frac{2y}{9} = \frac{5}{6}$ **iii)** $\frac{2,5z}{9} = \frac{5}{6}$

Hvilket av tallene x, y og z vil være minst? Kan du svare uten å løse likningene? Begrunn.

Løs likningene og sjekk om du hadde rett.

b Se hvordan noen elever begynte de skulle løse likningen $\frac{2{,}5z}{9} = \frac{5}{6}$:

Terese: Vi kan først løse «hjelpelikningen» $\frac{v}{9} = \frac{5}{6}$. …

Vegard: Hvis vi kryssmultipliserer, får vi: $6 \cdot 2{,}5z = 9 \cdot 5 \ldots$

Gjør ferdig de to løsningene. Fikk du samme svar?

c Løs likningene.

i) $2x : 7 = 4 : 5$

ii) $\frac{12}{0{,}5y} = \frac{8}{25}$

iii) $\frac{4}{11} = \frac{6}{5z}$

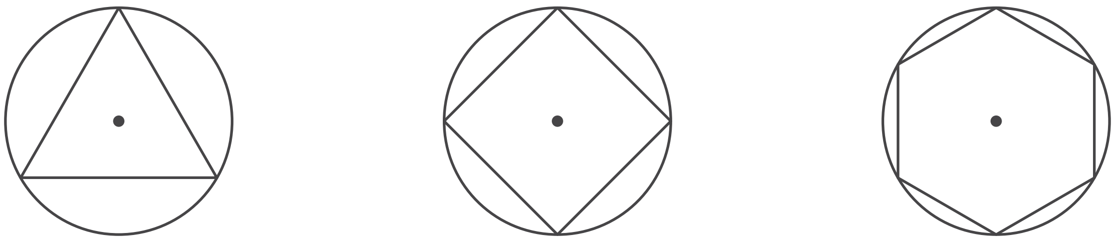
iv) $\frac{0{,}01}{0{,}2u} = \frac{1}{3}$

v) $\frac{2{,}5v}{9} = \frac{0{,}3}{0{,}8}$

vi) $\frac{3}{4} : 2w = 3{,}75 : 8$

4.8

a Hva ser du på tegningen?



Mål diameteren til sirklene.

Finn omkretsen til hver av de innskrevne mangekantene. (Foreta målingene som du trenger.)

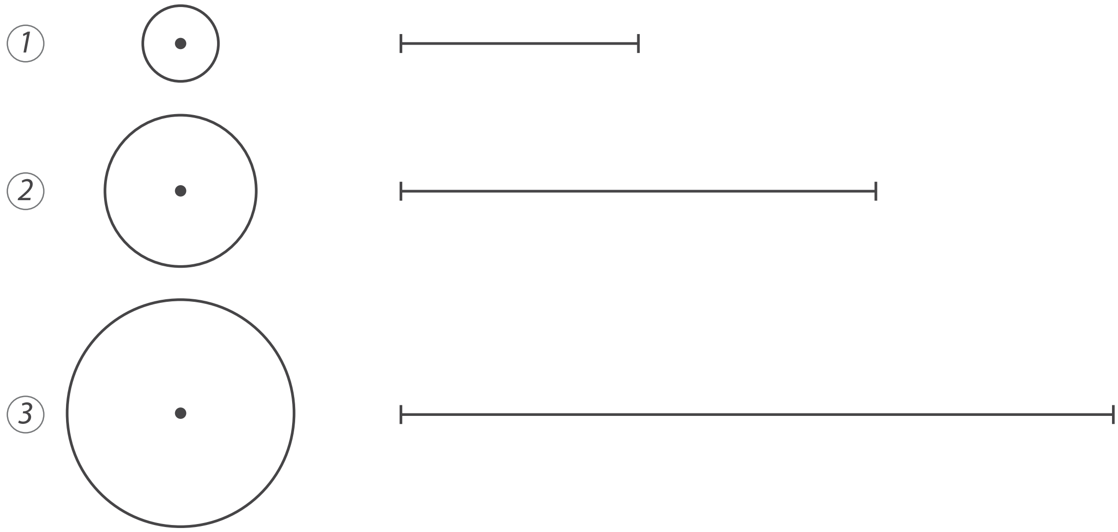
Hvilken mangekant har størst omkrets?

Finn forholdet mellom omkretsen til hver mangekant og diameteren til sirkelen. I hvilket tilfellet ble forholdstallet størst?

Vil forholdet mellom omkretsen til en regulær 12-kant og diameteren til den omskrevne sirkelen bli enda større? Hva tror du?

Hva med forholdet mellom omkretsen til selve sirkelen og diameteren?

b Ved siden av hver av sirklene nedenfor er det tegnet et linjestykke som er like langt som omkretsen til sirkelen.



Gjør nødvendige målinger og finn forholdet mellom omkretsen og diameteren til sirkelen i hvert tilfelle. Hva legger du merke til?

c Forholdet mellom omkrets og diameter i en sirkel er konstant. Det betyr at det alltid er det samme, uavhengig av størrelsen på sirkelen.

Tenk deg at du har en sirkel med omkrets O og diameter d. Forholdet mellom O og d har fått den greske bokstaven π til navn (leses «pi»):

$$\pi = \frac{O}{d} \quad \text{eller} \quad O = \pi \cdot d$$

Tallet π kan skrives som et uendelig desimaltall: $\pi = 3{,}14159265\ldots$
Det er vanlig å runde av tallet til to desimaler: $\pi \approx 3{,}14$

Anta at vi har en sirkel med radius r. Forklar hvorfor omkretsen da er gitt ved denne formelen:

$$O = 2\pi r$$

d **Trym** tegnet en sirkel med diameter 8 cm. Hva var omkretsen til sirkelen? (Bruk tilnærmingen $\pi \approx 3{,}14$.)

e **Marwa** tegnet en sirkel med omkrets 15 cm. Hva var radiusen til sirkelen?

f Et sykkelhjul med radius 0,3 m triller langs en rett linje. Hvor langt triller hjulet (omtrent) på en hel omdreining?

Fra matematikkens historie

Navnet π stammer fra den første bokstaven i det greske ordet «perimetros» som betyr omkrets eller periferi[1]. Ordet er satt sammen av ordene «peri-» som betyr omkring eller rundt og «metron» som betyr mål.

Siden π er en gresk bokstav skulle man kanskje tro at det var en gresk matematiker som var den første som fant på å bruke denne bokstaven for forholdet mellom omkretsen og diameteren til en sirkel. Dette finnes det imidlertid ingen kilder på. Derimot er det den walisiske matematikeren **William Jones** (1675-1749) som har fått æren for å ha vært den første, etter at han brukte bokstaven i en bok som kom ut i 1706. Bruken spredte seg da den mer berømte **Leonard Euler** (1707-1782) tok symbolet i bruk.

Tallet π har uendelig mange desimaler. Det kan ikke skrives som en brøk, noe som betyr at det heller ikke kan skrives som et periodisk desimaltall. Dermed må man finne en og en desimal. I 2019 ble π kalkulert til over 31,4 billioner desimaler. Beregningen tok 121 dager!

Den 14. mars feirer mange universiteter og skoler den internasjonale π-dagen. Grunnen til at akkurat denne datoen er valgt, er at man i USA, der forslaget stammer fra, skriver datoer med måneden før dagen. Dermed blir 14. mars skrevet som 3.14. Dagen feries gjerne med en rund kake.

Noen syns det er morsomt å prøve å huske flest mulig av desimalene til π. Verdensrekorden (satt av en inder 15. oktober 2015) er på hele 70 030 desimaler! Norgesrekorden (satt 24. februar 2016) er på 2993 desimaler. Hvor mange desimaler klarer du å huske?

[1] *Periferi er et ord som brukes om kurven som danner en sirkel. Det kan også bety ytterkant eller utkant.*

4.9

a Regn ut.

$$a = \frac{\frac{7}{15}}{0{,}35} - 30 : 24$$

$$b = \frac{\frac{0{,}63}{0{,}28}}{0{,}15} - \frac{0{,}36}{\frac{3}{25}}$$

$$c = \frac{\frac{11}{15} - \frac{7}{12}}{0{,}25}$$

b Bruk svarene du fikk i a) og finn forholdet mellom:

i) b og a

ii) a og c

iii) b og c

c Finn forholdet i prosent mellom:

i) c og b

ii) c og a

iii) b og $\frac{1}{a}$

4.10

a Hvilke av disse likningene er også proporsjoner? Begrunn valget.

i) $4x + 1 = 1{,}48$

ii) $28 : y = 0{,}7 : 2{,}5$

iii) $3z - 15 = \frac{9}{2}$

iv) $\frac{3u}{2} = \frac{15}{0{,}5}$

v) $\frac{4{,}5}{3{,}6} + v = \frac{4{,}2}{2{,}8}$

vi) $\frac{0{,}9}{3{,}5w} = \frac{0{,}3}{1{,}4}$

b Løs alle likningene i a).

c Lag to proporsjoner med et ukjent tall. Be en medelev løse dem.

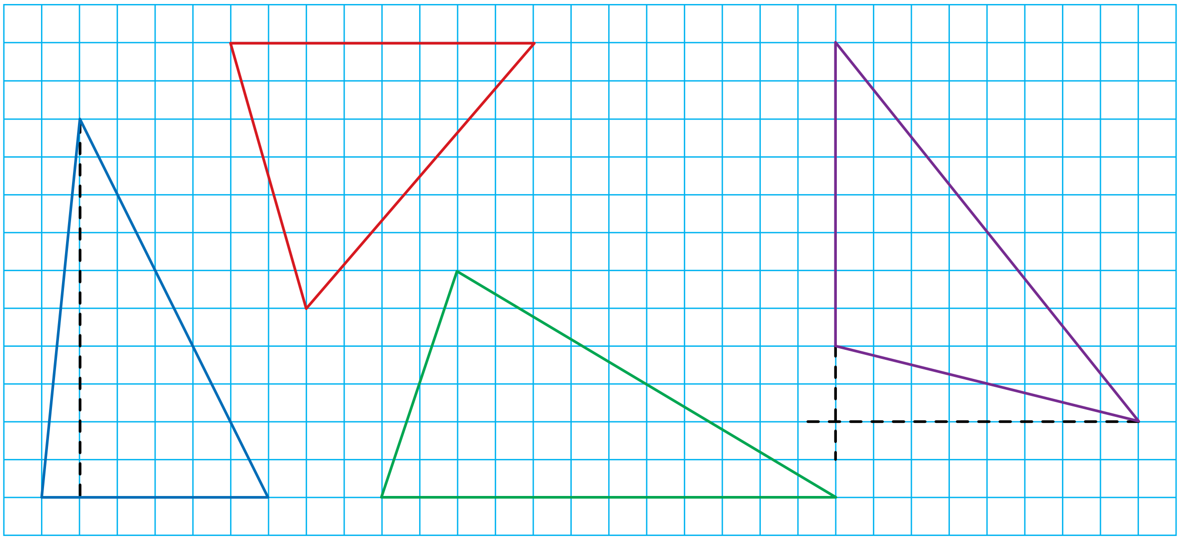
4.11

a Forholdet mellom farten til en båt (i stille vann) og farten til vannet i en elv er 15 : 1. Båten kjører med strømmen og bruker 1,5 time på 24 km. Hva er farten til båten?

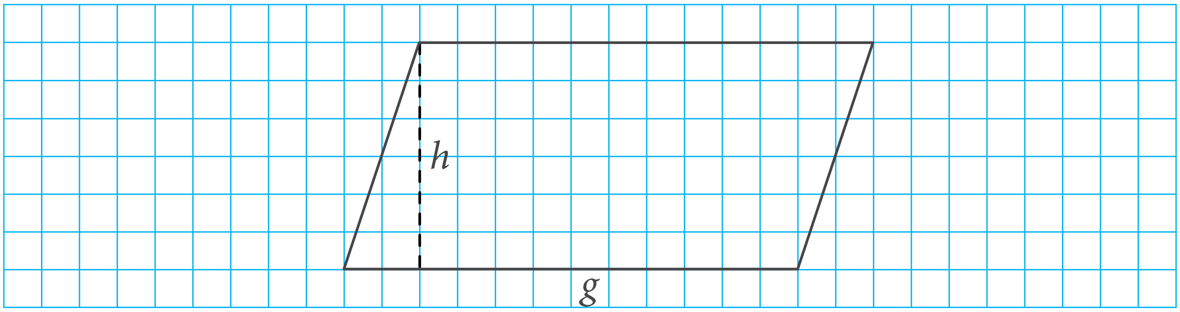
b Elven i a) renner ut i en innsjø. En båt med samme fart som båten i a) kjørte i 40 min på innsjøen og deretter 2 timer oppover elven. Hvor langt kjørte båten til sammen?

4.12

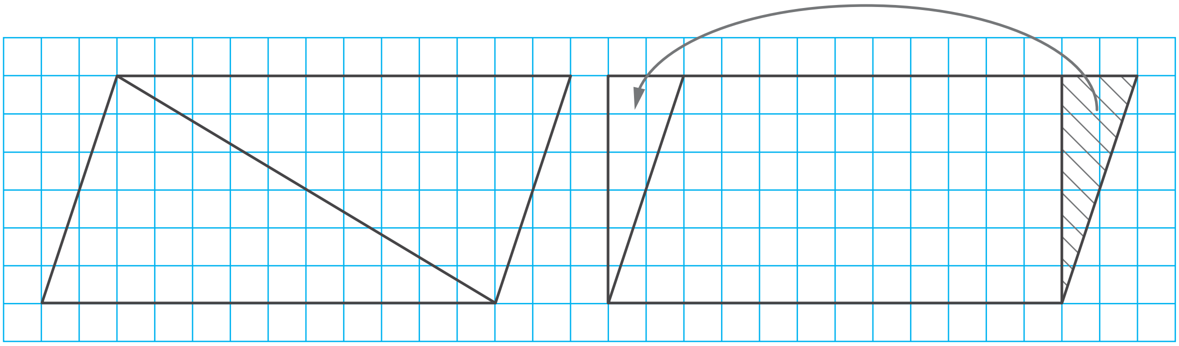
a Finn arealet av trekantene.



b Hva slags figur er dette?

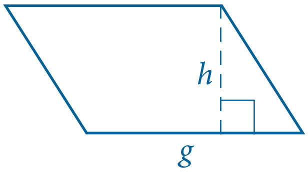


Hvordan kan du finne arealet av figuren? Hvis du står fast, se om en av disse tegningene kan hjelpe deg.

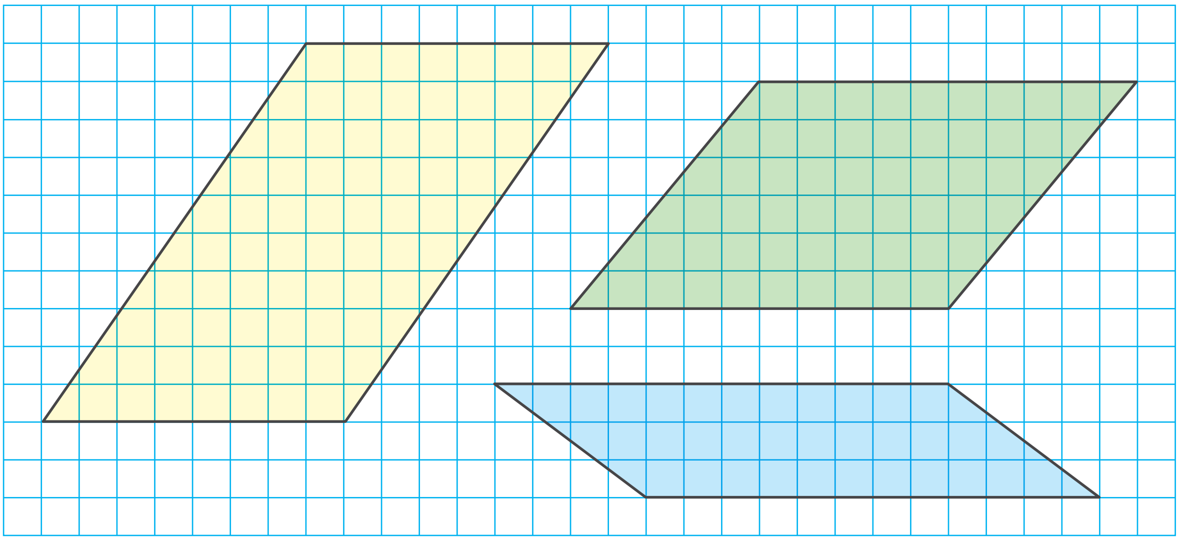


Arealet av et parallellogram *er lik en av sidene multiplisert med tilhørende høyde:*

$$A = g \cdot h$$



C Finn arealet av parallellogrammene.



4.13

a Løs likningene. Skriv løsningen som et endelig desimaltall hvis det er mulig.

i) $\frac{3x}{5} = \frac{2}{5}$

iii) $\frac{5}{18} = \frac{300}{z}$

v) $\frac{0{,}4v}{1{,}5} = \frac{1{,}8}{2{,}5}$

ii) $1 : 4y = 2{,}5 : 3$

iv) $15 : 4 = 9u : 10$

vi) $\frac{0{,}7w}{7} = \frac{0{,}4}{5}$

b Velg verdier for a, b og c slik at:

i) løsningen til likningen $\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$ blir et tosifret tall.

ii) løsningen til likningen $\frac{a}{y} = \frac{b}{c}$ blir lik 0,6.

c Lag en proporsjon med et ukjent tall der løsningen er større enn $1\frac{2}{3}$, men mindre enn 1,8.

4.14

a En brøk kan gjøres om til et desimaltall ved å dele teller med nevner. Gjør dette med $\frac{22}{7}$.
Ta med 5 desimaler.

b Sammenlikn svaret du fikk med desimalutviklingen til tallet π.

$$\pi = 3{,}14159265\ldots$$

Hva ser du?

c En sirkel har diameter 14 cm. Bruk tilnærmingen $\pi \approx \frac{22}{7}$ og finn omkretsen til sirkelen.
Hvis du får problemer, gå tilbake til oppgave 4.8.

Finn omkretsen ved å bruke $\pi \approx 3{,}14$. Hvor stor er forskjellen mellom svarene? I hvilket tilfelle var det enklest å finne svaret?

d Finn omkretsen til en sirkel hvis:

i) diameteren til sirkelen er 8,4 m.

ii) radiusen til sirkelen er 9,8 cm.

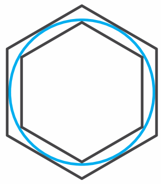
Rund av svarene om nødvendig.

Fra matematikkens historie

At forholdet mellom omkretsen og diameteren til en sirkel er konstant, har vært kjent fra gammelt av. Hva dette forholdet var, viste seg imidlertid å være svært vanskelig å finne ut.

For å finne en omtrentlig verdi for π kan man lage en sirkel og måle omkretsen og diameteren med et tau. Da vil man enkelt se at diameteren går litt mer enn 3 ganger langs omkretsen. Er man mer nøyaktig, vil man finne at det er snakk om mellom $3\frac{1}{8}$ og $3\frac{1}{7}$ ganger.

Alle disse tre verdiene er kjent fra historiske kilder. Tilnærmingen $\pi \approx 3$ ble f.eks. brukt av de gamle babylonerne. De brukte også tilnærmingen $\pi \approx 3\frac{1}{8}$.



De første mer omfattende beregningene av π ble utført av grekeren **Arkimedes** (287 – 212 f. Kr.). Han så på omkretsen til innskrevne og omskrevne regulære mangekanter i en sirkel. Arkimedes begynte med to regulære 6-kanter, som vist på tegningen. Omkretsen til sirkelen må ligge mellom omkretsene til disse to sekskantene. Han fortsatte videre med 12-kanter, 48-kanter og 96-kanter. I det siste tilfellet kom han fram til at π måtte oppfylle følgende ulikhet:

$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$$

Her ser vi at verdien $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$ dukker opp, og Arkimedes valgte å bruke dette tallet som en tilnærming for π. Det er en meget god tilnærming som faktisk ligger nærmere den eksakte verdien enn 3,14.

4.15

a Et rektangel har omkrets 20 cm. Den ene siden er 1,5 ganger så lang som den andre. Finn arealet av rektangelet.

b Hvis du står fast, kall den korteste siden for x. Hvordan kan du uttrykke den lengste siden ved hjelp av x? Hvordan kan du uttrykke med matematisk språk at omkretsen skal være 20?

c Et rektangel har et areal som er 50 % større enn arealet av rektangelet i a). Hva er arealet av dette rektangelet? Hva kan sidene i rektangelet være? Tegn et slikt rektangel.

d Et rektangel har areal lik summen av arealene til rektanglene i a) og c). Sidelengdene er et helt antall centimetere. Avgjør om disse påstandene er sanne eller usanne, begrunn svaret:

i) Rektangelet kan ikke være et kvadrat.

ii) En av sidene kan være 11 cm lengre enn den andre.

iii) En av sidene kan være 40 % kortere enn den andre.

iv) Rektangelet kan ha omkrets 122 cm.

4.16

a Skriv ned et tall som er:

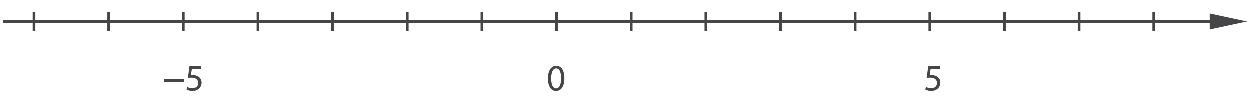
i 5 mindre enn 6.

iii 10 mindre enn 4.

ii 6 mindre enn 5.

iv 3 mindre enn –3.

Bruk tallinjen hvis du trenger det.



b Hvor mye større eller mindre er:

- i) -6 enn -2?
- ii) -6 enn 2?
- iii) -6 enn -20?
- iv) 15 enn -15?

c Finn tallet som ligger midt mellom:
Bruk tallinje hvis du trenger det.

- i) 7 og -3
- ii) -7 og 13
- iii) -8 og -28
- iv) -25 og -17
- v) -999 og 999
- vi) 300 og 1000

d Finn tallet som ligger:

i) dobbelt så langt fra 4 som fra –2.

ii) dobbelt så langt fra – 8 som fra 1.

iii) tre ganger så langt fra 8 som fra – 20.

Bruk tallinje hvis du trenger det.

Hjernetrim

1 Vi har tre linjestykker: *AB*, *CD* og *MN*

Forholdet mellom *AB* og *MN* er lik forholdet mellom *MN* og *CD*.

Hva er lengden til *MN* dersom $AB = 4$ cm og $CD = 9$ cm?

2 Vi har to rektangler med areal: $A_1 = 12\ \text{cm}^2$
$A_2 = 27\ \text{cm}^2$

Et tredje rektangel har areal A_3.

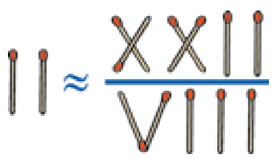
Finn A_3 hvis $\dfrac{A_3}{A_1} = \dfrac{A_2}{A_3}$.

3 Vi har følgende likning: $x : 3{,}6 = 1 : 3$

Hvor mange prosent blir roten endret med hvis et av de midterste tallene i proporsjonen reduseres med 20 % og det kjente ytterste tallet økes med 20 %?

4 Tenk deg at du legger et tau rundt jordkloden ved ekvator. Tenk deg så at tauet løftes 1 meter fra bakken hele veien rundt. Hvor mye må du skjøte på tauet for at det skal rekke helt rundt?

5 Klarer du å få dette til å bli sant ved å flytte på én fyrstikk?



Test deg selv

1 Løs likningene.

a) $x : 6 = 8 : 3$

b) $\frac{21}{y} = \frac{3,5}{0,8}$

c) $15 : 28 = z : 70$

d) $\frac{1}{4,5} = \frac{6}{v}$

2 Løs likningene.

a) $2x : 5 = 1 : 1,5$

b) $\frac{8}{3y} = \frac{1}{7,5}$

c) $45 : 4 = 2,25z : 16$

d) $\frac{18}{0,85} = \frac{12}{17v}$

3 Et tall a deles i forholdet 7 : 5. Differansen mellom tallene man får er lik 12. Finn a.

4 Tegn en sirkel med diameter 6 cm. Finn omkretsen. (Rund av til nærmeste centimeter.)

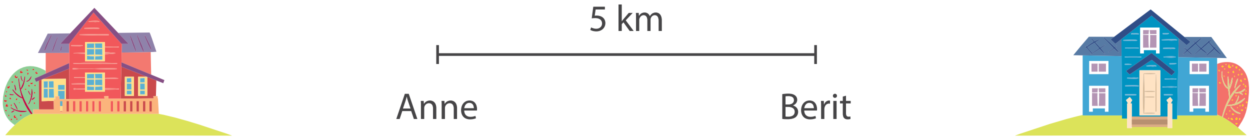
Mål omkretsen ved hjelp av en tråd. Fikk du omtrent samme svar?

5 En sirkel har omkrets 1 m. Hva er radiusen? (Rund av til nærmeste centimeter.)

5 Målestokk

5.1

a Anne og Berit bor 5 km fra hverandre. På tegningen er dette tegnet skjematisk som et linjestykke.



Hvor mange ganger større er avstanden i virkeligheten enn på tegningen?

Hvilken **målestokk** er brukt på tegningen? Velg riktig svar blant disse forslagene:

1 : 1000 **1 : 100 000**

1 : 10 000 **1 : 1 000 000**

b Forklar hva vi mener «målestokken» til en tegning.

Sammenlikn forklaringen din med følgende definisjonen.

> ***Målestokken*** *til en tegning (f.eks. et kart) er forholdet mellom avstander på tegningen og tilsvarende avstander i virkeligheten.*

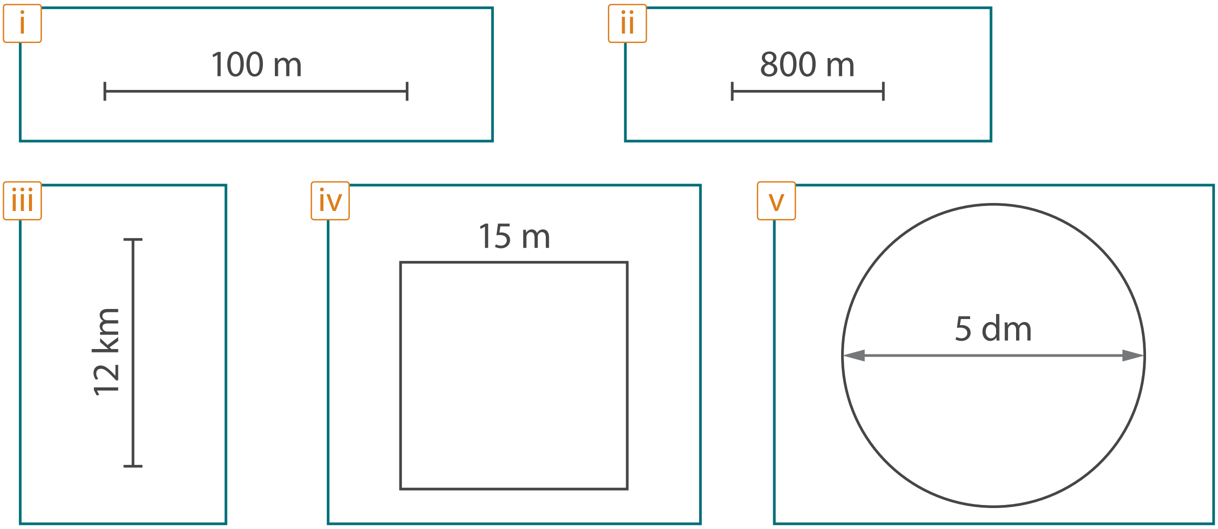
Vi kan også skrive forholdet mellom lengden til linjestykket i a) og avstanden i virkeligheten slik:

5 : 500 000

Det er imidlertid vanlig å la det minste tallet i en målestokk være 1. Derfor sier vi heller at målestokken er 1 : 100 000.

Hvorfor er 5 : 500 000 = 1 : 100 000?

c Hvilken målestokk er brukt på disse figurene?



d Sjekk at disse målestokkene var blant svarene du fikk i c):

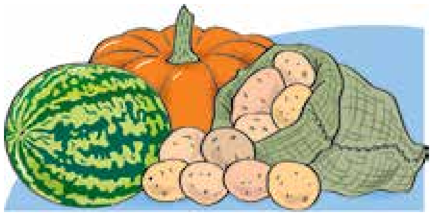
1 : 400 000

1 : 500

5.2

a En vannmelon veier 5 kg. Forholdet mellom massen til et gresskar og massen til vannmelonen er 3 : 2. Hvor mye veier gresskaret?

b Hvor mange prosent tyngre er gresskaret enn vannmelonen?

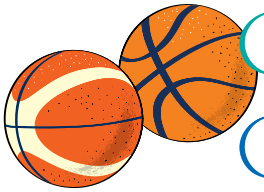


c En sekk med poteter er dobbelt så tung som vannmelonen. Lag en oppgave som handler om vannmelonen, gresskaret og potetsekken der man skal sammenlikne noe ved å bruke prosent.

Be en medelev løse oppgaven din.

5.3

a To basketballag spilte kamp mot hverandre. Høyden på spillerne, målt i cm, var:



Lag 1: 184, 175, 192, 182, 173

Lag 2: 177, 180, 174, 191, 185

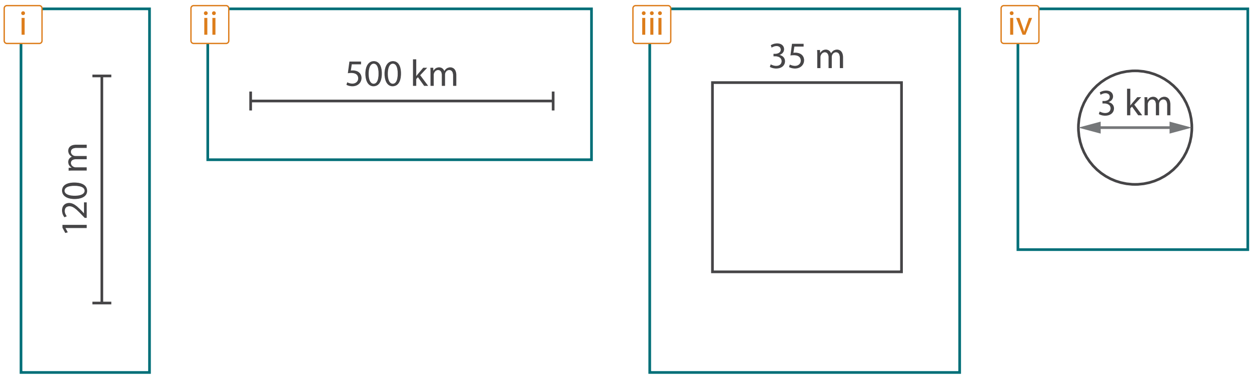
Fansen til lag 2 påsto at deres lag hadde de høyeste spillerne. Hvordan kunne de begrunnet dette?

Finn og sammenlikn gjennomsnittshøyden til spillerne på hvert lag.

b I løpet av kampen ble den laveste spilleren på lag 2 byttet ut med en annen. Etter byttet var gjennomsnittshøyden til spillerne på laget 182 cm. Hvor høy var den nye spilleren?

5.4

a Hvilken målestokk er brukt på disse figurene?

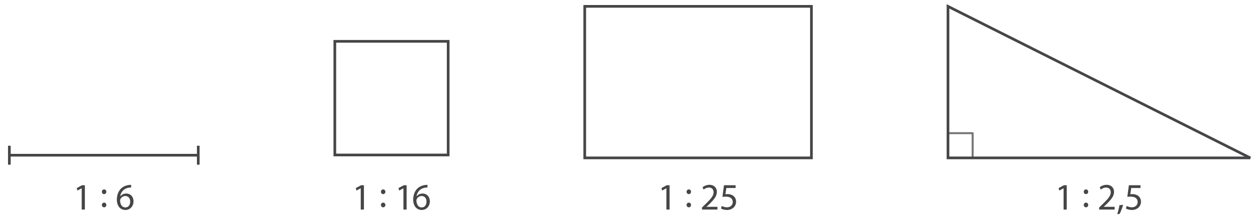


b Sjekk at disse målestokkene var blant svarene du fikk:

1 : 200 000

1 : 1400

c Figurene på tegningen er tegnet i oppgitt målestokk.



Finn følgende størrelser i virkeligheten:

- i Lengden til linjestykket.
- ii Arealet av kvadratet.
- iii Omkretsen til rektangelet.
- iv Arealet av trekanten.

5.5

a Sammenlikn oppgavene. Hva er likt?

I På en kafe lager de kaffe latte med 3 ganger så mye kaffe som melk. Hvor mye kaffe og hvor mye melk er det i 2 dL av en slik blanding?

II En legering består av kobber og tinn i forholdet 3 : 1. Hvor mye kobber og hvor mye tinn er det i 2 kg av en slik legering?

Løs oppgavene. Hva er felles for måten de kan løses på?

b Hva må endres i oppgave II) hvis svaret skal være 1,6 g kobber og 0,4 g tinn?

c En annen legering består av kobber, sink og nikkel. Det er dobbelt så mye kobber som sink og 3 ganger så mye sink som nikkel. Hvor mange prosent kobber, sink og nikkel er det i legeringen?

5.6

a Finn gjennomsnittet av disse tallene.

4 5 8 11

b **Trym** tenkte slik:

Vi kan «flytte» en verdi fra et tall til et annet uten at dette endrer gjennomsnittet. Slik kan vi holde på helt til alle tallene er like store.
For eksempel: 4, 5, 8, 11 ⟷ 7, 5, 8, 8 ⟷ …

Vis hvordan Trym kan fullføre løsningen sin.

Vi kan si at Trym fant gjennomsnittet ved å jevne ut tallene.

> ***Gjennomsnittet** sier oss hva verdiene ville vært hvis alle var like store*

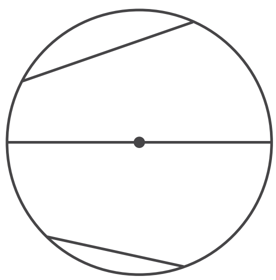
c Bruk utjevning til å finne gjennomsnittet til disse tallene.

4 5 7 11 13

d Lag en liknende oppgave til en medelev.

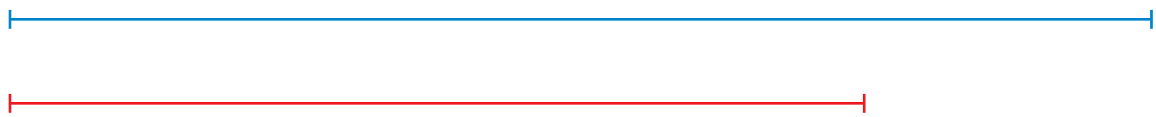
5.7

a Hva ser du her? Husker du hva vi kaller linjestykkene på tegningen?
Hva kaller vi korden som går gjennom sentrum av sirkelen?



b Finn omkretsen til sirkelen i a). Er det lurt å bruke 3,14 eller $\frac{22}{7}$ som tilnærming for π i dette tilfellet?

c To sirkler har omkrets lik lengdene til disse linjestykkene.



Finn radius til hver sirkel. Tegn sirklene.

d Hvilke av disse linjestykkene kan være korde i sirklene du nettopp tegnet? Begrunn.

5.8

a Linjestykket *AB* er tegnet i målestokk 1 : 20. Hvor langt er linjestykket i virkeligheten?

b Hvor langt skulle linjestykket på tegningen vært hvis målestokken var 1 : 8 i stedet?

c Hvis du står fast, husk at du allerede har funnet lengden til *AB* i virkeligheten. Hvor mange ganger lengre eller kortere må lengden til linjestykket være hvis det skal tegnes i målestokk 1 : 8?

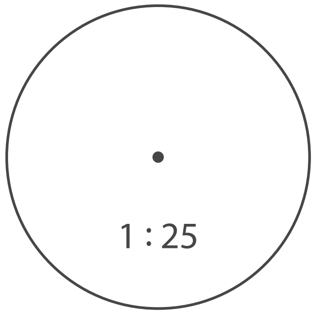
d Da **Mats** skulle finne lengden i målestokk 1 : 8, gjorde han slik:

$$(20 : 8) \cdot 4 \text{ cm} = 2{,}5 \cdot 4 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

Hvordan tenkte han?

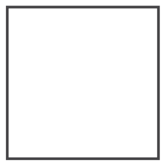
e Linjestykket og sirkelen er tegnet oppgitt målestokk. Tegn det opprinnelige linjestykket i målestokk 1 : 100, og den opprinnelige sirkelen i målestokk 1 : 20.

1 : 350



f Her ser du to rektangler som er tegnet i ulik målestokk. Hvilket rektangel har størst areal i virkeligheten?

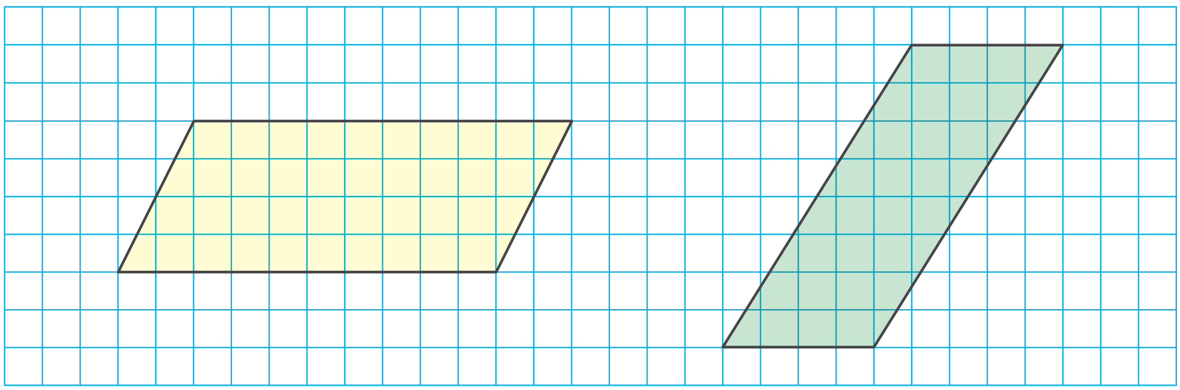
1 : 500



1 : 800

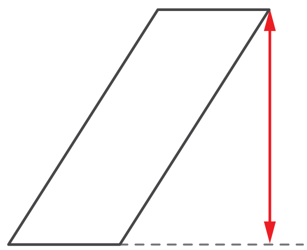
5.9

a Finn arealene av parallellogrammene. Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 4.12.

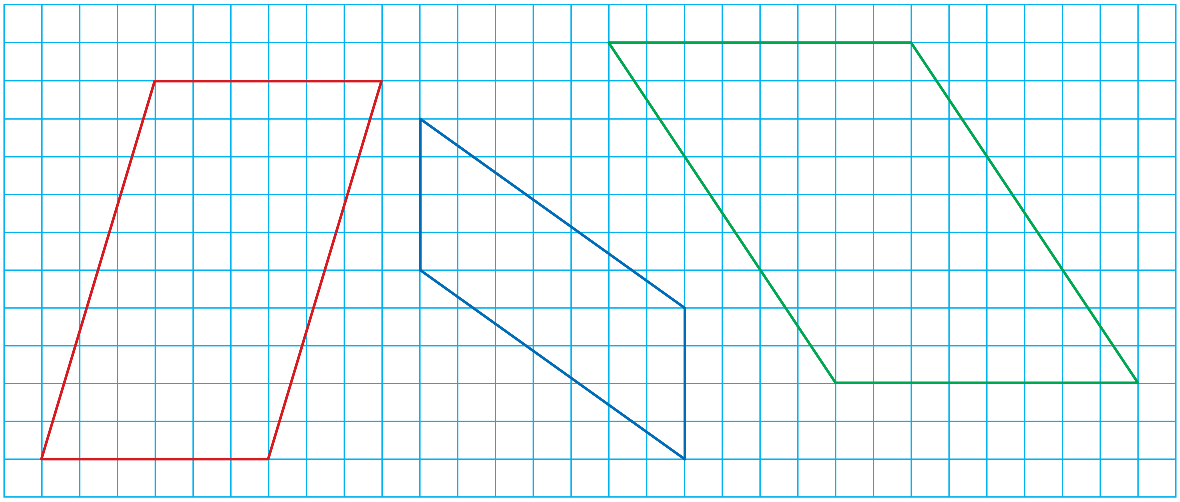


b Hvis du har problemer med å finne høyden til parallellogrammet til høyre, tenk deg at det er et skjevt tårn der den nederste siden er gulvet og den øverste er taket.

Hvor høyt er taket over bakken?



c Finn arealet av parallellogrammene.



Hvis du har problemer med det blå rektangelet, tenk over hvilken side det er lurt å velge som grunnlinje.

5.10

a En samling med ti tall har gjennomsnitt 50. Tenk deg at tallet 50 føyes til datasettet. Hva vil gjennomsnittet være nå? Finn flere måter å komme fram til svaret på.

b Sammenlikn gjennomsnittene i disse to datasettene.

4, 5, 6   2, 4, 5, 6, 8

Finn flere måter å gjøre det på.

c Finn to naturlige tall som kan føyes til datasettet 4, 5, 6 uten at gjennomsnittet endres. Diskuter ulike strategier.

5.11

a Sammenlikn oppgavene og løs dem.

I I 7A er det 24 elever. 14 av dem er jenter. En elev trekkes tilfeldig. Hva er sannsynligheten for at det er en gutt?

II I 7B er det 20 elever. Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev er en gutt er $\frac{3}{5}$. Hvor mange gutter og hvor mange jenter er det i klassen?

Hva er ulikt i løsningsstrategiene?

b Hvis du står fast på den andre oppgaven, finn forholdet mellom antall gutter og antall jenter i klassen. Hva i oppgaven gir informasjon om dette?

c Sammenlikn denne oppgaven med oppgave II), og løs den.

I 7B er det 28 elever. Sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev er en gutt er $\frac{1}{7}$ mindre enn sannsynligheten for at det er en jente. Hvor mange gutter og hvor mange jenter er det i klassen?

5.12

a En bilforhandler fører 5 ulike bilmerker. Hvert år lager de en oversikt over hvor mange biler av hvert merke de hadde solgt. Et år så resultatet slik ut:

Bilmerke	Antall (frekvens)
Audi	95
BMW	83
Mercedes	63
Tesla	158
Volkswagen	142

Hvilket bilmerke solgte de flest av?

Vi sier at Tesla er **typetallet** i dette datasettet. Tabellen over kalles en **frekvenstabell**.

__Typetall__ (også kalt __modus__) er den observasjonen som forekommer flest ganger i et datasett. Vi sier også at det er observasjonen med høyest __frekvens__. Hvis det er flere observasjoner som forekommer flest ganger, sier vi som regel at datasettet ikke har noe typetall.

Legg merke til at typetallet ikke trenger å være et tall.

b Lag et søylediagram for datasettet i a).
Hvordan finner du typetallet når dataene er presentert i et søylediagram?

c Noen barn ble spurt om hva yndlingsfargen deres var. Svarene var slik:

rød, **blå**, **blå**, **rosa**, **rød**, **blå**, **rød**, **rosa**, **rød**, **svart**, **blå**, **grønn**, **blå**, **rosa**, **grønn**

i) Lag en frekvenstabell og et søylediagram for dataene.

ii) Finn typetallet.
Hvilken informasjon gir typetallet i dette tilfellet?

d Lag din egen undersøkelse der du finner typetall.

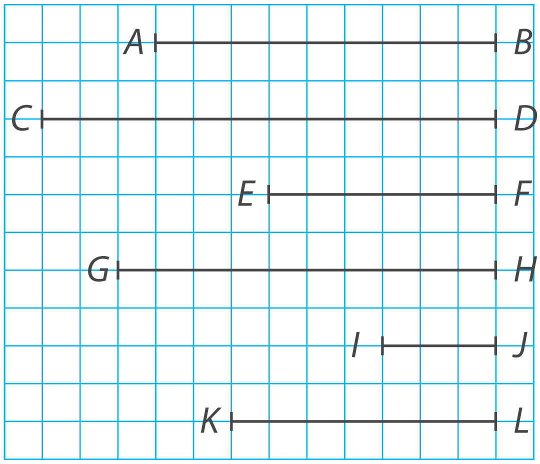
5.13

a Linjestykket *AB* er tegnet i målestokk 1 : 2. Hvor langt er linjestykket i virkeligheten?

Hvor langt ville *AB* vært i virkeligheten hvis målestokken på tegningen var 1 : 0,5?

Tegn det virkelige linjestykket i det siste tilfellet.

b Disse linjestykkene er tegnet i oppgitt målestokk. Finn lengdene i virkeligheten.



1 : 80

1 : 2500

1 : 6 000 000

1 : 0,04

1 : 200 000

1 : 0,2

5.14

a For å fylle vann i et basseng, kan man velge mellom tre slanger. Det vil ta 10 min å fylle bassenget med den første slangen, 12 min med den andre og 1 time med den tredje. Hvor lang tid vil det ta å fylle bassenget hvis alle slangene brukes samtidig?

b Hva må endres i oppgaven hvis den skal kunne løses ved hjelp av dette uttrykket?

$$\boxed{\frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{60}}$$

Lag den nye oppgaven og løs den.

5.15

a I en bedrift tjener sjefen 2 000 000 kr. i året, mens de andre ansatte har følgende årslønner:

410 000 430 000 460 000 470 000 490 000 500 000

Hva er gjennomsnittslønnen i bedriften?
Syns du gjennomsnittslønnen gir et godt bilde på lønnsforholdene i bedriften?

b Når en eller flere verdier skiller seg ut, kan gjennomsnittet gi et feilaktig bilde på hva som er typisk i et datasett. Et alternativ er å sortere tallene i stigende rekkefølge og så plukke ut verdien i midten. Dette tallet kalles **medianen**. Her får vi:

410 000 430 000 460 000 470 000 490 000 500 000 2 000 000

I dette eksemplet er medianen kr. 470 000. Syns du medianen gir et bedre bilde på lønnsforholdene i bedriften?

> *Hvis vi vil si noe om hva som er en typisk eller representativ verdi for et datasett, bruker vi **sentralmål**. Gjennomsnitt, typetall og median er eksempler på sentralmål.*

c Hva syns du medianen i dette datasettet bør være?

10 13 16 18 20 24 30 37 39 40 42 50

Når det er to tall i midten av et ordnet datasett, har man bestemt at medianen er gjennomsnittet av de to midterste verdiene. Hva blir medianen i dette datasettet?

> ***Median** er observasjonen som står i midten når dataene er ordnet i stigende rekkefølge, dvs. tallet som deler datasettet i to like store deler.*
>
> *Dersom antall observasjoner er et partall, er medianen gjennomsnittet av de to midterste tallene.*

d Finn 2 naturlige tall som passer slik at:

i) gjennomsnittet og medianen i dette datasettet blir lik 9: 10 ____ 4 ____ 4

ii) typetallet og medianen i dette datasettet blir 10: ____ ____ 10 6 10

Hvor mange løsninger finnes?

e Føy til 2 naturlige tall i dette datasettet uten at medianen, gjennomsnittet eller typetallet endres.

1 1 4 6 8

Hvis du står fast, tenk over hva summen av de to tallene kan være.

f Her ser du hva noen elever svarte på to oppgaver.

I Finn medianen: 125 cm, 146 cm, 135 cm, 142 cm, 160 cm

Ida svarte 135 cm.

II Finn typetallet: 5, 6, 7, 4, 7, 9, 7, 4, 5

Tor svarte 6, mens **Mats** svarte 3.

Avgjør om elevene svarte rett. Prøv å forklare hvordan de kan ha tenkt.

5.16

a Løs likningene.

i $\frac{0,5}{x} = \frac{3}{0,4}$ ii $\frac{1,25}{1,6} = \frac{y}{0,8}$ iii $\frac{0,35}{2,1} = \frac{0,1}{z}$ iv $\frac{4,5}{v} = \frac{13,5}{1,6}$

b Bruk tallene du fikk til svar og finn ut:

i) hvor mange prosent større verdien til v er enn verdien til x.

ii) hvor mange prosent mindre verdien til z er enn verdien til y.

Hjernetrim

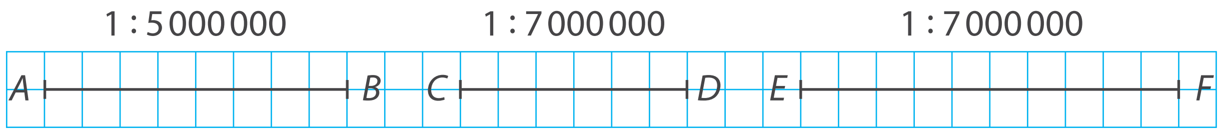
1 Linjestykkene nedenfor viser tre strekninger tegnet i målestokk. I virkeligheten er lengdene 18,75 m, 30 m og 36 m. Et av linjestykkene er tegnet i målestokk 1 : 600. Et annet er tegnet i målestokk 1 : 800, og et tredje er tegnet i målestokk 1 : 250.

Hvilket linjestykke viser til hvilken strekning?

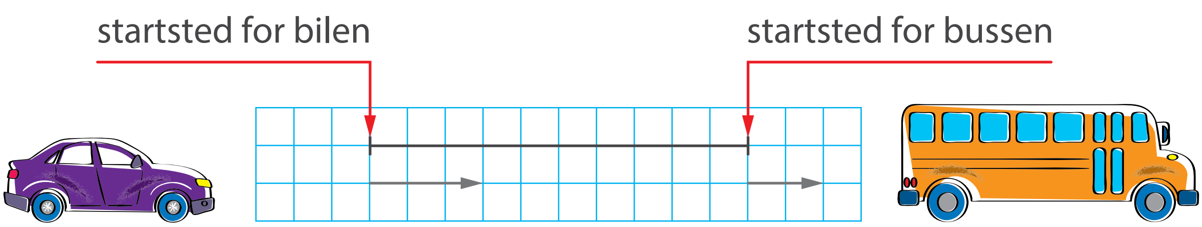
2 **a)** Planeten Jupiter har en radius på ca. 70 000 km. Tegn planeten som en sirkel. Velg en målestokk slik at diameteren er større enn 10 cm, men mindre enn bredden på arket ditt.

b) Planeten Mars har en radius på ca. 3400 km. Bruk samme målestokk som i sted, og tegn planeten som en sirkel.

3 To biler startet samtidig fra hvert sitt sted og kjørte mot hverandre. Den ene kjørte i 80 km/t, mens den andre kjørte 25 % saktere. Bilene møttes etter 1,5 time. Linjestykkene nedenfor viser 3 strekninger tegnet i målestokk. Finn ut hvilket av disse linjestykkene som viser strekningen mellom startstedene til bilene.



4 En bil og en buss startet samtidig fra hvert sitt sted og kjørte i samme retning. Bussen kjørte i 50 km/t, mens bilen kjørte 50 % fortere. Hvilken målestokk er brukt på tegningen hvis bilen tok igjen bussen etter 48 min?



Test deg selv

1

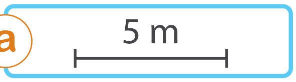
a) Et linjestykke er 300 m. Tegn det i målestokk 1 : 5 000.

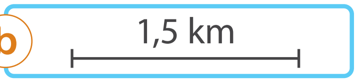
b) Et linjestykke er 80 km. Tegn det i målestokk 1 : 2 000 000.

c) Et kvadrat har areal 1 dm^2. Tegn det i målestokk 1 : 4.

2

Finn ut hvilken målestokk som er brukt.

a


b


c


3

Linjestykkene *AB* og *CD* er tegnet i målestokk 1 : 20.

Tegn *AB* og *CD* i målestokk 1 : 50.

4

En legering består av kobber, sink og nikkel i forholdet 12 : 2 : 1. Hvor mye må man bruke av hvert grunnstoff for å lage 1,5 kg av en slik legering?

5

Eva kastet liten ball seks ganger. Hun fikk følgende lengder:

20 m **22 m** **25 m** **18 m** **20 m** **21 m**

Finn gjennomsnittet og medianen.

6

Noen barn ble spurt om hvilken frukt de likte best av banan (B), eple (E) og appelsin (A). De svarte slik:

B, E, E, A, E, B, B, E, A, E, B, B, A, E, E, B, A, E, A, E

a) Lag en frekvenstabell og et søylediagram.

b) Finn typetallet.

6

Proporsjonale og omvendt proporsjonale størrelser

6.1

a En bil kjører med en jevn fart på 70 km/t. Skriv av og fyll ut tabellen.

Tid (i timer)	1	2	3	4	5
Tilbakelagt strekning (i km)					

Hva skjer med den tilbakelagte strekningen når kjøretiden er:

i dobbelt så lang?

ii 5 ganger så lang?

iii k ganger så lang?

Tilbakelagt strekning og medgått tid er et eksempel på **proporsjonale størrelser**.

> *Hvis forholdet mellom to størrelser er uendret selv om begge endrer verdi, sier vi at størrelsene er* ***proporsjonale****. Vi kan også si at den ene størrelsen* ***er proporsjonal med*** *den andre.*

b En bok koster 360 kr. Vis at antall kjøpte bøker og prisen man må betale er proporsjonale størrelser.

c 1 liter bensin veier 0,8 kg. Er massen til bensin proporsjonal med volumet? Begrunn.

d Avgjør om følgende størrelser er proporsjonale. Begrunn svarene.

- **i)** Sidelengden til et kvadrat og omkretsen til kvadratet.
- **ii)** Sidelengden til et kvadrat og arealet til kvadratet.
- **iii)** Mengden maling og arealet malingen rekker til.
- **iv)** Tiden som man bruker i en løpekonkurranse og plasseringen man får.
- **v)** Verdien til en brøk og telleren i brøken (gitt at nevneren er konstant).

e Finn noen egne eksempler på proporsjonale størrelser.

6.2

a Inger skulle gå en fjelltur på 20 km. Hun startet med en fart som gjorde at hun ville bruke 5 timer på turen. Etter å ha gått 60 % av strekningen, tok hun en pause. For å komme fram på 5 timer, måtte hun gå den siste biten med fart på 6 km/t. Hvor lang var pausen?

b Hvor mange prosent måtte Inger øke farten med etter pausen?

c Lag en oppgave som handler om bevegelse med en pause underveis, der man skal finne ut hvor lang pausen var. Løs oppgaven eller be en medelev løse den.

6.3

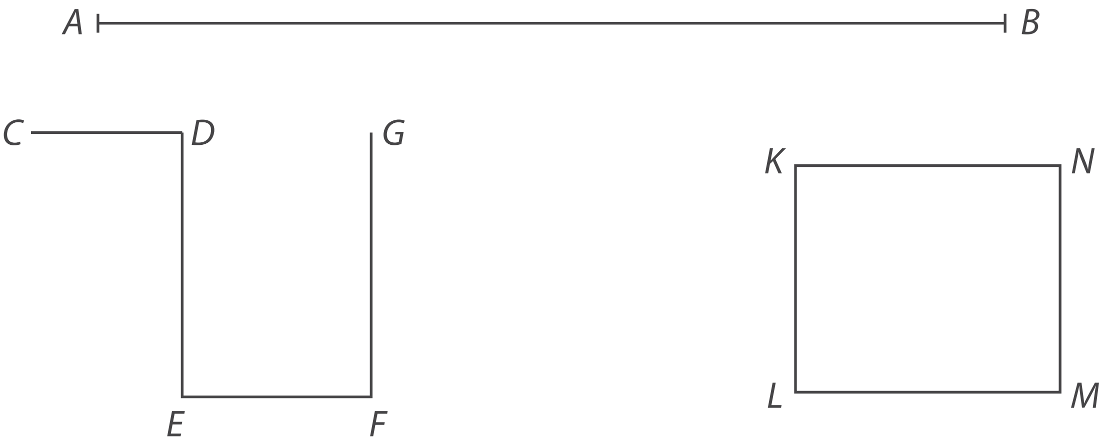
a Tegn en sirkel med diameter 4 cm. Hva er omkretsen til sirkelen?

b Hva er lengst – omkretsen til sirkelen eller:

i lengden til linjestykket *AB* nedenfor?

ii lengden til brukne linjen *CDEFG*?

iii Omkretsen til rektangelet *KLMN*?



c Tegn et linjestykke og skriv ned hvor langt det er. Tegn en sirkel med omkrets omtrent lik lengden til linjestykket.

Hvor lang må radiusen til sirkelen være?

d Tegn først et kvadrat og deretter en sirkel med omtrent samme omkrets som kvadratet.

6.4

a Les oppgaven og vurder om den inneholder proporsjonale størrelser.

En båt brukte 2 timer på 28 km. Hvor langt kommer båten på 3 timer hvis den kjører med samme fart?

Fredrik laget denne modellen til oppgaven:

2 timer - 28 km
3 timer - x km

Hvordan tror du han tenkte?

Fredrik sier at pilene skal vise at størrelsene endrer seg i **samme takt** eller **forhold**. Er du enig i at det er lurt?

Lag en proporsjon som passer til oppgaven.

b Laget du en av disse proporsjonene?

$\frac{2}{3} = \frac{28}{x}$ $\frac{3}{2} = \frac{x}{28}$ $\frac{2}{28} = \frac{3}{x}$ $\frac{28}{2} = \frac{x}{3}$

Hva er ulikt i likningene? Har de samme løsning? Begrunn.

Løs likningen du laget, og svar på spørsmålet i tekstoppgaven over.

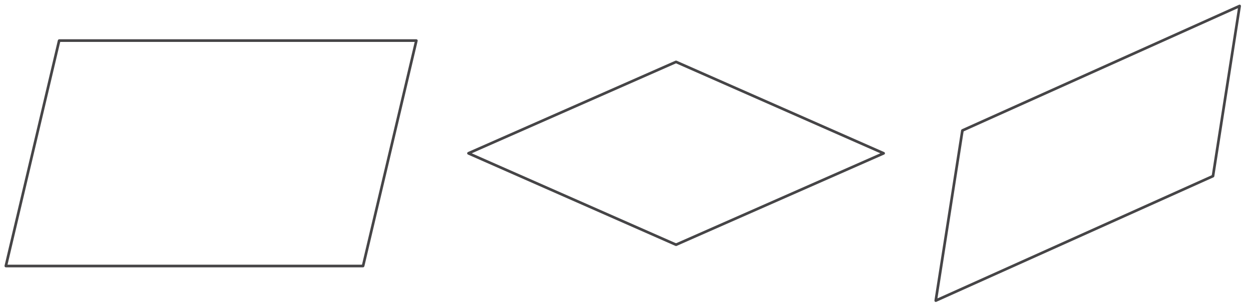
c Løs oppgavene ved å lage proporsjoner som passer.

I Et bakeri brukte 4 kg honning for å lage 16 kaker. Hvor mye honning trenger de for å lage 56 kaker av samme type?

II En bil brukte 24 L bensin for å kjøre 15 % av en bestemt strekning. Hvor mye bensin vil bilen bruke på 40 % av strekningen? (Vi antar at bilen bruker like mye bensin per km.)

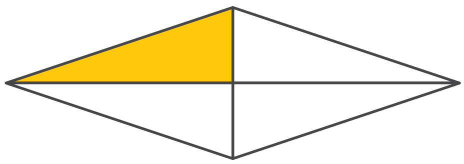
6.5

a Hva er spesielt med parallellogrammet i midten?



Hva heter et parallellogram der alle sidene er like lange? Tegn en slik figur.

b Alle romber har den egenskapen at diagonalene står vinkelrett på hverandre, se tegningen til høyre.



Hvilke figurer deler diagonalene romben inn i?

Finn arealet av den fargelagte trekanten.
Finn arealet av romben.

Mål diagonalene d_1 og d_2 på tegningen, og sjekk at denne formelen gir samme areal som du fikk i sted:

$$A = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

c Tegn en rombe med diagonaler 10 cm og 6 cm. Finn arealet av romben.

d Velg diagonaler i en rombe slik at arealet blir 40 cm^2. Tegn romben.

6.6

a Løs likningene.

i $\frac{2}{x} = \frac{125}{16}$

iii $0{,}4 : \frac{4}{3} = x : 0{,}8$

ii $\frac{12}{5} : 0{,}2 = 4{,}5 : x$

iv $400x : \frac{2}{3} = 1 : 0{,}005$

Strek under løsningen passer inn i denne ulikheten:

$$\frac{1}{4} < x < \frac{4}{11}$$

b Lag en proporsjon med et ukjent tall slik at løsningen passer inn i ulikheten.

i $\frac{2}{3} < x < 0{,}8$

ii $\frac{31}{20} < x < \frac{9}{5}$

Be en medelev løse likningene dine.

6.7

a Avstanden mellom to steder *A* og *B* er 30 km. For å komme seg fra *A* til *B* kan man gå, ri, sykle, kjøre buss eller kjøre bil. Tabellen viser gjennomsnittsfarten for disse framkomstmåtene.

Skriv av og fyll ut tabellen.

Fart	Til fots 5 km/t	Til hest 10 km/t	På sykkel 15 km/t	Med buss 50 km/t	Med bil 72 km/t
Tiden turen tar					

Hva kan du si om sammenhengen mellom farten og tiden det tar?

> *Hvis produktet av to størrelser er konstant, sier vi at størrelsene er* ***omvendt proporsjonale****. Vi kan også si at den ene størrelsen* ***er omvendt proporsjonal med*** *den andre.*

Hvilke størrelser i eksemplet over er omvendt proporsjonale?

b En vennegjeng skal på tur. De leier en buss til 2000 kr og deler beløpet likt mellom seg. Lag en tabell som likner den over, og vis at prisen hver person må betale og antall personer som skal være med på turen er omvendt proporsjonale størrelser.

c Avgjør om følgende størrelser er omvendt proporsjonale.

i) Sidene i et rektangel hvis arealet er konstant.

ii) Antall skritt og lengden på skrittene når man går en bestemt strekning.

iii) Antall like vannslanger og tiden det tar å fylle et basseng med slangene.

iv) To nabovinkler.

v) Verdien til en brøk og nevneren i brøken (gitt at telleren er konstant).

d Finn egne eksempler på omvendt proporsjonale størrelser.

6.8

a Prøv å svare på spørsmålet i oppgaven uten å gjøre noen beregninger.

Klassene 7A og 7B har 30 elever hver. I 7A er forholdet mellom antall gutter og antall jenter 2 til 3, mens i 7B er forholdet 7 til 8. I hvilken klasse er det flest gutter?

Sjekk svaret ved å løse oppgaven.

b I en annen klasse er det 24 elever. Finn ut om forholdet mellom antall jenter og antall gutter kan være:

i) 1 : 2 **ii)** 2 : 3 **iii)** 3 : 5

Hvis det er mulig, finn ut hvor mange jenter og gutter det er i klassen. Hvis det ikke er mulig, begrunn hvorfor.

Finn andre mulige forhold mellom antall jenter og antall gutter i klassen.

c På en parkeringsplass er 72 biler. Noen av dem er EL-biler, resten går på diesel.

Velg et forhold mellom antall EL-biler og antall dieselbiler som passer og lag en oppgave der det er nødvendig å finne antall biler av hver type.

Be en medelev løse oppgaven.

6.9

a På en idrettsdag ble det konkurrert i høydehopp. Klassene 7A og 7B stilte med 3 elever hver, og det beste hoppet til hver elev telte. Resultatene ble som følger, mål i meter:

7A	
Siri	1,30
Leo	1,48
Beate	1,27

7B	
Pontus	1,46
Gøril	1,29
Anette	1,33

Hvilken klasse hadde best gjennomsnitt?

b Klassen som tapte la inn protest fordi de mente at hopperne hadde ulike forhold. Det ble bestemt at alle elevene skulle få et nytt forsøk. Beate var den eneste som forbedret resultatet sitt. Den nye gjennomsnittet i 7A ble 1,37 m. Hvor høyt var det siste hoppet til Beate?

6.10

a Les oppgavene. Inneholder de noen proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser?

I Et tog bruker 3 timer på 165 km. Hvor langt kjører toget på 4 timer hvis det fortsetter med samme fart?

II Gaute gikk 3 timer med en fart på 4 km/t. Hvor lang tid ville han brukt på den samme strekningen hvis farten var 6 km/t?

Sondre laget noen modeller til oppgavene:

3 timer - 165 km ↓ ↓
4 timer - x km

4 km/t - 3 timer ↓ ↑
6 km/t - x timer

Hvorfor tror du at pilene i modellen til høyre peker i hver sin retning?

Sondre sier at det er fordi størrelsene er omvendt proporsjonale. Da **øker** den ene i samme takt som den andre **minker**.

Løs oppgavene ved å lage likninger som passer.

Var likningene du satte opp proporsjoner? Hvis ikke, sett opp proporsjoner som passer.

b Løs oppgaven ved å lage en likning som passer.

Rebin og Stine har akkurat like lang vei til skolen. Rebin har en skrittlengde på 0,7 m og bruker 400 skritt på skoleveien. Skrittlengden til Stine er 0,5 m. Hvor mange skritt bruker hun?

6.11

a Sammenlikn oppgavene og løs dem.

I I et friluftsområde utgjorde et vann 44 % av hele området. Arealet av resten var 8,4 km^2. Hva var arealet av hele området?

II Pelle og faren gikk på ski over Hardangervidda. Etter å ha tilbakelagt 44 % av hele turen gjenstod en strekning som var 8,4 km lengre enn den de allerede hadde gått. Hvor mange km var hele turen?

b Tror du området i oppgave I) vil bli større eller mindre dersom 44 % byttes ut med 40 %? Begrunn.

Sjekk svaret ditt ved å løse den nye oppgaven.

c I en skog er det furu, gran og bjørk. Furuene utgjør 32 % av alle trærne, mens granene utgjør 44 %. Det er 195 færre bjørker enn furuer og graner til sammen. Hvor mange trær er det i skogen?

6.12

a Løs likningene ved å kryssmultiplisere (se oppgave 3.10).

i $2x : 5 = 1 : 1{,}5$

ii $48 : 5y = 72 : 0{,}25$

iii $9 : 0{,}8 = 2\frac{1}{4}z : 16$

iv $\frac{5}{4} : 0{,}875 = 1{,}6 : 0{,}7v$

b Lag en likning som har form som en proporsjon slik at løsningen er:

i) forholdet mellom x og y.

ii) 25 % større enn v.

iii) 95 % mindre enn z.

6.13

a I en kiosk har de en sjokolade på 60 g som koster 21 kr og en sjokolade på 80 g som koster 30 kr. Er masse og pris proporsjonale størrelser i dette tilfellet? Begrunn.

b Dersom du svarte «nei» på spørsmålet i a), så endre prisen på den andre sjokoladen slik at størrelsene blir proporsjonale.

c Tre malere brukte 1 t 20 min på å male en vegg. Hvor lang tid vil fem malere trenge på den samme jobben? (Vi antar at antall malere og tiden jobben tar er omvendt proporsjonale størrelser.)

6.14

a Løs likningene.

i $2(x - 7{,}5) = x$

ii $12 = 2(14 - y)$

iii $3(z - 5) = 2(z + 3)$

iv $0{,}5(u - 1) = 2(11 - u)$

b Finn forholdet i prosent mellom:

i z og x

ii u og y

c Hvor mange prosent utgjør:

i x av $z + u$?

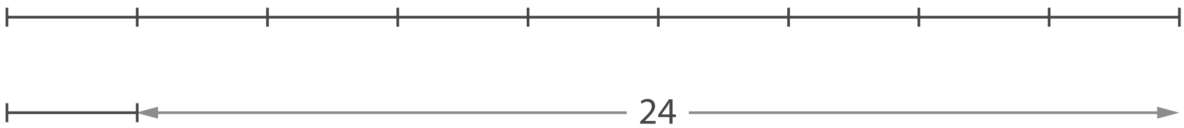
ii y av $x - u$?

6.15

a Løs oppgaven aritmetisk.

Moren til Tine er 24 år eldre enn Tine. For 4 år siden var hun 9 ganger så gammel som Tine. Hvor gamle er de nå?

b Hvis du står fast, se på denne modellen:



Hvilket tidspunkt passer modellen for?

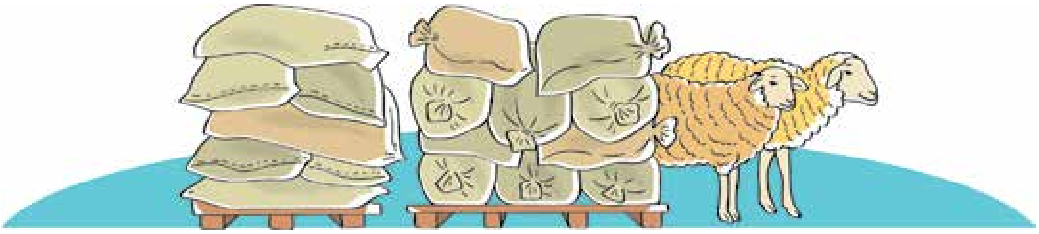
c Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den.

To kar inneholder til sammen 60 L vann. Hvis 15 L vann hadde blitt hellet fra det ene karet til det andre, ville det vært dobbelt så mye vann i det siste karet som i det første. Hvor mye vann er det i hvert kar?

d Hvor mange prosent mer vann er det i karet med mest vann enn i karet med minst?

Hjernetrim

1 En bonde ga bort 35 % av kornavlingen sin i bytte mot 84 sauer. Hvor mange sauer burde han fått for 45 % av avlingen?



2 For å male overflaten til en terning med sider 80 cm, trenger man 0,5 liter maling. Omtrent hvor mye maling trenger man for å male et rett, rektangulært prisme med sider 1,2 m, 8 dm og 75 cm? (Vi antar at malingsforbruket per arealenhet er det samme.)

3 Med 6 like vannslanger tar det 1,5 time å fylle 40 % av et basseng. Hvor lang tid vil det ta å fylle $\frac{3}{4}$ av bassenget hvis man har 15 slike slanger?

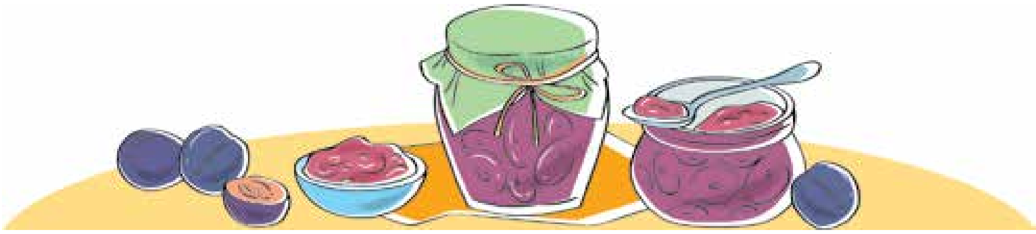
4 To ulike pumper som står på samtidig bruker 12 min på å tømme et basseng for vann. Hvis den ene pumpen byttes ut med en som er $\frac{2}{3}$ ganger så effektiv og den andre byttes ut med en som er dobbelt så effektiv, vil det ta 10 min å pumpe ut vannet. Hvor lang tid tar det for hver av de opprinnelige pumpene å pumpe ut vannet alene? (Hint: Tenk over hva som skjer med tiden når effektiviteten f.eks. dobles.)

5 12 personer gikk sammen om å gjøre en jobb. Etter 20 arbeidstimer var 40 % av jobben gjort. Hvor lang tid vil 25 personer bruke for å gjøre ferdig resten? (Vi antar at alle jobber like effektivt.)

Test deg selv

1 Løs oppgavene.

a) For å lage syltetøy av 5 kg plommer, trenger man 3 kg sukker. Hvor mye sukker trenger man for å lage syltetøy av 12 kg plommer?



b) Det tar 2 timer for å fylle 32 % av et basseng med vann. Hvor lang tid tar det å fylle $\frac{4}{5}$ av bassenget?

c) En bil kjørte i 60 km/t og brukte 3 timer på en strekning. Hvor fort måtte den kjørt hvis den skulle brukt 2,5 t på samme strekning?

d) En mengde poteter ble pakket i 84 sekker. Hver sekk veide 1,5 kg. Hvor mange sekker ville man trengt hvis hver sekk skulle veid 0,9 kg?

2 Tegn en sirkel med radius 4,5 cm. Finn omkretsen. (Rund av svaret til nærmeste millimeter.)

3 En sirkel har omkrets 1,6 dm. Finn radiusen. (Rund av svaret til nærmeste millimeter.)

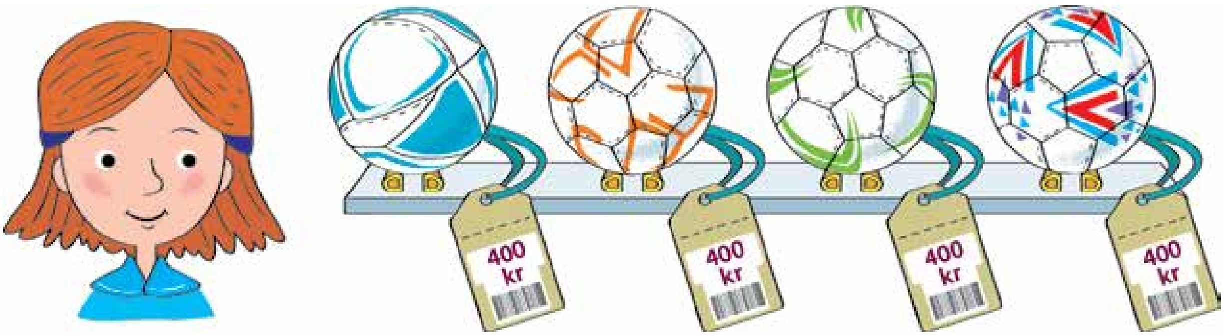
7

Hele tall

7.1

a En butikk selger fotballer til 450 kr stykket. Joshua har 500 kr og kjøper en ball. Hva viser verdien til uttrykket 500 – 450?

Miriam har 1000 kr. Hun kjøper også en ball. Lag et liknende uttrykk for kjøpet til Miriam. Hvor mye penger får hun igjen?



b Sander har 400 kr. Han vil også om kjøp ballen – kan han gjøre det?
Hvilken mening gir uttrykket 400 – 450? Vet du hva verdien til uttrykket er?
Hvor mye mangler Sander for å kunne kjøpe ballen?

c Vi sier at verdien til 400 – 450 er et **negativt tall** som vi skriver – 50.

$$400 - 450 = -50$$

Foreslå andre situasjoner som handler om kjøp der man ikke har nok penger. Lag likheter som passer til situasjonene.

d Finn verdiene til uttrykkene.

i $24 - 36$

ii $101 - 95$

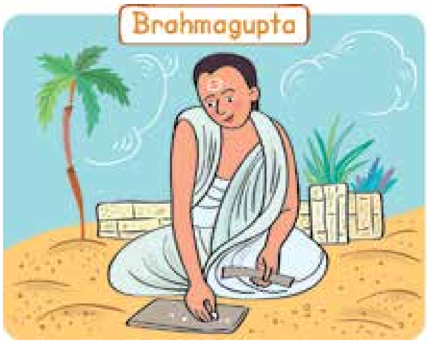
iii $3{,}5 - 4{,}7$

iv $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

Fra matematikkens historie

Det tok lang tid før negative tall fant sin rettmessige plass i matematikken. Hovedgrunnen til folks motvilje var nok at negative tall ikke kan representere noen fysisk størrelse. Vi kan ikke ha en mengde med et negativt antall eller en negativ lengde, masse, osv.

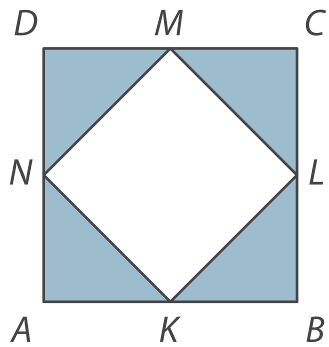
Til tross for dette undersøkte og regnet man med negative tall. I en kinesisk bok fra ca. 200 e.Kr. brukte de røde pinner for å representere positive tall og svarte pinner for å representere negative tall. Noe senere skrev den kinesiske matematikeren **Liu Hui** (død 295 e. Kr.) negative tall på skrå for å skille dem fra de positive. Den første som satte opp regler for hvordan man kunne regne med negative tall, var indiske **Brahmagupta** (598–668). Han satte også opp regler for å regne med null. Akkurat som for de negative tallene, tok det lang tid før 0 ble akseptert som et selvstendig tall.



I Europa finner vi det første tegnet på at noen aksepterte negative tall i en bok fra 1545 av den italienske matematikeren **Girolamo Cardano** (1501–1576). Men selv om Cardano satte opp regneregler for disse tallene, var han ikke helt villig til å gi dem noen praktisk nytteverdi. Han kalte negative løsninger for «fiktive», mens de positive ble sagt å være «sanne». En liknende holdning finner vi hos franske **René Descartes** (1596–1650). Han kalte negative røtter til likninger for «falske» fordi de «var mindre enn ingenting». Matematikerne på denne tiden forstod fullt ut reglene for regning med negative tall, men de så nok ikke hvordan tallene kunne knyttes til virkeligheten.

7.2

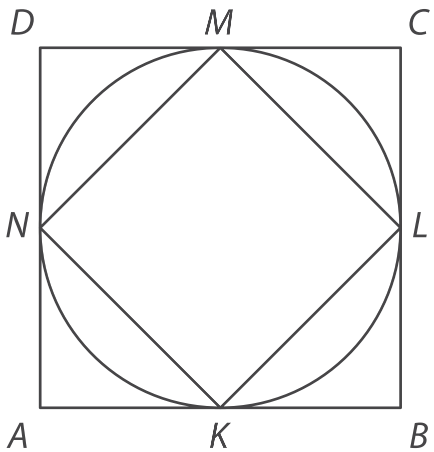
a Hvor lange er sidene til kvadratet *ABCD*?
Hva er arealet av *ABCD*?



b Punktene *K*, *L*, *M* og *N* er midtpunktene til sidene i *ABCD*.
Tenk over hvordan du kan finne arealet av kvadratet *KLMN* uten å måle sidene.

c Hvis du står fast, tegn figuren i ruteboken din og trekk opp linjestykkene *KM* og *LN*. Bruk figuren til å forklare at arealet av *KNML* er halvparten av arealet av *ABCD*.

d Hva er nytt på denne tegningen?



Vi sier at sirkelen er den **innskrevne sirkelen** til kvadratet *ABCD* og den **omskrevne sirkelen** til kvadratet *KNML*.

La *A* være arealet av sirkelen. Bruk svarene fra a) og c) til å forklare hvorfor denne ulikheten er sann:

$$8 \text{ cm}^2 < A < 16 \text{ cm}^2$$

e Tenk deg at sirkelen på figuren i d) har radius r og areal A. Vis at vi da kan sette opp denne ulikheten:

$$2r^2 < A < 4r^2$$

Det viser seg at arealet til en sirkel er et bestemt tall multiplisert med r^2. Vi har nå sett at dette tallet må være større enn 2, men mindre enn 4. Det viser seg at tallet er nøyaktig lik π. (Hvis du ikke husker hva π var, gå tilbake til oppgave 4.8.)

Dermed kan vi sette opp følgende formel for å finne arealet av en sirkel med radius r:

$$A = \pi r^2$$

Finn arealet av sirkelen på tegningen ved å bruke $\pi \approx 3{,}14$ eller $\pi = \frac{22}{7}$. (Rund av svaret til én desimal.)

f Bruk formelen $A = \pi r^2$ og finn arealet av en sirkel med radius:

i 3 cm

ii 3,5 dm

iii 4,2 m

(Rund av svarene til én desimal.)

7.3

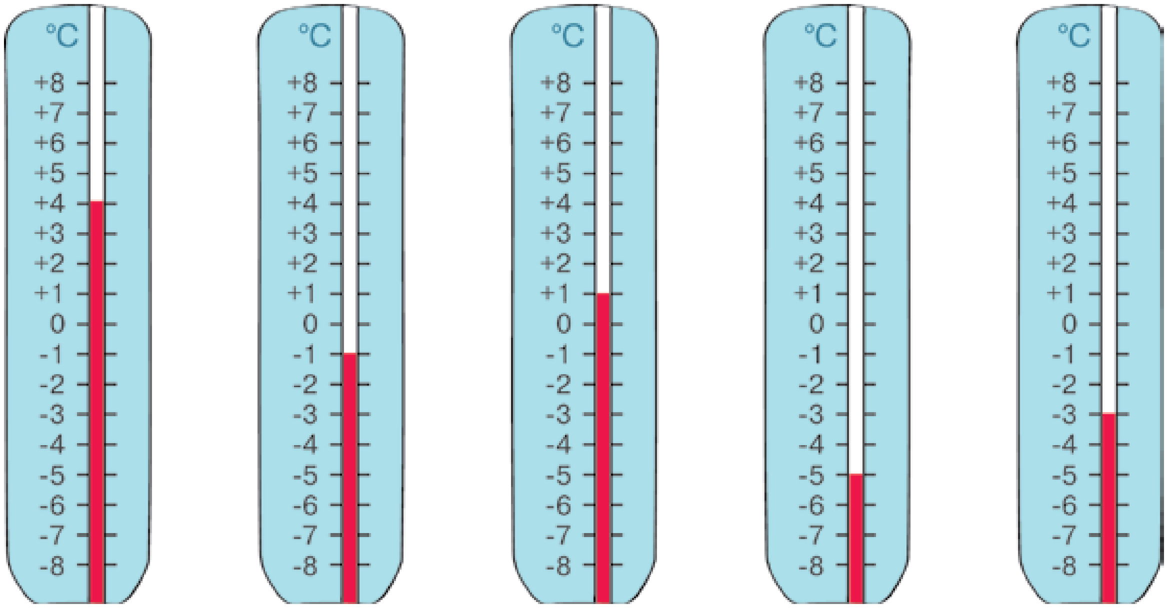
a Hva slags informasjon inneholder denne tabellen?

Dato		
	Natt	Dag
1. november	−8 °C	−2 °C
2. november	−3 °C	0 °C
3. november	−2 °C	+2 °C
4. november	−4 °C	+1 °C

Hvilket ord syns du bør stå i det blå feltet?
Hva kan du si om tallene i tabellen?

Hva menes når tegnet + eller – står foran et tall?
Hvor mange negative temperaturer er det i tabellen? Hvor mange positive? Hvor mange ganger var temperaturen null?

b Les av og skriv ned temperaturene på disse termometrene – bruke positive og negative tall.



c I tabellen finner vi informasjon om lufttemperaturen i noen byer på to ulike dager.

By	Temperatur 1. mars	Temperatur 8. mars
Oslo	−4 °C	+2 °C
Aten	+12 °C	+17 °C
Moskva	−13 °C	−10 °C
Berlin	−7 °C	0 °C
Helsinki	−15 °C	−5 °C

i) I hvilken by endret temperaturen seg mest?

ii) I hvilken by endret temperaturen seg minst?

iii) Endret temperaturen seg med 7 grader i noen av byene? Med 6 grader? Med 10 grader?

7.4

a Jentene i 7B gjennomførte en undersøkelse som de kalte «Min favorittblomst». De som ble spurt kunne nevne 1 til 3 blomster. Resultatene er gitt i tabellen.

Blomst / Navn	Rose	Stemors-blomst	Liljekonvall	Prestekrage	Tusenfryd	Løvetann	Tulipan	Påskelilje
Aisha			×		×			×
Synne	×			×				
Malin		×				×		
Lene	×				×		×	
Anna	×						×	×
Nora		×						
Tonje	×			×			×	
Janne	×		×					×
Nadia		×	×			×		
Ylva	×	×					×	
Vilde			×	×				
Dina				×	×			

Hvilken blomst var mest populær? Hvilken var minst populær?
Begrunn svarene.

b Hvor mange prosent av jentene nevnte stemorsblomst som en favoritt?
Hvor mange prosent nevnte påskelilje?

c Lag 3 egne spørsmål som passer til tabellen. Svar på spørsmålene.

7.5

a Hva er forskjellen mellom denne tallfølgen og følgen av de naturlige tall?

$$\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$$

Dette er **følgen av de hele tall**.

Hvordan lager vi følgen av de hele tall?
Kan vi finne det første hele tallet? Kan vi finne det siste hele tallet?
Hvordan viser vi med tegn at tallfølgen fortsetter videre til venstre og til høyre?

b Hva kaller vi tallene som står til høyre for 0 i følgen av de hele tall?

Naturlige tall kalles også for **positive heltall**.
Tallene som står til venstre for 0 i følgen, kalles **negative heltall**.
Tallet 0 er hverken positivt eller negativt.

For å skille negative tall fra positive tall setter vi et minustegn (**–**) foran.
For eksempel: «minus to» skrives –2
«minus tretti» skrives –30

Tegnet foran kaller vi **fortegnet** til tallet.

Noen ganger setter vi fortegnet pluss (**+**) foran et positivt tall, f.eks. +6 som leses «pluss seks». Det er imidlertid vanlig å ikke bruke fortegn foran positive tall. Et tall uten fortegn, regnes som et positivt tall.

Du har allerede møtt på negative tall i dette kapitlet. Husker du i hvilke oppgaver? Hva slags type situasjoner ble tallene brukt i?

c I hver ramme ser du to par med tall. Vi sier at tallene i parene til venstre har **like fortegn** mens tallene i parene til høyre har **ulike fortegn**.

Like fortegn	Ulike fortegn
–9 og –1	–7 og 19
5 og 73	406 og –2

Skriv ned tre tall som har like fortegn og tre tall som har ulike fortegn.

d Hvor mange hele tall er det mellom –8 og 5 i følgen av de hele tall?
Hvor mange av disse tallene er positive? Hvor mange er negative?
Hvorfor er ikke summen av de to siste svarene lik det første svaret?

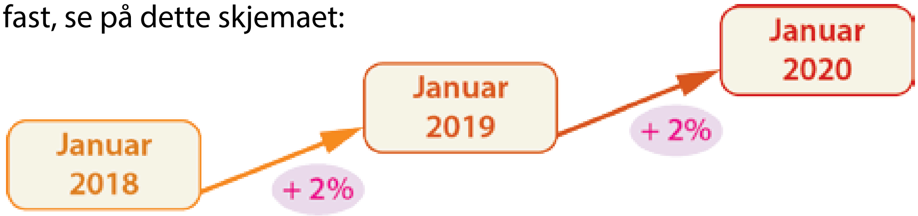
e Mellom tallene m og n i følgen av de hele tall, er det 10 positive tall og 6 negative tall. Finn m og n. Hvor mange hele tall er det mellom m og n?

7.6

a Løs oppgaven.

I januar 2018 var det 25 000 kr på en bankkonto. Beløpet økte med 2 % for hvert år. Hvor mye var det på kontoen i januar 2019? Hva med i januar 2020?

b Hvis du står fast, se på dette skjemaet:



Hvor mange kroner vokste beløpet med i løpet av det første året? I løpet av det andre året?

Hvorfor fikk du ulike svar?

c Hvor mange prosent økte beløpet med i løpet av de to første årene?

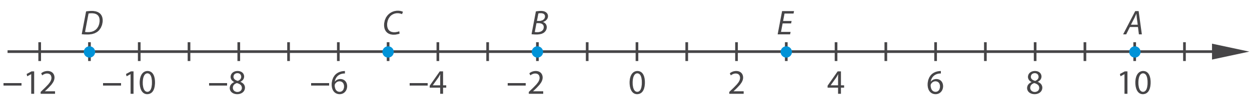
d Sammenlikn denne oppgaven med den i c):

I september kostet 1 kg epler 20 kr. Fra september til november økte prisen med 20 %, og fra november til januar økte den med 25 %. Hva kostet 1 kg epler i januar? Hvor mange prosent dyrere var eplene i januar sammenliknet med i september?

Løs oppgaven.

7.7

a Hva er dette?



Hva er spesielt med tallinjen?

Hvor er punktene plassert? Skriv ned tallene.

b Tegn en tallinje og sett av disse tallene:

$-4 \qquad 7 \qquad -3 \qquad -8$

c Punktene *A* og *B* representerer to hele tall på tallinjen. Finn ut hvilke tall det er hvis:

i) det er 5 hele tall mellom *A* og *B* og 4 av dem er naturlige tall.

ii) det er 9 hele tall mellom *A* og *B* og det er like mange positive som negative tall.

iii) det er 25 hele tall mellom *A* og *B* og blant tallene finner vi 0, men ingen naturlige tall.

7.8

a Hva er ulikt for disse likningene?

i $\quad \dfrac{x}{8} = \dfrac{3}{4}$

ii $\quad \dfrac{x-1}{8} = \dfrac{3}{4}$

Løs likningene.

b Se hvordan to elever begynte å løse den andre likningen.

Pernille

$$\frac{x-1}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{x-1}{8} = \frac{6}{8}$$

$$x - 1 = 6$$

$$\dots$$

Sindre

$$\frac{x-1}{8} = \frac{3}{4}$$

$$4 \cdot (x-1) = 8 \cdot 3$$

$$\dots$$

Forklar hvordan de har tenkt og fullfør løsningene.

c Løs likningene.

i $\frac{x+1}{12} = \frac{1}{2}$

iii $\frac{z-1}{3} = \frac{1}{2}$

v $\frac{1{,}5+v}{5} = \frac{5}{2}$

ii $\frac{y-9}{18} = \frac{5}{6}$

iv $\frac{1-u}{3} = \frac{1}{5}$

vi $\frac{2{,}4-w}{1{,}2} = \frac{1}{2}$

7.9

a Hva er likt og ulikt for disse tallene?

i 5 og −5

ii −2 og 2

iii 9 og −9

Sett av tallene på en tallinje. Hva kan du si om plasseringen?

Sett av to nye punkter som ligger symmetrisk om 0 på tallinjen.
Hvilke tall svarer punktene til? Hva kan du si om disse tallene?

> *To tall, a og b, kalles* ***motsatte tall*** *hvis $a = -b$, dvs. at de ligger symmetrisk om 0 på tallinjen.*

Finnes det noen tall som er motsatt til seg selv? Begrunn.

b Gå tilbake til oppgave 7.1. Hvilken dagligdags situasjon kunne vi knytte til uttrykket 400 – 450?
Hva er verdien til uttrykket?

Bytt om rekkefølgen på leddene i uttrykket. Hva er verdien til det nye uttrykket?

Forklar hvorfor de to verdiene er motsatte tall.

c Regn ut.

i $45 - 36$

ii $10 - 7{,}5$

iii $\frac{3}{8} - \frac{1}{6}$

Endre hver differanse slik at du får de motsatte tallene til svar.

d Hva er det motsatte tallet til -4?

Hvis vi skal skrive det motsatte tallet til et negativt tall, f.eks. -4, bruker vi parentes og skriver slik: $-(-4)$

e Skriv så enkelt som du kan.

i $-(-(-5))$

ii $-(-(-(-6)))$

iii $-(-(-(-(-13))))$

f Punktene M og N representerer to motsatte tall. Finn tallene hvis linjestykket MN er:

i 12 enheter langt.

ii 192 enheter langt.

iii k enheter langt.

g Lag egne oppgaver som handler om motsatte tall og plasseringen deres på tallinjen.

7.10

a Les oppgavene.

I På hvor mange ulike måter kan tre personer sette seg på tre stoler?

II Hvor mange ulike tårn kan man bygge av 4 klosser med ulike farger?

Løs hver oppgave ved å lage et uttrykk som passer. Lag en oversikt over mulig utfall hvis du trenger det.

Hvis du står fast, fullfør disse oversiktene:

ABC	*BAC*	*C* … …
ACB	*BC*…	… … …

ABCD	*B* … … …	*C* … … …	*D* … … …
ABDC	… … … …	… … … …	… … … …
ACBD	… … … …	… … … …	… … … …
⋮	⋮	⋮	⋮

b **Erik** påstår at hvis man bruker produktregelen, får man at antall måter man kan plassere 3 objekter i rekkefølge, er lik $3 \cdot 2 \cdot 1$. Har han rett?

I matematikken brukes en forkortet skrivemåte for denne type produkt. Vi skriver slik:

	Leses:
$1 \cdot 2 = 2!$	«to fakultet»
$1 \cdot 2 \cdot 3 = 3!$	«tre fakultet»
$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4!$	«fire fakultet»
osv.	

Uttrykk svarene til oppgavene i a) ved å bruke fakultet.

c Regn ut.

i $5!$ ii $6!$ iii $7!$

d Løs oppgavene – bruk fakultet hvis det passer.

i) Siv vil gi tre av venninnene sine en blomst hver. Hun har en hvit, en gul og en rød blomst. På hvor mange måter kan Siv gi fra seg blomstene?

ii) Hvor mange firesifrede tall kan vi lage av sifrene 3, 5, 7 og 9 hvis hvert siffer kun kan brukes én gang?

iii) Hvor mange av de firesifrede tallene i ii) vil være delelig med 5? Hvor mange vil være delelig med 3?

7.11

a Velg ett av uttrykkene nedenfor og finn verdien hvis:

i $n = 1$ ii $n = 2$

$$\left(\frac{6 \cdot 3{,}5 : 7}{\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{10} - 0{,}25}\right)^n : \frac{3}{25}$$

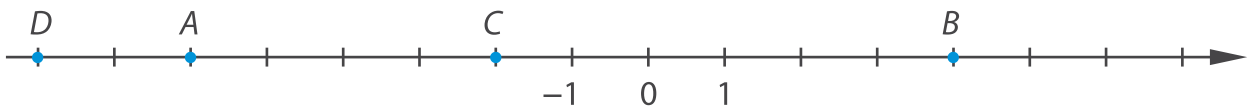
$$\left(\frac{1{,}5 : 0{,}3 \cdot \frac{3}{4}}{0{,}25 + \frac{1}{2} : 1\frac{1}{3}}\right)^n \cdot 8\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{5\frac{1}{4} \cdot 1{,}5 : 0{,}7}{2{,}25 - 1\frac{5}{12} : 3\frac{7}{9}}\right)^n : 0{,}12$$

b Finn det minste naturlige tallet som kan settes inn for n slik at verdien til uttrykket du valgte, blir større enn 10 000.

7.12

a Finn plasseringen til punktene A, B, C og D.



Hva er avstanden fra hvert punkt til 0 (målt i enheter)?

La a være et tall på tallinjen.
*Avstanden fra a til 0 kalles **absoluttverdien** eller **tallverdien** til tallet.*
Absoluttverdien til a skrives slik: $|a|$

For eksempel har tallet –6 absoluttverdi 6, og tallet 5 har absoluttverdi 5.

Dette skrives slik: $|-6| = 6$ $|5| = 5$

b Finn absoluttverdien til disse tallene – skriv som vist over.

i -10

ii -16

iii -2

c Finn absoluttverdien til de motsatte tallene til tallene i b).

Er du enig i dette?

Motsatte tall har alltid samme absoluttverdi.

d Når er absoluttverdien til et tall lik tallet selv?
Når er absoluttverdien til et tall lik det motsatte tallet?

Skriv ned tre hele tall og finn absoluttverdiene.

Hva er fortegnet til tallene x og y hvis $|x| = x$ og $|y| = -y$?

e a, b og c er hele tall. Hva kan tallene være hvis:

i $5 < |a| < 7$ og $|a| = a$?

iii $32 < |c| \leq 33$ og $|c| = c$?

ii $12 \leq |b| < 13$ og $|b| = -b$?

iv $29 \leq |d| \leq 32$ og $|d| = -d$?

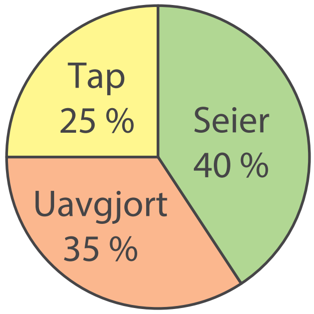
Finn alle løsninger.

f Avstanden mellom a og 9 på tallinjen er 26. Finn absoluttverdien til a.
Hvor mange løsninger har oppgaven?

g Et tall n ligger 3 enheter til høyre for et tall m på tallinjen. Hva kan n være hvis $|m| = 15$?
Hva vil absoluttverdien til n være da?

7.13

a Et fotballag spilte 60 kamper i løpet av en sesong.



Resultatene er vist i sirkeldiagrammet.

i) Hvor mange kamper vant laget?

ii) Hvor mange kamper tapte de?

iii) Hvor mange kamper spilte de uavgjort?

b I en klasse på 25 elever laget de følgende oversikt over hvor mange søsken elevene hadde:

Antall søsken	Antall elever
3	1
2	3
1	16
0	5

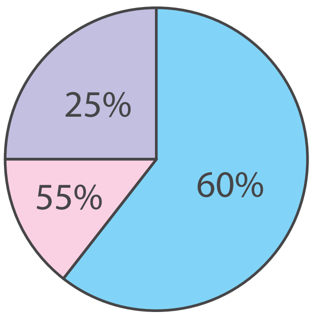
Hva betyr det som står i tabellen?

Hvor mange prosent av elevene hadde 3, 2, 1 eller ingen søsken?

Framstill observasjonene i et sirkeldiagram.

c Lag en oppgave som passer til dette sirkeldiagrammet.

Be en medelev løse oppgaven.



7.14

a Sammenlikn likningene og løs dem.

i $\dfrac{1}{x} = \dfrac{2}{5}$

ii $\dfrac{1}{x-1} = \dfrac{2}{5}$

b Se hvordan tre elever begynte å løse den andre likningen:

Sigurd

$$\frac{1}{x-1} = \frac{2}{5}$$

$$2 \cdot (x-1) = 1 \cdot 5$$

...

Astrid

$$\frac{1}{x-1} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{x-1} = \frac{1}{2{,}5}$$

...

Jens

$$\frac{1}{x-1} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{5}{2}$$

...

Er det de har gjort riktig? Begrunn.
Fullfør løsningene.

c Løs likningene.

i $\dfrac{3}{x} = \dfrac{5}{3}$

ii $\dfrac{y+1}{4} = \dfrac{7}{2}$

iii $\dfrac{1}{z-3} = \dfrac{2}{7}$

iv $\dfrac{5}{2u-1} = \dfrac{1}{3}$

v $\dfrac{3}{v+0{,}4} = \dfrac{5}{2}$

vi $\dfrac{2{,}5}{2-5w} = \dfrac{10}{3}$

7.15

a Hva kan t være hvis $|t| = 3$?

b Finn mulige verdier til bokstavene.

i) $|x| = 5$ **ii)** $|y| = 1{,}5$ **iii)** $|z| = 0$

c Tallet m kan ha følgende verdier: -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

Hvilke verdier kan da disse uttrykkene ha?

i) $|m|$ **ii)** $|m| - 3$ **iii)** $|m|$ **iv)** $2|m| + 1$

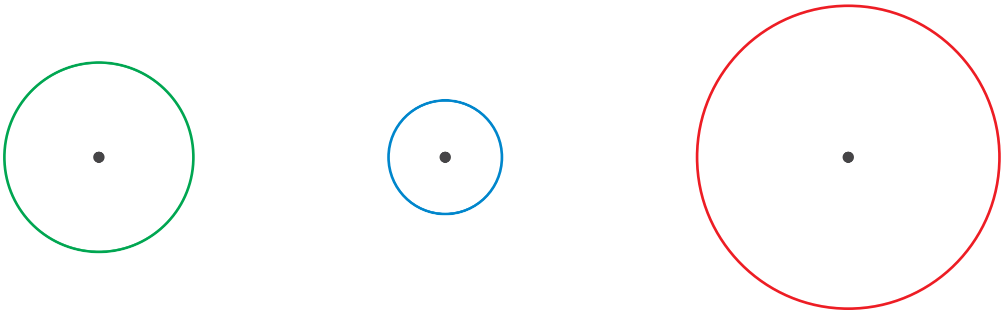
d x og y er hele tall slik at $|x| + |y| = 3$ og $x < y$. Finn alle mulige verdier til tallparet x og y (f.eks. $x = 1$, $y = -2$).

Hvor mange tallpar fant du?

e u og v er hele tall slik at $u < 0$, $v > 0$ og $|u| \cdot |v| = 6$. Finn alle mulige verdier til tallparet u og v.

7.16

a Finn omkretsen til sirklene. (Rund av svarene.)



b Skriv ned formelen for arealet av en sirkel. Hvis du ikke husker den, gå tilbake til oppgave 7.2.

Finn arealet av sirklene i a). (Rund av svarene.)

Sjekk deg selv: Et av svarene skal være $A \approx 19{,}6 \text{ cm}^2$.

c En sirkel har omkrets 17 cm. Bruk formelen for omkretsen til en sirkel, og finn en tilnærmet verdi for radiusen.

Finn arealet av sirkelen.

d Lag en oppgave som handler om omkrets og areal av en sirkel.
Be en medelev løse den.

7.17

a Elevene på 7. trinn gjennomførte en undersøkelse der de som hadde kjæledyr ble spurte om hva slags dyr de hadde og hvor mange. Resultatene er gitt i tabellen.

Dyr / Navn	Hund	Katt	Hamster	Undulat	Skilpadde	Gullfisk	Kanin
Tobias	1		2				
Ada		2		1			
Aksel			1		1		
Gabriel	3						
Oliver		1		3			1
Saga	2	2			2	1	
Henrik		1					
Josefine	2		3				
Klara		1			1		
Oskar	1	1				1	

Bruk tabellen og svar på spørsmålene.

i) Hvilket kjæledyr er det flest som har?

ii) Hvem har flest kjæledyr?

iii) Hva er sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev ikke har hund?

iv) Hva er sannsynligheten for at antall dyr som en tilfeldig valgt elev har er et partall?

b Tenk deg at tabellen utvides med en ny rad. I raden skriver du ditt eget navn og hva slags kjæledyr du har og hvor mange (eller hva slags dyr du ønsker deg og hvor mange). Endrer den nye informasjonen svaret på spørsmålet i punkt ii)? Begrunn.

c Lag to egne spørsmål som passer til tabellen. Svar på spørsmålene.

7.18

a En dag endret temperaturen seg fra 4° til 7°. Ble det varmere eller kaldere? En annen dag endret temperaturen seg fra –4° til –7°. Ble det varmere eller kaldere?

Bruk tegnene > og <, og sammenlikn tallene:

i) 4 og 7

ii) –4 og –7

b Lag en tallinje med hele tall der tallene 4, 7, –4 og –7 er med.

Hva er sammenheng mellom verdien til et tall og plasseringen tallet har på tallinjen?

Hvis et tall a ligger til høyre for et tall b på tallinjen, så er $a > b$.

c Skriv ned et helt tall som ligger:

i) til høyre for –10, men til venstre for –2 på tallinjen.

ii) til høyre for –100, men til venstre for –96.

iii) til høyre for –2, men til venstre for 1.

d a er et helt tall på tallinjen. Til venstre for a finnes nøyaktig fem naturlige tall. Finn tallene a og $-a$. Hvilket av tallene er størst?

e b er et helt tall på tallinjen. Til høyre for b finnes nøyaktig tre negative hele tall. Finn tallene b og $-b$. Hvilket av tallene er størst? Hvor mye større er det?

f La $r = -5$, $s = 1$, $t = -2$ og $u = -8$.
Lag en kjede av ulikheter med disse tallene:

i) r, s, t og u

ii) $-r, -s, -t$ og $-u$

iii) $|r|, s, t$ og $|u|$

iv) $-r, s, |t|$ og u

7.19

a En butikk hadde en mobiltelefon til 2000 kr. Før jul ble prisen satt ned med 10 %. Etter jul ble prisen igjen satt ned med 10 %. Hvor mye kostet mobiltelefonen etter de to prisreduksjonene?

b En annen butikk hadde også denne mobilen til 2000 kr. De satte ned prisen med 20 %. Hva var den nye prisen?

Hvorfor var ikke de nye prisene like i de to butikkene?

c To butikker solgte samme vare til samme pris. Den ene butikken satte ned prisen med 40 %, mens den andre satte ned prisen i to omganger, med 20 % hver gang. Hvilken butikk har nå den laveste prisen på varen?

7.20

a Studer likningene. Har alle løsning? Hvor mange løsninger har hver likning? Begrunn.

i $|x| = 5$

ii $|y| = 12$

iii $|z| = 0$

iv $|v| = -1$

Løs likningene og sjekk svaret.

b Hvilke av løsningene over svarer til de avmerkede punktene på denne tallinjen?

c Lag en likning med en ukjent absoluttverdi slik at likningen har:

i 2 løsninger.

ii 1 løsning.

iii ingen løsning.

7.21

a Lag en kjede av ulikheter med tallene 9, -8, 6, -4 og 0.

Legger du merke til noe?

Null er mindre enn alle positive tall og større enn alle negative tall.

b Velg deg 4 negative tall og lag en kjede av ulikheter.
Finn og sammenlikn absoluttverdiene til tallene.

Hvordan kan vi sammenlikne to negative tall?

Hvis a og b er to negative tall, så er tallet med den minste absoluttverdien størst.

For eksempel: $-5 > -8$ siden $|5| < |-8|$

c Skriv tallene i stigende rekkefølge.

-9785 $-10\,001$ -9857 $-10\,101$ -9586 $-10\,110$

d Kryss ut to siffer i tallet **– 67 584** slik at tallet som står igjen blir minst mulig.

e Kryss ut tre siffer i tallet **– 5 090 604** slik at du får et firesifret tall som er størst mulig.

7.22

a Et rektangel har areal 96 cm^2. Hva kan sidene i rektangelet være? Foreslå flere mulige løsninger.

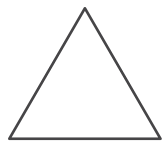
Er lengdene til to nabosider i et slikt rektangel proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser? Begrunn. (Hvis du ikke husker hva disse begrepene var, gå tilbake til oppgave 6.1 og 6.7)

b Tegn et rektangel med samme areal som i a). (Forminsk figuren hvis det er nødvendig.)

c Skriv ned formelen for omkretsen til en sirkel.

Er radius og omkrets til sirkler proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser? Begrunn.

d Tegn en sirkel med diameter lik omkretsen til denne trekanten.

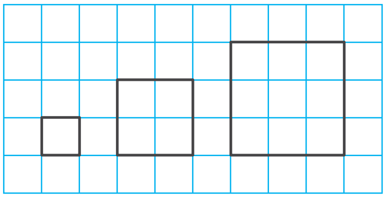


Finn omkretsen til sirkelen.

Finn arealet av sirkelen.

7.23

a Finn et mønster for hvordan disse figurene er laget. Tegn de to neste figurene som passer til mønsteret.



b Hvor mange små ruter er det inne i hver figur?

c Tallene 1, 4, 9, 16, … kalles **kvadrattall**. Hvorfor tror du de kalles det?

Nummerer kvadrattallene i stigende rekkefølge. Finn kvadrattall nummer:

i) 8 **ii)** 12 **iii)** 15 **iv)** 24

d Hvilket nummer i følgen av kvadrattall vil disse tallene ha?

i) 169 **ii)** 324 **iii)** 625 **iv)** 729

7.24

a Finn et eller flere hele tall som passer inn i likheten eller ulikheten.

i) $|a| = a$ **iii)** $|c| > c$ **v)** $|e| > -e$

ii) $|b| = -b$ **iv)** $|d| \leq d$ **vi)** $|f| \leq -f$

For hver ulikhet finn to hele tall som *ikke* passer inn.

b Lag en likning og en ulikhet der:

i) alle positive tall passer inn.

ii) alle negative tall og null passer inn.

iii) bare null passer inn.

7.25

a Sammenlikn oppgavene og løs dem.

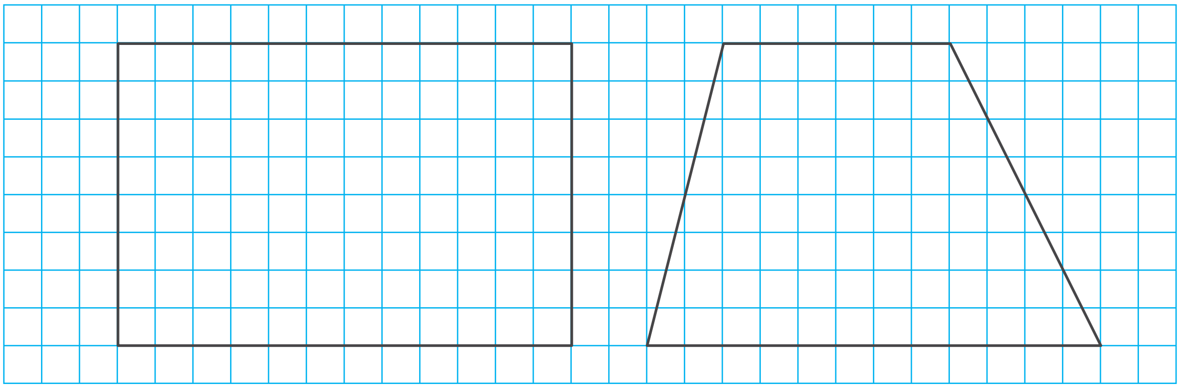
I En båt kjørte først 40 min med strømmen i en elv og deretter 1 t 20 min på en innsjø som elven rant ut i. Farten til vannet i elven var 1,5 km/t. Båten kjørte med jevn fart og tilbakela til sammen 28 km. Hva er farten til båten (i stille vann)?

II En båt kjørte først 1 t 20 min på en innsjø og deretter 45 min oppover en elv som rant ut i innsjøen. Til sammen kjørte båten 22 km. Hva var farten til vannet i elven hvis farten til båten var 12 km/t?

b Båten i oppgave I) reduserer farten med 20 %. Hvor lang tid vil den bruke på å tilbakelegge 18,9 km på innsjøen med den nye farten?

7.26

a Hva slags figurer er dette? Hva er likt for figurene?



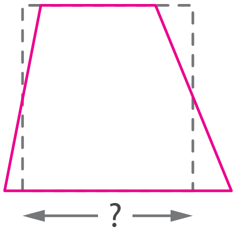
Finn arealet av rektangelet.

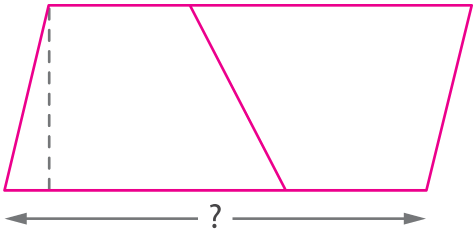
Forklar hvorfor arealet *A* av trapeset til høyre (målt i cm^2) må passe inn i denne ulikheten:

$$3 \cdot 4 < A < 6 \cdot 4$$

b Tenk over hvordan du kan regne ut den nøyaktige verdien til *A*.

Hvis du står fast, se om en av disse tegningene kan hjelpe deg.





Forklar tankegangen bak tegningene.

Hvordan kan vi finne arealet av et trapes der de parallelle sidene er a og b og avstanden mellom dem er h?

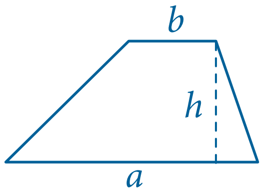
Er du enig i dette?

- Arealet av et trapes er gjennomsnittet av de parallelle sidene multiplisert med avstanden mellom disse sidene.
- Arealet av et trapes er halvparten av arealet av et parallellogram med grunnlinje lik summen av de to parallelle sidene og høyde lik høyden til trapeset.

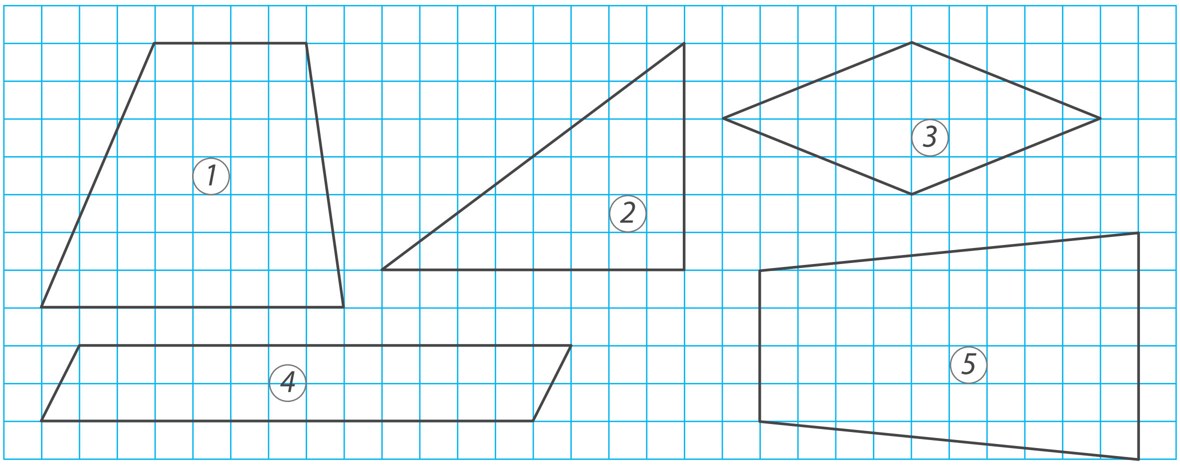
Arealet av et trapes

$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$A = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$$



c Finn arealet av figurene.



Sjekk deg selv: Var 10,5 cm^2 og 5 cm^2 blant svarene du fikk?

7.27

a Hvor mange stjerner er det i hver figur? Lag en tallfølge som passer til figurserien.

b Hvordan er disse uttrykkene laget?

$4^2 - 3^2$

$8^2 - 7^2$

$11^2 - 10^2$

Hva er sammenhengen mellom differansene og figurserien i a)? (Du kan tenke deg at figurene fortsetter videre etter samme mønster.)

Finn verdiene til uttrykkene.

Finn en sammenheng mellom tallene du fikk og grunntallene til potensene i hvert uttrykk.

Formuler en hypotese. Sjekk hypotesen ved å bruke andre eksempler.

c Sammenlikn din hypotese med denne:

Hvis m og n er to påfølgende naturlige tall der $m < n$, så er $n^2 - m^2 = n + m$.

Prøv å begrunne hypotesen ved hjelp av figurer.

d Hvis du står fast, bruk f.eks. figur nr. 3 og 4 som eksempel. Kan du vise på figurene hvorfor figur nr. 4 har 4 + 3 flere stjerner enn figur nr. 3?

Hva om numrene til de to påfølgende figurene var m og n (der $m < n$)? Hvorfor må figur nr. n ha $n + m$ flere stjerner enn figur nr. m?

e Finn verdiene til uttrykkene uten å regne ut potensene.

i $15^2 - 14^2$

ii $24^2 - 23^2$

iii $78^2 - 77^2$

iv $125^2 - 124^2$

f m og n er to påfølgende naturlige tall. Finn tallene hvis:

i $n^2 - m^2 = 41$

ii $n^2 - m^2 = 77$

iii $n^2 - m^2 = 105$

Hjernetrim

1 Løs likningene.

a) $|x + 0{,}5| = 4{,}5$

c) $|z + 3{,}5| = 1$

b) $|y - 0{,}8| = 1$

d) $|7{,}5 - v| = 2{,}5$

2 Følgende uttrykk er gitt:

$$|a| - 2a + 3|a| - 4a + 5|a| - 6a$$

Finn a slik at verdien til uttrykket blir:

a) 21

b) –6

c) –21

d) –105

3 Følgende uttrykk er gitt:

$$|b| - 3b + 5|b| - 7b + 9|b| - 11b + 13|b| - 15b$$

Finn b slik at verdien til uttrykket blir:

a) –24

b) 8

c) 512

d) –1

4 Finn et helt tall som tilfredsstiller likningen.

a) $|x - 5| - |x + 1| = 0$

b) $|x - 5| - |x + 1| = -4$

c) $|x - 5| - |x + 1| = 2$

5 Finn et helt tall som tilfredsstiller ulikheten.

a) $0 < |a + 3| - |a - 7| < 5$

b) $3 < |b - 3| - |b + 7| < 7$

c) $-1 < |c + 9| - |c - 9| < 1$

6 Hvor mange nuller vil det være til slutt i disse tallene?

a) $14!$

b) $18!$

c) $22!$

d) $26!$

7 Finnes det et tall n slik at tallet $n!$ har fem nuller til slutt? Begrunn.

Test deg selv

1 Hvilke av tallene i rammen er:

a) hele tall? b) positive hele tall? c) negative hele tall?

$-8 \quad 7 \quad 2 \quad 5 \quad \frac{3}{4} \quad 0 \quad -3 \quad 100 \quad -16$

2 Hvor mange positive heltall og negative heltall ligger mellom disse tallene på tallinjen?

a) -15 og 7 b) -7 og 15

3 Tegn en tallinje og sett av disse tallene.

$-6 \quad 4 \quad -9$

4 Tegn en tallinje og sett av det motsatte tallet til:

-5 $\quad -(-3)$ $\quad$ roten til $2x + 7 = 5$ $\quad$ roten til $2(y + 7) = 10$

5 Finn absoluttverdien til disse tallene – bruk absoluttverditegn.

a) -4 b) 7 c) -19 d) 0

6 Regn ut.

a) $|-13| - |-9|$ b) $100 - |28| + |-38|$ c) $|40 - 16| + |-34|$

7 Lag en kjede av ulikheter med disse tallene:

$$4 \qquad -1 \qquad -7 \qquad |-8| \qquad -|-8| \qquad -|-6|$$

8 Finn alle hele tall som tilfredsstiller ulikheten.

a) $-3 < x < 7$

b) $-11 \leq y \leq -6$

c) $-5 < z \leq 1$

9 Finnes det hele tall a og b der $a \neq b$ og $|a| = |b|$? Hvis svaret er «ja», gi et eksempel. Hvis svaret er «nei», begrunn hvorfor ikke.

10 Finnes det hele tall a og b slik at $|a| > |b|$ og $a < b$? Hvis svaret er «ja», gi et eksempel. Hvis svaret er «nei», begrunn hvorfor ikke.

11 Vi setter 5 000 kr i banken. Beløp vokser med 8 % per år. Hva vil beløpet være om 2 år?

12 En sykkel koster 2400 kr. Prisen settes først ned med 10 % og deretter opp med 10 %. Hva er den nye prisen?

13 Løs likningene.

a) $\dfrac{x-3}{8} = \dfrac{15}{2}$

b) $\dfrac{7{,}5}{y+2} = \dfrac{3}{8}$

14 Finn arealet av en sirkel med omkrets 8 cm. Rund av svaret til nærmeste cm^2.

15 En sirkel har omkrets $\dfrac{110}{7}$ cm. Finn radiusen (bruk $\pi \approx \dfrac{22}{7}$).

Hva er arealet til sirkelen?

8 Addisjon og subtraksjon av hele tall

8.1

a Gå tilbake til oppgave 7.1. Hvem av barna hadde nok penger til å kjøpe fotballen til 450 kr? Hvem manglet penger?

Sander fikk låne penger av broren sin slik at han kunne kjøpe ballen. Nå skylder han broren penger. Vi sier at han har en **gjeld**.

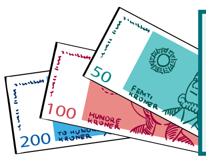
Skriv av og fyll ut tabellen. Foreslå en måte å skrive tallene på slik at man ser om det er snakk om penger man har eller penger man skylder.

	Joshua	Miriam	Sander
Før kjøpet	500	1000	400
Etter kjøpet			

Brukte du fortegn for å vise at Sander skylder penger? Hvilket fortegn?

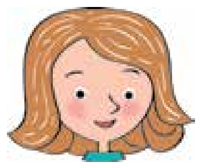
b Benedikte lånte 200 kr av broren sin og 300 kr av søsteren. Hvor stor gjeld hadde hun til sammen? Hva må du gjøre med tallene –200 og –300 for å få svaret? Lag en likhet som passer.

Skrev du på en av disse måtene?



$$(-200) + (-300) = -500$$

$$-200 + (-300) = -500$$



c Lag en sum av tallene og finn verdien til summen.

i) -27 og -36

ii) -192 og -216

iii) $-2{,}5$ og $-3{,}5$

iv) $-\frac{1}{15}$ og $-0{,}1$

d Erstatt hver bokstav med et negativt tall som passer.

i) $a + b = -100$

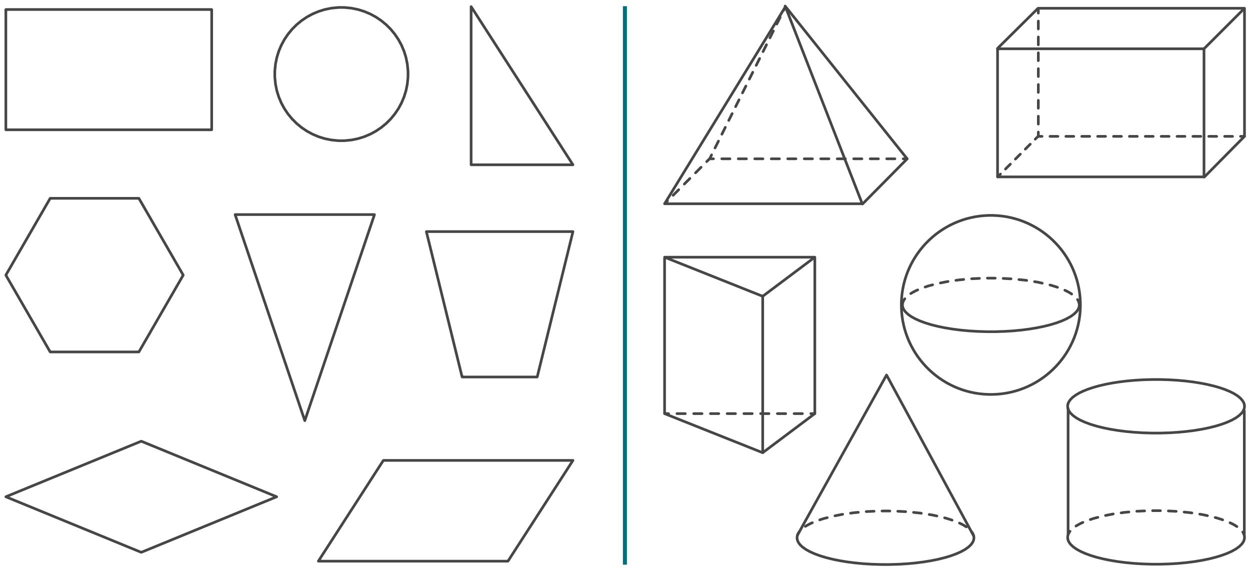
ii) $c + d = -729$

iii) $e + f = -1{,}25$

iv) $g + h + i = -\frac{1}{2}$

8.2

a Hva er forskjellen mellom figurene på hver side av streken?



Figurene til høyre kalles **romfigurer**. Hvorfor tror du de kalles det?
Figurene til venstre kalles **planfigurer**. Hva heter planfigurene på tegningen?

Finn disse figurene på tegningen:

pyramide | kjegle | sylinder

b Finne eksempler noe som har form som en **kule**, et **prisme**, en **pyramide**, en **sylinder** og en **kjegle**.

8.3

a Ali lånte 1000 kr av en venn. Hva var gjelden etter at Ali hadde betalt tilbake 600 kr? Lag en likhet som passer.

Live skrev slik: $-1\,000 + 600 = -400$

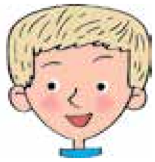
Hvordan tenkte hun?

b John kjøpte tennisballer for 100 kr. Han betalte med en 500-lapp. Hvor mye fikk han igjen? Lag en likhet som passer.

Skrev du på en av disse måtene?

$500 - 100 = 400$

$-100 + 500 = 400$



Hvorfor blir verdiene positive tall?

Hva ville skjedd hvis John hadde betalt med en 50-lapp? Lag en likhet som passer.

c Erstatt hver bokstav med et tall som passer slik at summene har både positive og negative ledd.

i) $a + b = -25$

ii) $c + d = 136$

iii) $e + f = -3{,}5$

iv) $g + h + i = \frac{1}{2}$

8.4

a Løs likningene.

i) $\frac{x}{22{,}5} = \frac{0{,}2}{0{,}45}$

ii) $\frac{1}{4} : 0{,}05 = 52{,}5 : y$

iii) $\frac{5}{0{,}2z} = \frac{0{,}9}{0{,}45}$

iv) $\frac{v + 5{,}4}{27} = \frac{2{,}5}{4{,}5}$

b Bruk tallene du fikk til svar og løs disse oppgavene.

i) Hvor mange prosent større er y enn x?

ii) Hvor mange prosent mindre er y enn z?

iii) Hvor mange prosent mindre er $z - y$ enn z?

iv) Finn forholdet i prosent mellom y og $x \cdot z$.

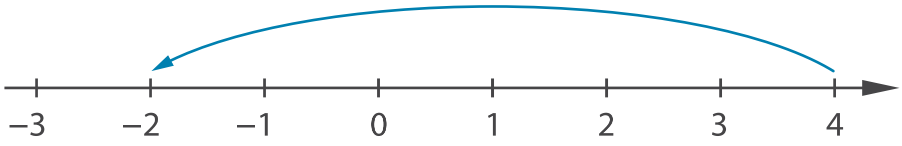
8.5

a Løs oppgavene ved å lage uttrykk som passer.

I En dag var temperaturen 9 °C. Om natten sank temperaturen med 6 grader. Hva var temperaturen om natten?

II Neste dag var temperaturen 4 °C. Også denne natten sank temperaturen med 6 grader. Hva var temperaturen om natten?

Hvilken oppgave passer denne modellen til?



Hva er verdien til 4 – 6?

b Lag liknende modeller som passer til disse uttrykkene.

i 3 – 7 **ii** 0 – 5 **iii** –2 – 6

Bruk modellene til å finne verdiene til uttrykkene.

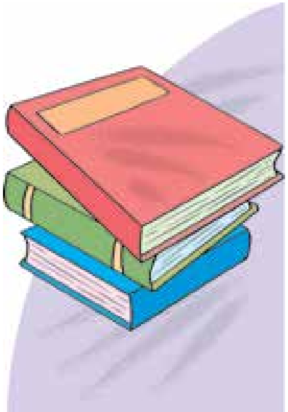
Foreslå situasjoner som passer til modellene.

c Lag likheter som passer til oppgavene.

I En dag var det temperaturen –5 °C om morgenen, og 7 grader varmere midt på dagen. Hva var temperaturen midt på dagen?

II En gresshoppe satt på tallet –8 på en tallinje. Så hoppet den 12 enheter langs tallinjen. Hvilket tall kom den til? Finnes det flere løsninger?

8.6



a Løs oppgaven.

En matematikkbok, en norskbok og en engelskbok blir lagt tilfeldig i en stabel. Hva er sannsynligheten for at matematikkboken blir liggende i midten?

b Hvis du står fast, finn først ut på hvor mange måter bøkene kan ligge i en stabel. Tenk deg deretter at matematikkboken er i midten. På hvor mange måter kan de to andre bøkene være plassert?

c Hva er sannsynligheten for at matematikkboken ikke blir liggende i midten?

d Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den.

Ada, Berit, Casper og Dag er tatt ut til å gå en skistafett. Hvilken etappe de skal gå, bestemmes ved trekning.

I Hva er sannsynligheten for at Berit og Casper skal gå de to siste etappene?

II Hva er sannsynligheten for at Ada skal gå enten den 3. eller den 4. etappen?

(Rekkefølgen til de andre spiller ingen rolle.)

8.7

a Skriv ned summen av 7 og 10 på to måter ved å bruke den kommutative loven for addisjon.

Skriv ned summen av –7 og 10 på to måter.

Når det andre leddet i en sum er et negativt tall, bruker vi parentes og skriver slik:

$$10 + (-7)$$

b Bruk tallinjen til å finne verdien til uttrykket –7 + 10.

I hvilken retning og hvor mange enheter må du gå fra tallet –7 for å finne verdien til –7 + 10?

Blir verdien til uttrykket 10 + (–7) det samme?

Hvis du vil finne verdien til 10 + (–7) på en tallinje, i hvilken retning og hvor mange enheter må du da gå fra tallet 10?

c Merk av et vilkårlig tall a på en tallinje og vis retningen og antall enheter man må bevege seg for å finne verdien til $a + (-5)$.

Hvilken konklusjon kan du komme med etter å ha gjort disse oppgavene?

> *Å legge til et negativt tall er det samme som å trekke fra det motsatte tallet.*

For eksempel: $a + (-7) = a - 7$ eller $a + (-b) = a - b$

d Lag en sum av tallene og finn verdien til summen.

i) 5 og –3

ii) 5 og –13

iii) –7 og 9

iv) –6 og –2

8.8

a Finn verdiene til uttrykkene.

i $|10 - 4| = 6$

ii $|4 - 10|$

iii $|-5 - 7|$

iv $|1 - 8 - 18|$

v $|-12| - 25$

vi $|-12| + |-35|$

vii $|-5| + 13$

viii $|-13| - |-9|$

ix $-23 - |5 - 12|$

Sjekk deg selv: Var 25 og –13 blant svarene du fikk?

b Erstatt bokstavene med hele negative tall slik at likhetene blir sanne.

i) $|a| + |b| = 16$

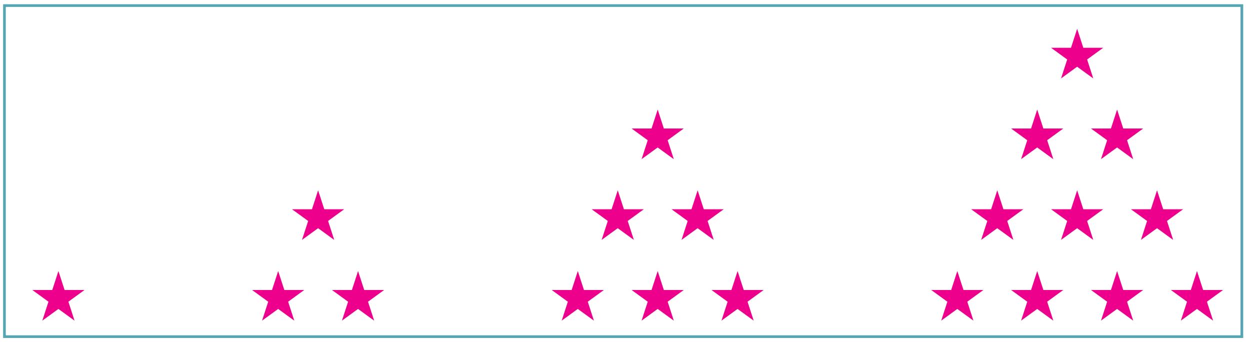
ii) $|c| + |d| = 5$

iii) $|e + f| = 10$

iv) $|g| + |h| - |i| = 0$

8.9

a Figurene nedenfor vokser etter et bestemt mønster. Beskriv mønsteret med egne ord.



Lag tegninger som viser hvordan de to neste figurene vil se ut.

Hvor mange stjerner er det i hver figur? Skriv av og fyll ut tabellen.

Figur nr.	1	2	3	4	5	6
Antall stjerner						

b Tallene 1, 3, 6, 10, 15,… kalles **trekanttall**. Hvorfor tror du de kalles det?

Bruk tegningene og vis at trekanttallene er lik verdiene til disse uttrykkene:

1
$1 + 2$
$1 + 2 + 3$
$1 + 2 + 3 + 4$
…

c Finn verdiene til bokstavene.

i) $1 + 2 + 3 + \ldots + m = 45$

ii) $1 + 2 + 3 + \ldots + n = 78$

iii) $1 + 2 + 3 + \ldots + r = 120$

8.10

a Lag en sum av tallene og regn ut.

i) 5 og 7 **ii)** -4 og -6 **iii)** -12 og -7

Hva kan du si om fortegnene til leddene i summene?
Hvilke fortegn fikk svarene?

b Sammenlikn verdiene til uttrykkene i hver kolonne.

i) $|5| + |7|$ **iii)** $|-4| + |-6|$ **v)** $|-12| + |-7|$

ii) $5 + 7$ **iv)** $-4 + (-6)$ **vi)** $-12 + (-7)$

La du merke til noe? Hva da?
Hvordan kan vi legge sammen tall med samme fortegn?

> *Når vi skal legge sammen tall med samme fortegn, kan vi legge sammen absoluttverdiene til tallene og la svaret få samme fortegn som leddene i summen.*

c Regn ut.

i) $-14 + (-26)$ **iv)** $-13 + (-27) + (-344)$

ii) $-74 + (-28)$ **v)** $-17 + (-77) + (-96)$

iii) $-9 + (-45) + (-65)$ **vi)** $-46 + (-268) + (-175)$

d Summen av tre heltall med samme fortegn er lik -31. Lag en passende sum hvis:

i) et av tallene er -25.

ii) alle tallene er tosifret.

e Summen av fire like tall er -108. Finn tallet.

f Finn tre ulike tresifrede tall med samme fortegn som har sum lik -304.

8.11

a I en fotballdivisjon spilte hvert lag 48 kamper i løpet av en sesong. For et av lagene var forholdet mellom antall seiere, uavgjorte kamper og tap 5 : 3 : 4. Hvor mange seiere, uavgjorte kamper og tap hadde laget?

b For et annet lag i samme divisjon var forholdet mellom antall seiere, uavgjorte kamper og tap 2 : 3 : 1. Hvor mange seiere, uavgjorte kamper og tap hadde de?

c Hvilket av de to lagene fikk flest poeng hvis det ble gitt 3 poeng for seier, 1 poeng for uavgjort og 0 poeng for tap?

d Et tredje lag i samme divisjon endte opp med 64 poeng. Hva kan forholdet mellom antall seiere, uavgjorte kamper og tap ha vært for dette laget?

8.12

a Hva er forskjellen mellom disse likningene?

i) $x + 2 = 10$ **ii)** $|x| + 2 = 10$

Vil løsningene bli forskjellige?
Løs likningene.

b **Ella** begynte å løse den andre likningen slik:

$$|x| + 2 = 10$$
$$|x| = 10 - 2$$
$$\dots$$

Gjør ferdig løsningen.

Ella påstår at likningen har to løsninger som er motsatte tall. Er du enig med henne?

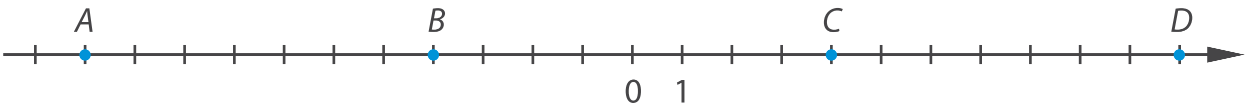
c Løs likningene.

i) $|x| + 7 = 18$ **iii)** $|z| - 6 = 13$ **v)** $13 + |v| = 13$

ii) $16 - |y| = 12$ **iv)** $20 + |u| = 15$ **vi)** $102 - |w| = 21$

Strek under likningen som ikke har noen løsning.
Har alle de andre likningene to løsninger?

d Lag likninger med en ukjent absoluttverdi slik at løsningene er lik plasseringen til disse punktene.



8.13

a Lag en sum av tallene og finn verdien.

i) 18 og -7 **ii)** -17 og 4 **iii)** 24 og -24

Hvis du står fast, kan du f.eks. bruke en tallinje.

b Finn verdiene til disse uttrykkene.

i) $|18| + |-7|$ **ii)** $|18| - |-7|$

Sammenlikn tallene du fikk med verdien til uttrykket $18 + (-7)$. Hva ser du?

Sammenlikn de to andre summene fra a) på liknende måte.
Hvordan kan vi legge sammen tall med ulike fortegn?

Når vi skal legge sammen to tall med ulike fortegn, kan vi trekke den minste absoluttverdien fra den største og la svaret få samme fortegn som tallet med størst absoluttverdi.

c Regn ut.

i $-24 + 36$	iii $144 + (-226)$	v $979 + (-1011)$
ii $52 + (-48)$	iv $-777 + 589$	vi $656 + (-565)$

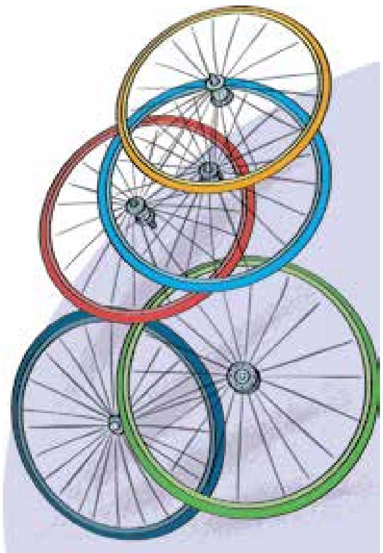
d Lag en sum av to tall med ulike fortegn slik at verdiene til summene blir:

i -5	ii 0	iii 38	iv -84

e Lag en sum av to tall med ulike fortegn der absoluttverdien til ene tallet er 2 større enn absoluttverdien til det andre. Finn verdien til summen.

8.14

a Et sykkelhjul har diameter 0,7 m. Hva er omkretsen til hjulet? (Rund av svaret både her og i de neste punktene.)



b Amalie har slike hjul på sykkelen sin. Hvor mange ganger går hjulene rundt hvis Amalie sykler 200 m?

Hvor langt sykler Amalie hvis hjulene går rundt 1000 ganger?

c Magnus kjørte 15 km. På turen gikk hjulene på bilen hans rundt 6000 ganger. Hva er diameteren til hjulene?

8.15

a Matematikklæreren til 7A gjennomførte en undersøkelse der elevene skulle svare ja eller nei på følgende spørsmål:

1. Liker du oppgaver i kombinatorikk?
2. Liker du å lage egne oppgaver?
3. Liker du brøker bedre enn desimaltall?

Hvert svar ble gitt en tallkode der 1 betydde «ja» og 0 betydde «nei». For eksempel betydde 101 at eleven svarte «ja» på spørsmål 1 og 3 og «nei» på spørsmål 2.
Resultatene er gitt i denne tabellen.

110	111	101	011
110	011	110	111
111	110	010	110
100	000	001	101
010	111	110	011

b Hvor mange prosent av elevene svarte «ja» på:

i) spørsmål 1? **ii)** spørsmål 2? **iii)** spørsmål 3?

c Hvor mange prosent av elevene svarte «ja» på:

i) de to første spørsmålene?

ii) alle spørsmålene?

iii) minst ett av spørsmålene?

d Studer tabellen nærmere og kom med så mange andre konklusjoner som du kan.

e Samarbeid med resten av klassen og lag tre spørsmål som dere syns kan være interessante å spørre om i en undersøkelse. I tillegg til svarene «ja» og «nei», skal man også kunne svare «vet ikke». Tenk på hvordan det er kan være lurt å kode svarene.

Gjennomfør undersøkelsen i klassen. Analyser resultatene og kom med en oppsummering.

8.16

a Les oppgavene.

I Vanntemperaturen i en elv endret seg fra +11° til +15°. Hvor mange grader endret temperaturen seg?

II Lufttemperaturen endret seg fra –2° til 5°. Hvor mange grader endret temperaturen seg?

Hva er likt for oppgavene?
Hva er den vesentligste forskjellen mellom dem?

Kan man bruke den samme regneoperasjonen for å løse oppgavene?

Løs oppgavene. (Du kan bruke en tallinje hvis du trenger det.)

b Løste du den ene oppgaven slik som dette?

$$5 - (-2) = 7$$

Legg merke til at vi bruker parentes når det andre leddet i en differanse er negativt.

c Løs oppgavene – tegn en tallinje hvis du trenger det.

i) En gresshoppe hoppet fra tallet –6 til tallet 4 på en tallinje. Hvor mange enheter hoppet den?

ii) En maur krøp fra tallet –11 til tallet –3 på en tallinje. Hvor mange enheter krøp den?

d Regn ut.

i) $9 - 3$ **iii)** $0 - (-4)$ **v)** $-1 - (-151)$

ii) $9 - (-3)$ **iv)** $-2 - (-7)$ **vi)** $15 - (-67)$

For hvert eksempel legg svaret du fikk sammen med det andre leddet i differansen. Hva fikk du? Forventet du å få dette resultatet?

e **i)** Finn to positive tall med differanse lik 15.

ii) Finn et positivt og et negativt tall med differanse lik 26.

iii) Finn to negative tall med differanse lik 100.

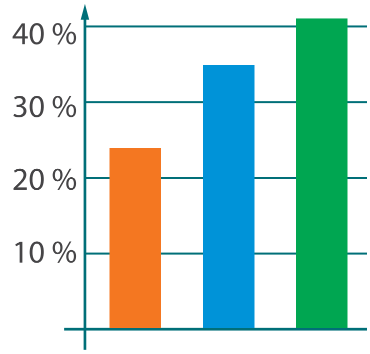
Skriv ned likhetene du fikk.

8.17

a Et jorde har et areal på 600 000 m^2. Det er sådd havre på 24 % av jordet, rug på 35 % og hvete på resten. Finn arealet av hver del.

Filip presenterte informasjonen i et søylediagram. Har han laget et diagram som passer?

Hva står de ulike søylene for?



b Lag et sirkeldiagram eller et stolpediagram som passer til denne oppgaven, og løs den.

En legering består av 85 % kobber, 10 % aluminium og 5 % tinn. I en mengde av legeringen er det er 60 g mer aluminium enn tinn. Hvor mye veier denne mengden?

8.18

a

i a er lik summen av –147 og –284. Finn a.

ii b er lik summen av –1414 og 975. Finn b.

iii c er lik summen av –534, 778 og –679. Finn c.

iv d er lik summen av –95, –163, –77 og –99. Finn d.

Bruk tallene du fikk og lag en kjede av ulikheter.
Lag en kjede av ulikheter med tallene $|a|$, $|b|$, $|c|$ og $|d|$.

b

i Lag en sum med verdi lik det motsatte tallet til a.

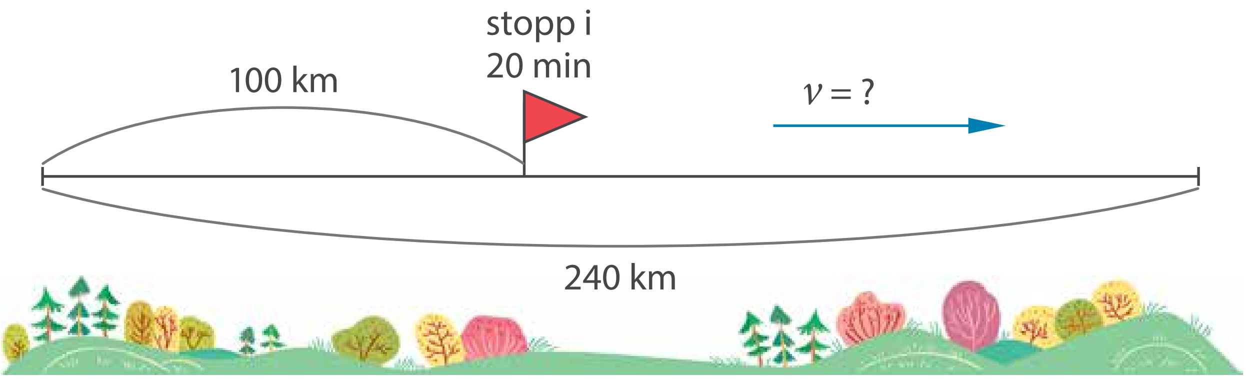
ii Lag en sum med verdi lik absoluttverdien til b.

iii Lag en sum med samme verdi som $c + d$.

8.19

a Løs oppgaven. Bruk modellen hvis du trenger den.

Et tog skulle etter planen bruke 4 timer på 240 km. Etter å ha kjørt 100 km med den planlagte farten, ble toget oppholdt i 20 min. Hvor fort måtte toget kjøre videre for å ta igjen den tapte tiden?



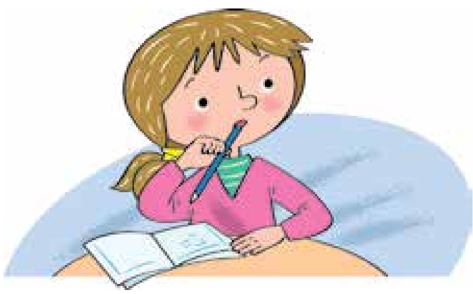
b Hvor mange prosent måtte toget øke farten med?

c Hvor mange minutter tidligere ville toget kommet fram hvis det hadde kjørt i 84 km/t etter stoppen?

8.20

a Se på hver differanse. Hvilket av de to leddene er størst? Vil verdien være positiv eller negativ? Begrunn.

i $8 - 5$	iii $-4 - (-7)$
ii $8 - (-5)$	iv $0 - (-6)$



Finn verdiene til uttrykkene.

b Sammenlikn disse uttrykkene med de over.

i $5 - 8$

ii $-5 - 8$

iii $-7 - (-4)$

iv $-6 - 0$

Finn verdiene til utrykkene.

Hva er forskjellen mellom svarene du fikk her og svarene du fikk i sted? Hva er likt?

> *Verdien til en differanse er positiv hvis det første leddet er større enn det andre.*
> *Verdien til en differanse er negativ hvis det første leddet er mindre enn det andre.*
> *Verdiene til $a - b$ og $b - a$ er motsatte tall, dvs. $a - b = -(b - a)$.*

c Del differansene i to grupper slik at verdiene til differansene i den ene gruppen er positive tall, mens de i den andre er negative tall.

i $2 - 4$

ii $9 - (-5)$

iii $-3 - 6$

iv $-3 - (-6)$

v $-6 - (-10)$

vi $-6 - 10$

Sjekk svaret ved å regne ut.

d Lag to differanser med verdi lik:

i 5

ii -1

iii -18

iv 45

e m og n er hele tall der $m > 0$, $n < 0$. Velg verdier for m og n slik at likhetene blir sanne.

i $m - n = 16$

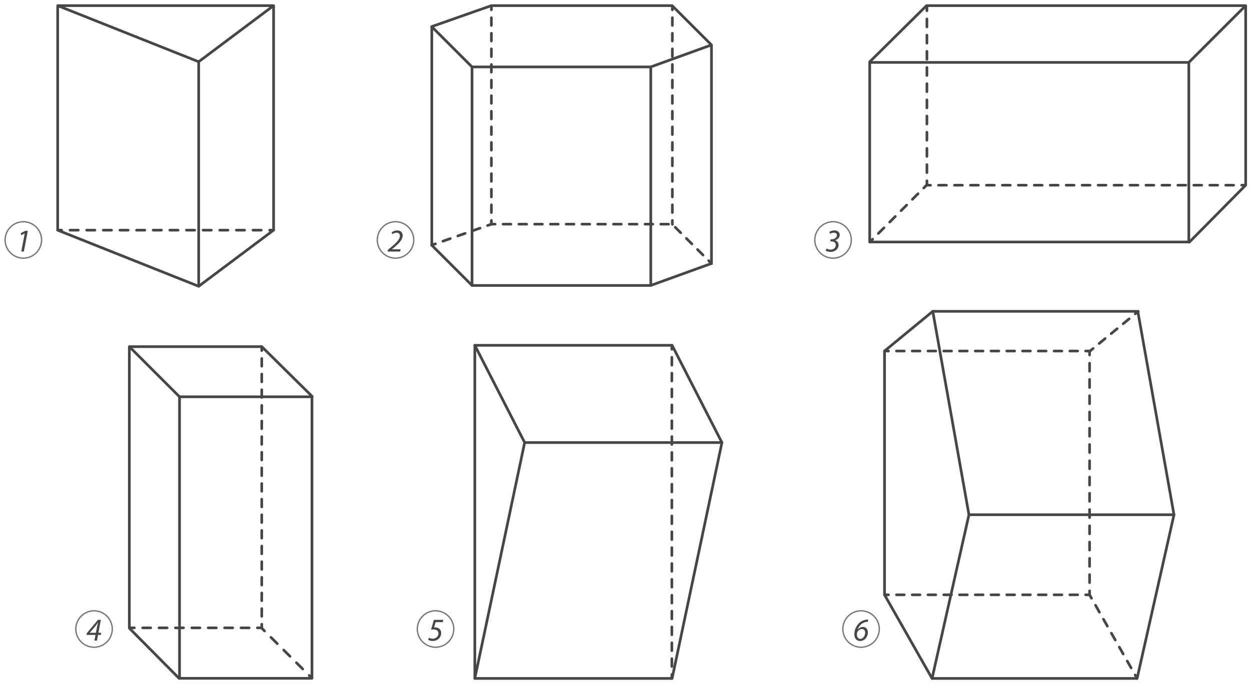
ii $n - m = -3$

iii $-n - m = 0$

f u og v er negative hele tall. Velg verdier for u og v slik at $u - v = -9$.
Hva er verdien til $v - u$?

8.21

a Se på disse figurene – de kalles **prismer**.

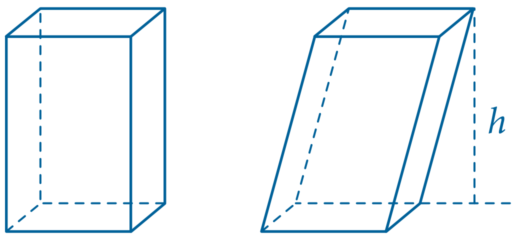


Hvilke egenskaper har alle prismene til felles? På hvilken måte er de forskjellige?

*Et **prisme** er en romfigur som er satt sammen av mangekanter der to av mangekantene – kalt **endeflater** – er identiske og parallelle. De andre mangekantene – kalt **sideflater** – har form som parallellogram. Det er like mange sideflater som det er kanter i endeflatene.*

*Hvis sideflatene står vinkelrett på endeflatene, sier vi at prismet er **rett** eller **rettvinklet**. Ellers sier vi at prismet er **skjevt**. I rette prismer er sideflatene rektangler.*

*Endeflatene kalles ofte **grunnflate** og **toppflate**. Avstanden mellom disse kalles **høyden** i prismet.*



b Prismer deles gjerne inn i trekantede prismer, firkantede prismer, osv. Tenk over hvilken egenskap ved prismene som ligger bak disse navnene?

Oppgi numrene til prismene i a) som er trekantet, firkantet, femkantet og sekskantet.

c Legg merke til at noen av kantene er tegnet med stiplet linje. Disse kantene er **usynlige**. Hva mener vi med at de er usynlige?

d Skriv av tabellen og fyll ut.

Type prisme	Antall hjørner	Antall kanter	Antall flater
Trekantet			
Firkantet			
Femkantet			
Sekskantet			

e Hvor mange hjørner, kanter og flater har et sjukantet prisme? Begrunn.

f **i)** Et m-kantet prisme har 16 hjørner. Finn m.

ii) Et n-kantet prisme har 30 kanter. Finn n.

iii) Et p-kantet prisme har 14 flere kanter enn hjørner. Finn p.

8.22

a **i)** Hvor mange hele tall passer inn i likningen $|x| = 4$?

ii) Hvor mange hele tall passer inn i ulikheten $|x| < 4$?
Skriv tallene i stigende rekkefølge.

Løsningen til ulikheten $|x| < 4$ kan skrives slik: $-4 < x < 4$. Forklar hvorfor.

b Skriv løsningen til hver ulikhet som en dobbel ulikhet.

i) $|x| < 7$ **ii)** $|y| \leq 9$ **iii)** $|z| \leq 1$ **iv)** $|v| < 100$ **v)** $|w| \leq -3$

Har alle ulikhetene løsning? Begrunn.

c Lag en ulikhet med absoluttverdi der:

i) 0, 1, 2, −1 og −2 er de eneste hele tallene som passer inn.

ii) kun 35 hele tall passer inn.

iii) kun ett helt tall passer inn.

8.23

a Hva kalles disse tallene?

1, 3, 6, 10, 15, …

Finn summene av to påfølgende trekanttall:

$1 + 3$
$3 + 6$
$6 + 10$
$\ldots$

Kjenner du igjen tallene du fikk til svar? Hva kalles de?
Kan du formulere en hypotese?

b Bruk figurene nedenfor og forklar hvorfor **summen av to påfølgende trekanttall er et kvadrattall**.

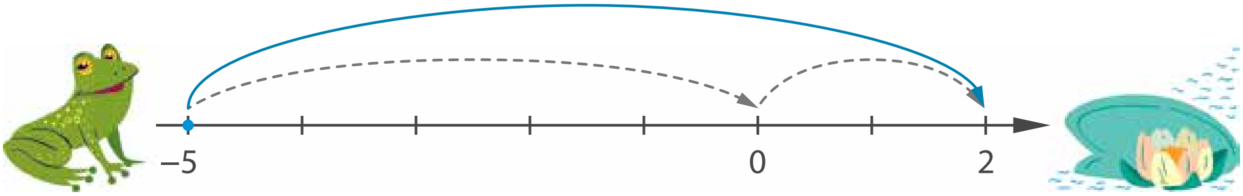
c Skriv tallene som en sum av to påfølgende trekanttall.

i) 121 **ii)** 196 **iii)** 256 **iv)** 441

8.24

a En frosk hoppet fra tallet – 5 til tallet 2 på en tallinje. Hvor langt hoppet frosken (målt i enheter)?

Se på denne tegningen.



Legg merke til at hoppet til frosken kan deles i to: en del fra – 5 til 0 og en del fra 0 til 2.

Hvor mange enheter er det i den første delen? Hvor mange enheter er det i den andre delen?

Forklar hvorfor:

$$2 - (-5) = 2 + 5$$

b Bruk tallinjen til å forklare hvorfor disse likhetene er sanne.

i) $5 - (-4) = 5 + 4$ **ii)** $-2 - (-6) = -2 + 6$ **iii)** $-7 - (-3) = -7 + 3$

> *Å trekke fra et tall er det samme som å legge til det motsatte tallet.*
>
> $$a - b = a + (-b)$$

c Finn uttrykk med samme verdi – lag likheter.

$10 - (-3)$	$-2 + (-5)$	$11 - (-13)$	$-2 - 5$	$11 + 13$
$2 - 5$ $\quad 10 - 3$	$2 + 5$	$10 + 3$	$11 - 13$	

d Regn ut.

i) $21 - (-17)$ **iii)** $-85 - (-73)$ **v)** $-155 - 245$

ii) $64 - 77$ **iv)** $99 - (-999)$ **vi)** $-606 - (-363)$

8.25

a Løs oppgaven ved å lage en proporsjon som passer.

Hvis en bonde selger 20 % av eplene sine, vil han tjene 6 400 kr. Hvor mange prosent av eplene må han selge for å tjene 27 200 kr?

b Løs oppgaven i a) uten å lage en proporsjon.

Sammenlikn det du gjorde med det disse elevene har begynt å gjøre:

Ørjan

$6\,400 : 20 = 320$

$320 \cdot 100 = 32\,000$

$27\,200 : 32\,000 = \ldots$

Lisa

$27\,200 : (6\,400 : 20) = \ldots$

Forklar hvordan de har tenkt og gjør ferdig løsningene.

c Det tar 1,5 time å fylle 60 % av et basseng med vann. Hvor lang tid vil det ta å fylle 80 % av bassenget?

d Tre maskiner brukte til sammen 3 timer på å lage 540 varer. Hvor mange varer klarer to slike maskiner å lage på 2 timer?

8.26

a Sammenlikn likningene.

i $7 + x = 15$

ii $7 + y = 3$

Hvilken regneoperasjon vil du bruke for å løse den første likningen?
Hvilken vil du bruke for å løse den andre?

Løs likningene.

b Løs likningene.

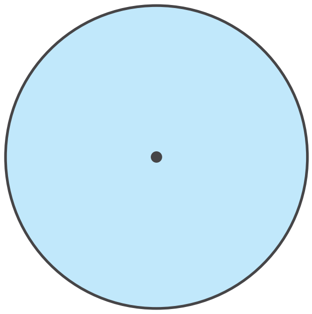
i) $a + 11 = 4$ **iii)** $-1 + c = 16$ **v)** $e - 95 = -74$ **vii)** $g + 77 = -34$

ii) $b + 11 = -4$ **iv)** $16 + d = -1$ **vi)** $f + 95 = 74$ **viii)** $h - 77 = -34$

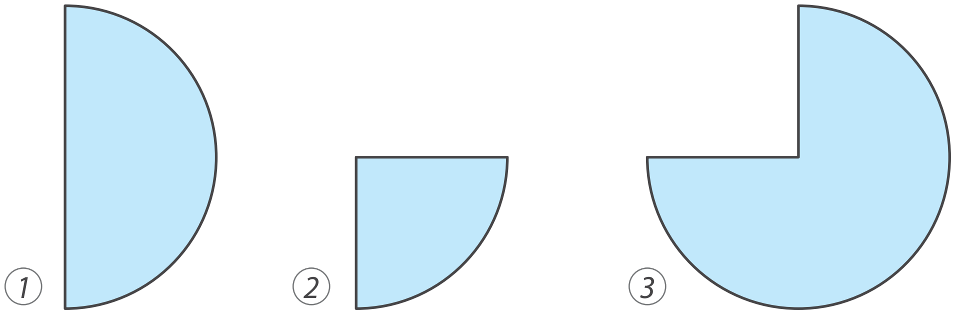
c Velg deg tre negative tall og lag tre likninger som har disse tallene som løsning.

8.27

a Finn arealet av sirkelen.



b Hva er sammenhengen mellom disse figurene og sirkelen over?



Finn arealet av hver figur.

c Tegn en sirkel med radius 6 cm og finn arealet av:

i) $\frac{1}{3}$ av sirkelen. **ii)** $\frac{5}{6}$ av sirkelen.

Rund av svarene til én desimal.

8.28

a Formuler den kommutative og den assosiative loven for addisjon.

Kommutativitet og assosiativitet er fundamentale egenskaper ved addisjon. Disse lovene gjelder både for positive og negative tall. Det betyr at:

- vi kan bytte rekkefølgen på ledd i en sum.
- vi kan plassere parenteser rundt hvilke ledd vi måtte ønske.

b Regn ut – bruk lovene for addisjon for å gjøre det så effektivt som mulig.

i $48 + 37 + (-48)$

ii $-36 + (-47) + (-64)$

iii $-117 + (-96) + (-33)$

iv $-78 + (-37) + (-38) + 77$

v $87 + 168 + (-89) + (-166)$

vi $697 + 983 + (-698) + (-982)$

vii $20 + 18 + 16 + 14 + 12 + (-11) + (-13) + (-15) + (-17) + (-19)$

viii $52 + 54 + 56 + 58 + 60 + (-62) + (-64) + (-66) + (-68) + (-70)$

ix $-73 + (-77) + (-81) + (-85) + (-89) + 95 + 91 + 87 + 83 + 79$

c Lag to summer der det er lurt å bruke lovene for addisjon når du skal regne ut.

Fra matematikkens historie

Samtidig med at algebraen utviklet seg i middelalderen, begynte de negative tallene gradvis å bli akseptert i matematikken på lik linje med de positive tallene. Du har allerede løst likninger der løsningen ble et negativt tall. Vi kan også få negative tall til svar når vi løser andre typer oppgaver.

Løs denne oppgaven algebraisk og forklar svaret:

En gutt er 9 år gammel. Han har en søster som er 3 år. Når er broren 4 ganger så gammel som søsteren?

8.29

a Et sykkelhjul har radius 0,32 m. Hvor mange ganger (omtrent) vil hjulet gå rundt på 1 km?

b Et annet sykkelhjul har en radius som er 25 % større enn hjulet over. Hvor mange ganger vil dette hjulet gå rundt på 1 km?

c En personbil har hjul med radius 0,28 m, mens en lastebil har hjul med radius 1,2 m. Bruk informasjonen og lag en oppgave som handler om antall ganger et hjul gikk rundt og om hvor langt bilene kjørte.

La en medelev løse oppgaven.

8.30

a Sammenlikn oppgavene og løs dem.

I Linjestykket *AB* er 13,5 cm. Det er 125 % lengre enn linjestykket *MN*. Hvor mange ganger lengre er *AB* enn *MN*? Hva er lengden til *MN*? Tegn *MN*.

II Linjestykket *CD* er 4,5 cm. Det er 62,5 % kortere enn linjestykket *PQ*. Hva er lengden til *PQ*? Tegn *PQ* i målestokk 1 : 3.

b Et rektangel har sider som er like lange som to av de fire linjestykkene som er nevnt i a). Hva er sidene til rektangelet hvis arealet er 27 cm^2?

8.31

a

i) a er lik differansen mellom 49 og 132 (dvs. $a = 49 - 132$). Finn a.

ii) b er lik differansen mellom – 94 og – 177. Finn b.

iii) c er lik differansen mellom – 41 og 45. Finn c.

iv) d er lik differansen mellom – 112 og – 25. Finn d.

b Bruk tallene du fikk i a) og finn verdiene til disse uttrykkene.

i) $a + b$ **ii)** $a - b$ **iii)** $c + d$ **iv)** $|b + c|$ **v)** $|c| - |d|$

8.32

a Løs oppgaven.

En vannslange bruker 40 min på å fylle et basseng, mens en annen bruker 24 min. Hvor lang tid tar det å fylle bassenget hvis begge slangene brukes samtidig?

b Hvis du står fast, tenk over hvor stor del av bassenget hver slange vil fylle i løpet av ett minutt. Hvor stor del av bassenget vil fylles i løpet av ett minutt hvis begge slangene brukes?

c Hva må endres i oppgaveteksten hvis man må finne verdien til dette uttrykket for å løse oppgaven?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

Hva er sammenhengen mellom $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, og svaret på den nye oppgaven?

Kan denne likheten være til hjelp?

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

Kanskje du får mer hjelp av modellen i rammen?

1 min – $\frac{3}{4}$ (av bassenget)

t min – 1 (dvs. hele bassenget)

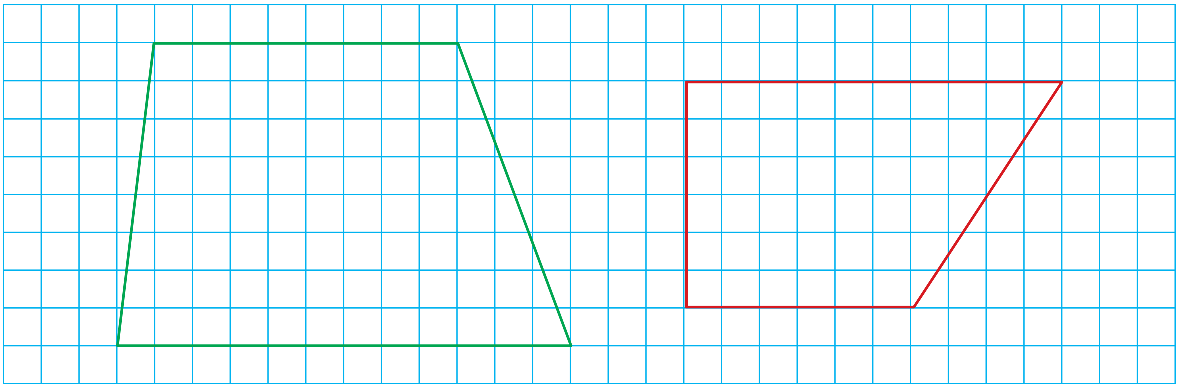
Lag en proporsjon og finn tiden t.

d Det vil ta 8 timer for en bestemt maskin å asfaltere en gate, mens det vil ta 12 timer for en annen. Hvor lang tid vil det ta hvis maskinene jobber samtidig fra hver sin ende av gaten?

8.33

a Finn arealet av hvert trapes.
Gå tilbake til oppgave 7.26 hvis du trenger det.

$$A_{\text{trapes}} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



b Tegn et rektangel som har areal lik arealet av det grønne trapeset.

Finn omkretsen til rektangelet.

c Tegn en rombe som har areal lik arealet av det røde trapeset. Gå tilbake til oppgave 6.5 hvis du trenger det.

$$A_{\text{rombe}} = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

Mål sidene og finn omkretsen til romben.

Hjernetrim

1 En sum består kun av leddene 1 og –1. Det er 2019 ledd til sammen. Hvilke av disse tallene er mulige verdier for summen? Begrunn svaret.

888 –999 1221 –2112

2 **a)** Løs likningene.

i) $1 - (2 - x) = 2$

ii) $1 - (2 - (3 - x)) = 2$

iii) $1 - (2 - (3 - (4 - x))) = 2$

iv) $1 - (2 - (3 - (4 - (5 - x)))) = 2$

b) Hva tror du røttene til denne likningen blir?

$$1 - (2 - (3 - (4 - (5 - (6 - (7 - (8 - (9 - (10 - x))))))))) = 2$$

Hvis strategien du brukte for å løse likningene i a) ikke hjelper deg til å finne svaret på dette spørsmålet, prøv å finne en annen strategi.

Sjekk svaret ved å løse likningen.

3 Tallene –1, –2, –3, …, –99 og –100 er plassert i en tilfeldig rekkefølge $m_1, m_2, \ldots, m_{100}$.

Finn verdiene til disse uttrykkene.

a) $(m_1 + 1) + (m_2 + 2) + \ldots + (m_{100} + 100)$

b) $(m_1 - 1) + (m_2 - 2) + \ldots + (m_{100} - 100)$

c) $(101 - m_1) + (102 - m_2) + \ldots + (200 - m_{100})$

4 Tallene –1, –3, –5, …,–97 og –99 er plassert i en tilfeldig rekkefølge $n_1, n_2, \ldots, n_{50}$.

Finn verdiene til disse uttrykkene.

a) $(n_1 + 1) + (n_2 + 2) + \ldots + (n_{50} + 50)$

b) $(n_1 + 3) + (n_2 + 5) + \ldots + (n_{50} + 51)$

c) $(n_1 - 2) + (n_2 - 4) + \ldots + (n_{50} - 100)$

Test deg selv

1 Skriv summen av tallene og finn verdien.

a) -16 og -7 **b)** -21 og 12 **c)** -32 og 41 **d)** -6, -13 og 9 **e)** 40, -93 og 36

2 Lag en sum av to hele tall slik at verdien blir:

a -8 **b** 0 **c** -75

3 Skriv differansen mellom tallene og finn verdien.

a) 12 og 23 **b)** 18 og -6 **c)** -9 og 7 **d)** -23 og -36 **e)** -29 og -17

4 Lag en differanse mellom to hele tall slik at verdien blir:

a -8 **b** -11 **c** 0 **d** -28

5 Regn ut.

a) $-7 + 15 + (-9)$ **b)** $25 - (-16) - (-30)$ **c)** $-37 + 23 - (-12)$

6 Regn ut, bruk egenskaper til addisjon for å gjøre det så effektivt som mulig.

a) $-56 + 973 + 57$ **b)** $87 + (-159) + (-77)$ **c)** $125 + (-767) + (-325) + 797$

7 Hjulet til en elektromotor går 28 800 ganger rundt på en halv time. Hvor mange ganger vil hjulet gå rundt på 20 min hvis:

a rotasjonsfarten er den samme?

b rotasjonsfarten reduseres med 60 %?

8 Løs oppgaven ved å lage et sammensatt uttrykk som passer.

I en leilighet er det 4 rom. Tore vil male et rom blått, et annet gult, et tredje grønt og et fjerde rødt. På hvor mange måter kan han gjøre det?

9 Et tresifret tall lages ved at sifrene 2, 6 og 7 plasseres i tilfeldig rekkefølge. Hva er sannsynligheten for at tallet blir delelig med:

a 2? **b** 3? **c** 4?

10 Et bilhjul har radius 0,45 m. Hvor mange ganger (omtrent) vil hjulet gå rundt på 10 km?

11 Løs likningene og plasser løsningene på en tallinje.

a) $|x| = 3$ **b)** $|y| + 8 = 13$ **c)** $|z| - 6 = 1$ **d)** $20 - |u| = 11$

12 Finn alle hele tall som passer inn i ulikheten.

a $|x| < 5$ **b** $|y| \leq 3$ **c** $|z| \leq 10$

13 Hvor mange hjørner, kanter og flater har:

a et 9–kantet prisme? **b** et 15–kantet prisme?

9 Multiplikasjon og divisjon av hele tall

9.1

a Kitty har tre ubetalte regninger, hver på 100 kr. Hvor mye penger skylder hun til sammen? Lag en likhet med negative tall som passer til situasjonen.

b Hva må endres i oppgaven hvis denne likheten skal passe?

$$-200 + (-200) + (-200) = -600$$

Beskriv situasjonen matematisk ved å bruke gangetegn.

c Sammenlikn svaret ditt med det disse elevene har gjort:

Frida $3 \cdot (-200) = -600$

Viktor $(-200) \cdot 3 = -600$

Har de rett?

Er du enig i dette?

> *Når vi skal multiplisere et positivt tall med et negativt tall (eller motsatt), kan vi multiplisere absoluttverdiene til tallene og sette minustegn foran.*

d Finn svaret ved hoderegning.

i $(-2) \cdot 20$ **ii** $12 \cdot (-9)$ **iii** $(-16) \cdot 8$ **iv** $6 \cdot (-25)$ **v** $(-7) \cdot 125$

e Velg verdier for bokstavene slik at likhetene blir sanne.

i) $a \cdot b = -48$ **ii)** $c \cdot d = -192$ **iii)** $e \cdot f = -384$ **iv)** $g \cdot h = -1008$

f Velg passende verdier for m og n slik at begge tallene er tosifret og $n < 0$.

i) $m \cdot n = -143$ **ii)** $m \cdot n = -169$ **iii)** $m \cdot n = -187$ **iv)** $m \cdot n = -221$

9.2

a Løs oppgavene ved å lage et uttrykk som passer.

i) På hvor mange måter kan vi skrive produktet av tre tall a, b og c?

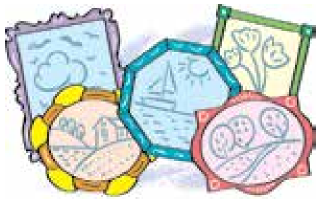
ii) På hvor mange måter kan fire tigre plasseres i fire bur (det skal være en tiger i hvert bur)?

b Mange oppgaver i kombinatorikk handler om å finne ut på hvor mange måter n objekter (f.eks. mennesker, dyr, gjenstander, symboler) kan ordnes i rekkefølge. Vi sier da at vi finner antall **permutasjoner av n elementer**.

Har du jobbet med noen slike oppgaver allerede? Hvilke?
Husker du hvilket symbol vi kunne bruke for å skrive løsningen kort?

c Løs oppgaven – bruk fakultet.

Stine vil henge opp 5 bilder etter hverandre over sengen på rommet sitt. På hvor mange måter kan hun velge hvilken rekkefølge de skal henge i?



9.3

a Sammenlikn disse likningene og løs dem.

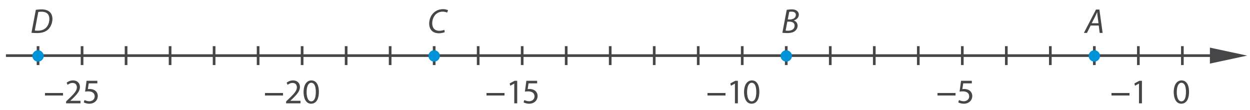
i $7 - x = 5$ ii $7 - y = 9$

Løste du dem på samme måte?
Hva er forskjellen mellom likningene?

b Løs likningene.

i) $12 - x = 9$	**iv)** $a - 100 = -17$	**vii)** $p - 51 = -52$
ii) $12 - y = 21$	**v)** $100 - b = -17$	**viii)** $51 - q = 52$
iii) $12 - z = -21$	**vi)** $17 - c = 100$	**ix)** $51 - r = -52$

c Lag likninger med subtraksjon der det andre leddet er ukjent og der løsningene er lik plasseringen til de avmerkete punktene på tallinjen.



9.4

a Finn verdiene til disse uttrykkene.

$(-1) \cdot 5 \qquad 5 \cdot (-1)$

Velg deg tre tall og multipliser dem med –1.
Får du alltid det motsatte tallet når du multiplisere et tall med –1?

Hva syns du at verdien til uttrykket (–1) · (–5) bør bli?

Emil svarte slik:

«Verdien må selvfølgelig ha noe med 5 å gjøre. Det må enten være +5 eller – 5. Jeg mener at (–1) · (– 5) ikke kan være lik – 5, siden 1 · (– 5) = – 5. Derfor må (–1) · (– 5) = 5.»

Syns du forklaringen til Emil er fornuftig?

Er du enig i følgende?

Når vi multipliserer et tall med –1, får vi det motsatte tallet.

b Tenk over hva verdien til uttrykket (–3) · (– 5) bør være.

Hvis du står fast, bruk likheten (–3) = 3 · (–1) og vis at (–3) · (– 5) = 15.

Er du enig i denne regelen?

Produkt av to negative tall er et positivt tall som er lik produktet av absoluttverdiene til de to tallene.

c Finn svaret ved hoderegning.

i) $(-7) \cdot (-9)$ **iii)** $11 \cdot (-15)$ **v)** $(-16) \cdot (-9)$ **vii)** $(-25) \cdot (-40)$

ii) $(-13) \cdot (-8)$ **iv)** $(-9) \cdot (-12)$ **vi)** $-15 \cdot 15$ **viii)** $(-14) \cdot (-15)$

9.5

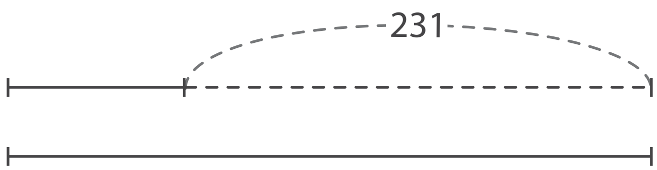
a Sammenlikn oppgavene.

I Summen av to naturlige tall er 231, og forholdet mellom dem er 5 : 16. Finn tallene.

II Differansen mellom to naturlige tall er 231, og forholdet mellom dem er 5 : 16. Finn tallene.

I hvilken oppgave tror du tallene vil være størst? Begrunn svaret uten å løse oppgavene.

b Hvilken av oppgavene passer denne modellen til?



Hvilken av oppgavene passer denne likningen til?

$$\boxed{5x + 16x = 231}$$

Hvordan vil en tilsvarende modell og likning se ut for den andre oppgaven?

Gjør ferdig begge oppgavene.

c Sammenlikn denne oppgaven med de i a) og løs den.

På en sjokoladefabrikk har de en ny og en gammel maskin. Den nye produserer 280 flere sjokolader i minuttet enn den gamle. På et halvt minutt produserer den nye maskinen like mange sjokolader som den gamle gjør på 40 sekunder. Hvor mange sjokolader produserer hver maskin per minutt?

9.6

a Hva er forskjellen mellom disse ulikhetene?

$|x| < 5$ $|x| > 5$

Finn alle hele tall som passer inn i den første ulikheten.

Hvilke av disse tallene passer inn i $|x| > 5$?

8 1 –10 –3 5 –6 75 –120

Kan du skrive ned alle hele tall som passer i ulikheten? Begrunn.

b

i Finn alle ensifrede hele tall som passer i ulikheten $|x| > 6$.

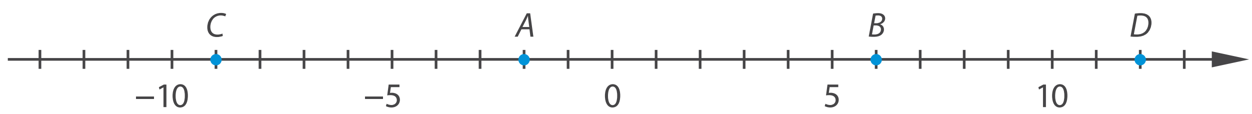
ii Finn alle tosifrede hele tall som passer i ulikheten $|x| \geq 97$.

c Lag en liknende ulikhet med absoluttverdi slik at:

i plasseringen til punktet *A* på tallinjen nedenfor passer i ulikheten, mens plasseringen til *B* ikke passer.

ii plasseringen til *D* passer i ulikheten, mens plasseringene til *A*, *B* og *C* ikke passer.

iii plasseringene til to av punktene passer i ulikheten, mens plasseringen til de to andre ikke passer.



9.7

a Er denne likheten sann? Begrunn svaret.

$$(-2) \cdot (5 + (-5)) = 0$$

Da **Ida** skulle regne ut $(-2) \cdot (5 + (-5))$ begynte hun slik:

$$(-2) \cdot (5 + (-5)) = (-2) \cdot 5 + (-2) \cdot (-5)$$

Hvordan tenkte hun?

Bruk det Ida gjorde og den første likheten til å vise at $(-5) \cdot (-2) = 10$.

Du har nå vist på en annen måte at produktet av to negative tall blir et positivt tall.

b Del uttrykkene i to grupper slik at verdiene til uttrykkene i den ene gruppen er positive tall, mens de i den andre er negative tall.

i) $(-8) \cdot (-15)$

ii) $(-12) \cdot 12$

iii) $25 \cdot (-6)$

iv) $(-6) \cdot (-25)$

v) $14 \cdot (-5) \cdot 16$

vi) $(-12) \cdot 25 \cdot (-13)$

vii) $(-7) \cdot (-12) \cdot (-16)$

viii) $(-5) \cdot 6 \cdot (-7) \cdot 8$

Finn verdiene til uttrykkene.

c Velg passende verdier for a og b slik at begge tallene er tosifret og $b < 0$.

i $a \cdot b = 132$

ii $a \cdot b = -182$

iii $a \cdot b = -324$

iv $a \cdot b = -625$

v $a \cdot b = 775$

vi $a \cdot b = 999$

d Finn verdiene til m og n når $n < 0$ og $|m| = |n|$.

i) $m \cdot n = -64$ **ii)** $m \cdot n = -169$ **iii)** $m \cdot n = -289$ **iv)** $m \cdot n = 576$

Fra matematikkens historie

Matematikere brukte lang tid på å diskutere hvordan de kunne forstå eller tolke regneoperasjoner med negative tall.

Noen brukte handel som eksempel. Der kan man tenke på et positivt tall som fortjeneste, overskudd eller inntekt og et negativt tall som gjeld eller underskudd. Syns du regler for addisjon og subtraksjon ser rimelig ut i denne modellen? Hvilken mening gir «summen av to gjelder» eller «summen av en fortjeneste og en gjeld»? Hvordan kan man forklare regelen for multiplikasjon av to tall med ulike fortegn i en slik modell?

Det var langt vanskeligere for matematikerne å forklare hvorfor produktet av to negative tall blir et positivt tall. **Leonard Euler** (1707–1783) ga en forklaring som liknet denne:

1. $2 \cdot 3 = 6$
2. $2 \cdot (-3) = (-3) + (-3) = -6$
3. $(-2) \cdot 3 = 3 \cdot (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$
4. $(-2) \cdot (-3)$ kan ikke være negativ, siden $2 \cdot (-3)$ er negativ. Derfor må verdien være positiv.

Euler ga ikke noen annen forklaring på dette problemet.

En annen forklaring var denne:

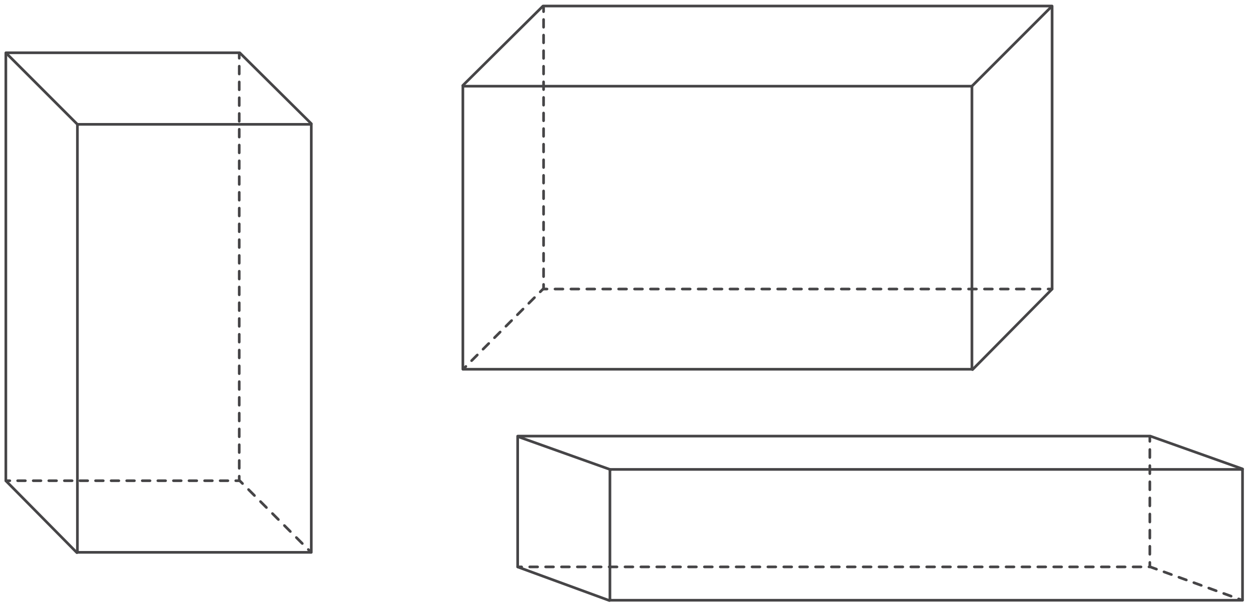
La et positivt tall stå for «venn» og et negativt tall for «fiende». Da gjelder følgende:

- «en venn av min venn er min venn», dvs. $(+) \cdot (+) = (+)$
- «en venn av min fiende er min fiende», dvs. $(+) \cdot (-) = (-)$
- «en fiende av min venn er min fiende», dvs. $(-) \cdot (+) = (-)$
- «en fiende av min fiende er min venn», dvs. $(-) \cdot (-) = (+)$

Hvilken forklaring liker du best?

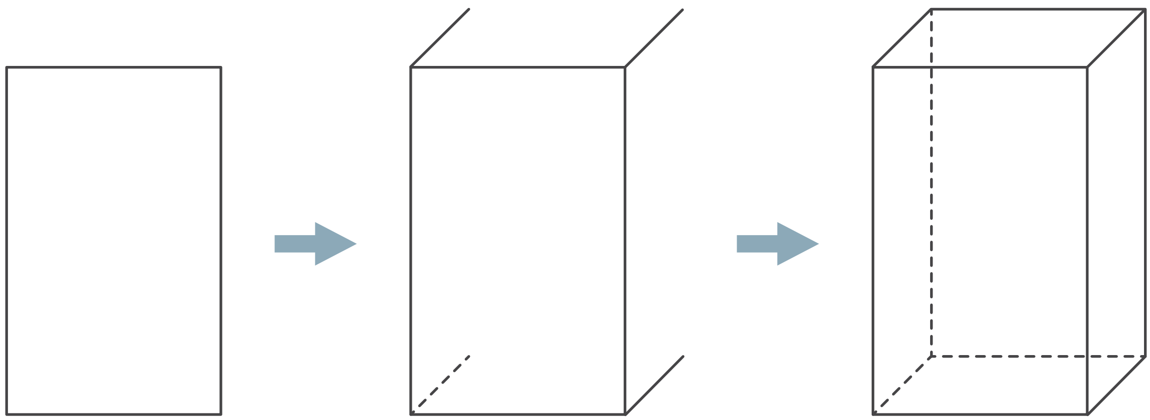
9.8

a Hva kalles disse figurene?



Det er vanlig å si **rett, rektangulært prisme** for å presisere at alle flatene er rektangler.

b Tegn et rett, rektangulært prisme i ruteboken din. Du kan bruke disse tegningene til hjelp hvis du trenger det.



Ser du at noen av linjestykkene på tegningen er parallelle og like lange?
Tenkte du på dette da du tegnet?

Hvilke av linjestykkene på det ferdige prismet bør være parallelle og like lange?

c Et rett, rektangulært prisme har kanter 6 cm, 5 cm og 4 cm. Finn arealet av alle de seks flatene i prismet.

Finn arealet av alle flatene til sammen.

> *Det samlede arealet av alle flatene i et prisme kalles **overflaten** til prismet.*

d En terning har volum 64 cm^3. Hva er arealet av en sideflate?
Finn overflaten til terningen.

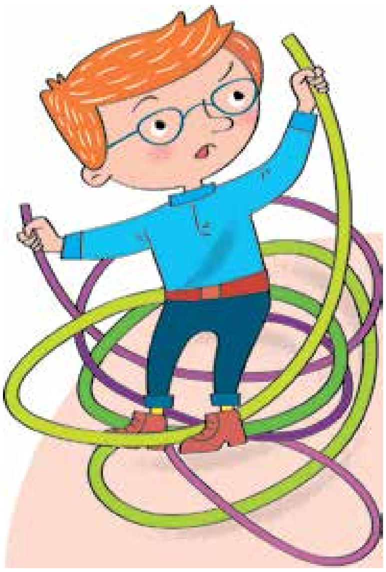
9.9

a Sammenlikn oppgavene og løs dem.

I En båt bruker 12 min på å krysse et vann, mens en annen bruker 6 min. De to båtene starter samtidig fra hver sin side av vannet og kjører mot hverandre. Hvor lang tid tar det før de møtes?

II En vannslange bruker 12 min på å fylle et basseng, mens en annen bruker 20 min. Hvor lang tid tar det å fylle bassenget hvis begge slangene brukes samtidig?

b Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 8.32.



c Hvilken av oppgavene passer brøken $\frac{2}{15}$ til?
Kan likheten $\frac{2}{15} = \frac{1}{7,5}$ være til hjelp når du skal løse oppgaven?

d Sammenlikn denne oppgaven med de over og løs den.

En pumpe bruker 6 timer på å tømme et basseng for vann, mens en annen bruker 50 % lenger tid. Hvor lang tid tar det å tømme bassenget hvis begge pumpene brukes samtidig?

9.10

a Regn ut.

i $-15 + (-9 + 16)$

ii $-25 - (-21 - 16)$

iii $2 - (45 - 36)$

iv $-3 - (46 - 55)$

v $(-7 + 9) - (11 - 16)$

vi $(-8 - 7) + (-12 - 13)$

vii $-1 - (-5 - 15 - 25)$

viii $1 - (100 - 36 - 44)$

b Finn to hele tall med produkt lik:

i) -48 **ii)** 280 **iii)** -133

c Finn tre hele tall med sum lik:

i) 44 **ii)** -1 **iii)** -15

9.11

a Uten å løse likningene, skriv ned de som har negative røtter.

i) $x + 66 = 55$ **iv)** $104 + r = 0$ **vii)** $38 - u = -18$

ii) $y - 76 = 55$ **v)** $-154 + s = 0$ **viii)** $17 - v = 24$

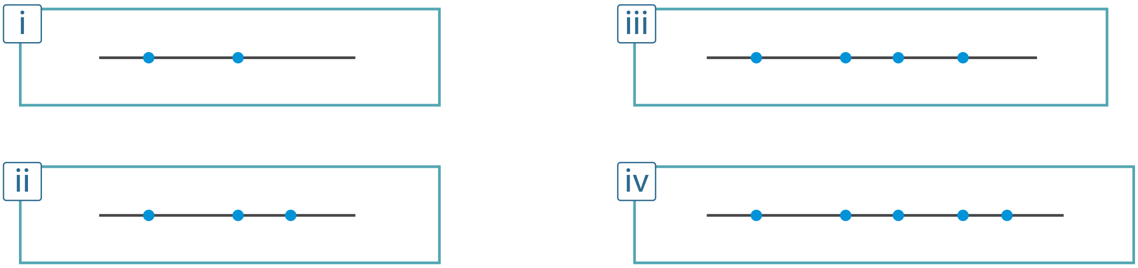
iii) $z - 86 = -55$ **vi)** $-196 + t = -198$ **ix)** $31 - w = -49$

b Sjekk svaret ditt ved å løse alle likningene.

c Lag fire liknende likninger slik at du får både positive og negative tall blant røttene. Be en medelev løse likningene.

9.12

a Hvor mange linjestykker er det på hver figur?



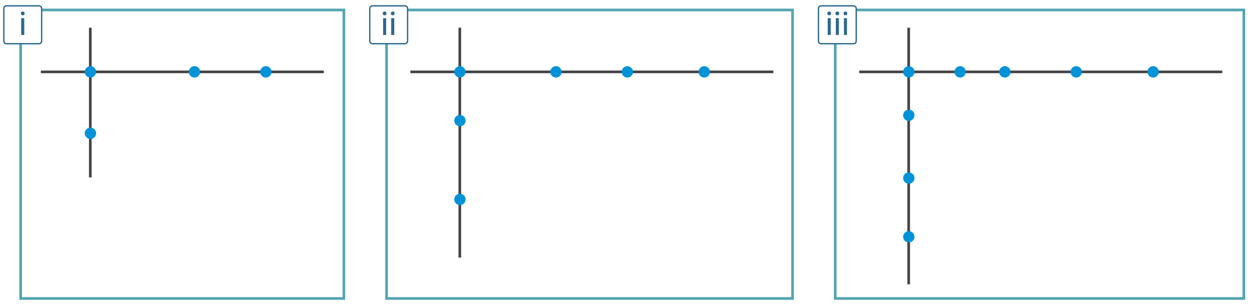
Skriv tallene du fikk som en tallfølge.

Ser du et mønster? Bruk mønsteret og skriv de tre neste tallene i følgen.
Kjenner du igjen tallene? I hvilken sammenheng har du sett dem før?

b Tegn en linje og sett av punkter slik at figuren får til sammen:

i) 21 linjestykker. **ii)** 36 linjestykker. **iii)** 55 linjestykker.

c Hva er nytt på disse figurene?



Hvor mange linjestykker er det på hver figur? Kjenner du igjen tallene?

Hvorfor blir antallet lik et kvadrattall?

d Lag en liknende tegning slik at figuren får til sammen:

i **25 linjestykker.** ii **49 linjestykker.**

9.13

a Avgjør om verdien til uttrykket blir positiv eller negativ uten å regne ut.

i $(-5) \cdot (-8)$

ii $(-6) \cdot (-3) \cdot (-11)$

iii $(-9) \cdot (-8) \cdot (-5) \cdot (-1)$

Finn verdiene til uttrykkene.

b Tenk deg at et produkt består av n negative faktorer. Prøv å formulere en regel som kan brukes for å bestemme om verdien skal være positiv eller negativ.

Hvis vi multipliserer n negative tall, vil produktet bli positivt hvis n er et partall, og negativt hvis n er et oddetall.

c Finn svaret ved hoderegning.

i $6 \cdot (-4) \cdot 2 \cdot (-5)$

ii $(-1) \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot (-7)$

iii $(-1) \cdot (-4) \cdot 8 \cdot (-9)$

iv $(-1) \cdot 15 \cdot (-1) \cdot 16 \cdot (-1)$

v $(-2) \cdot (-4) \cdot (-8) \cdot (-16)$

vi $(-1) \cdot (-10) \cdot (-100) \cdot (-1000)$

d Erstatt bokstavene med hele tall som passer.

i $(-8) \cdot 25 \cdot a > 0$

ii $24 \cdot b \cdot 15 \cdot (-1) < 0$

iii $c \cdot (-100) \cdot d \cdot (-200) \cdot e \cdot < 0$

Sjekk svarene ved å regne ut.

9.14

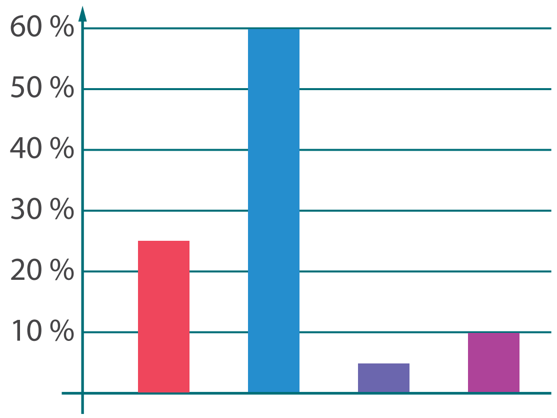
a Lag et sirkeldiagram som passer til den ene oppgaven og et stolpediagram som passer til den andre. Vurder hvor godt diagrammene passer.

I En bilforretning har 140 kjøretøy til salgs. 40 % av dem er personbiler, 35 % er varebiler og 25 % er motorsykler. Hvor mange kjøretøy av hver type har bilforretningen?

II I en blokk er det 540 leiligheter. 20 % av dem har ett rom, 30 % har to rom, 35 % har tre rom og resten har fire rom. Hvor mange leiligheter av hver type er det i huset?

Løs oppgavene.

b Lag en oppgave som passer til dette diagrammet.



Be en medelev løse oppgaven.

9.15

a Sammenlikn disse likningene.

$$|x| = 5 \qquad\qquad |x - 1| = 5$$

Hvilke tall passer inn i den første likningen?

Hvilke tall tror du passer inn i den andre likningen? Sjekk om du hadde rett ved å sette prøve på svaret.

b Se hvordan **Noah** begynte å løse den andre likningen:

> Siden $|x - 1| = 5$, må $x - 1$ være enten 5 eller -5. Derfor må vi løse disse likningene: $x - 1 = 5$ og $x - 1 = -5$.

Tenkte du slik? Hvis ikke, gjør ferdig Noah sin løsning og finn røttene.

c Løs likningene.

i $|x + 1| = 5$

ii $|y - 1| = 3$

iii $|z - 4| = 10$

iv $|u + 3| = 15$

d Lag en liknende likning der røttene er:

i) 4 og -2 **ii)** -7 og 3 **iii)** 5 og 3

9.16

a Formuler den kommutative og den assosiative loven for multiplikasjon. Skriv lovene matematisk med bruk av symboler.

Kommutativitet og assosiativitet er fundamentale egenskaper ved multiplikasjon. Disse lovene gjelder både for positive og negative tall. Det betyr at:

- vi kan bytte rekkefølgen på faktorer i et produkt.
- vi kan plassere parenteser rundt hvilke faktorer vi måtte ønske.

b Regn ut – bruk lovene for multiplikasjon for å gjøre det så effektivt som mulig.

i $(-4) \cdot 17 \cdot (-25)$

ii $(-125) \cdot (-99) \cdot 8$

iii $(-25) \cdot (-35) \cdot (-3) \cdot (-4)$

c Formuler den distributive loven for multiplikasjon og skrive den matematisk med bruk av symboler.

Også den distributive loven gjelder for både positive og negative tall.

Finn verdiene til disse uttrykkene så effektivt som mulig.

i $17 \cdot (-39) + (-15) \cdot (-39)$

ii $(-18) \cdot (-39) \cdot (-25)) + (-18) \cdot 37$

iii $36 \cdot (-29) + 36 \cdot (-45) + 36 \cdot (-26)$

iv $(-1) \cdot (-158 + (-368)) + (-2) \cdot (184 - 79)$

9.17

a Les oppgaven og se på modellen til høyre.

1 kg druer kostet 20 kr, og 1 kg plommer kostet 50 kr. Sarah kjøpte 4 kg druer. Hvor mye plommer kunne hun kjøpt for det samme beløpet?

20 kr -	50 kr
4 kg -	?

Løs oppgaven ved å lage en likning som passer.

Hvis du står fast, tenk over om kilopris og masse proporsjonale eller omvendt proporsjonale størrelser når beløpet er fast?

b Løs oppgaven på en annen måte. Fikk du samme svar?

Hvilken måte liker du best?

c Løs oppgaven.

Bakhjulene til en traktor er større enn forhjulene. Mens bakhjulet bruker 5 m på å trille en hel gang rundt, bruker forhjulet 3,8 m. Bakhjulet gikk 190 ganger rundt på en strekning. Hvor mange ganger gikk forhjulet rundt på den samme strekningen?

9.18

a Løs likningene.

$x + 5 = 8$

$-x - 5 = -8$

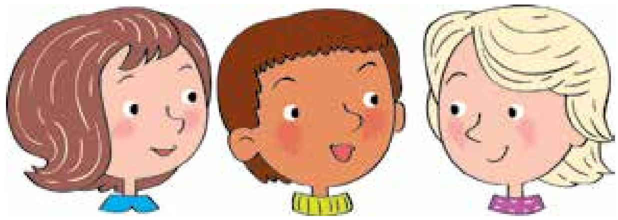
Fikk du den samme løsningen? Forklar hvorfor det er slik.

b Se hvordan noen elever begynte å løse den andre likningen:

Lukas skrev: $-x - 5 = -8$

$-x - 5 + x = -8 + x$

$\dots$



Sofie sa: «Hvis vi multipliserer med -1 på begge sider av likhetstegnet, får vi likningen …»

Elias skrev om likningen slik: $-5 - x = -8$, og sa: «Her har vi en differanse der det andre leddet er ukjent. Da må x være lik …»

Fullfør tankegangen til elevene og sammenlikn svarene.

c Løs likningene.

i
$-a - 13 = -17$
$-b + 13 = -17$

iii
$-x + 7 = 45$
$-y - 7 = 45$

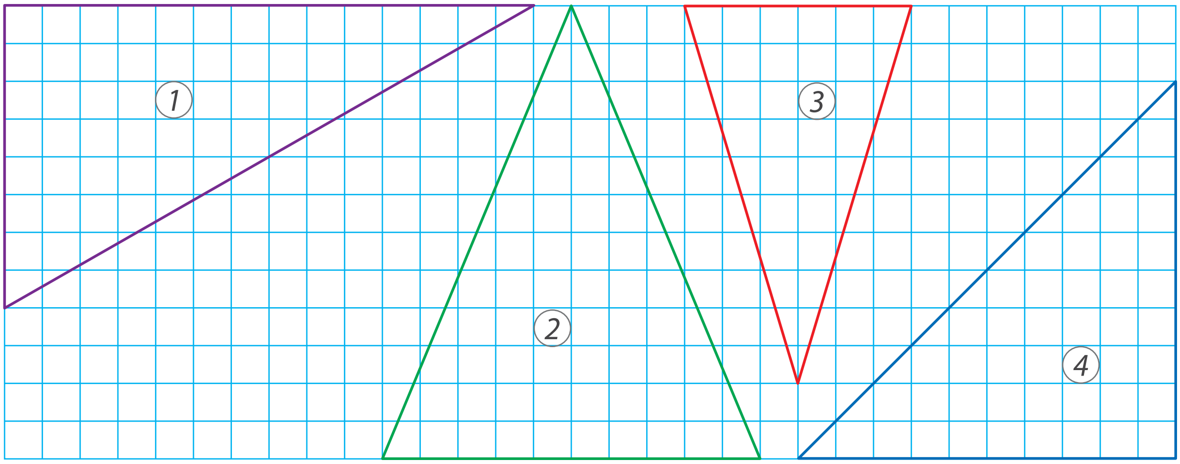
ii
$-c - 28 = -24$
$-d - 28 = 24$

iv
$-u - 125 = 0$
$-v + 125 = 0$

9.19

a Skriv ned numrene til trekantene som er:

i) rettvinklet **ii)** likebeint



Skrev du et av numrene to ganger?

b Finn arealet av en av de rettvinklede trekantene.
Finn arealet av en av de likebeinte trekantene.

c Tegn en av disse figurene (du velger selv hvilken):

i) En rettvinklet trekant der en av vinklene er 30°.

ii) En likebeint trekant der en av vinklene er 50°.

9.20

a Vil verdiene til uttrykkene i hvert par være like eller ulike? Kan du svare uten å regne? Begrunn.

i) 2^3 og $(-2)^3$ **ii)** 3^4 og $(-3)^4$ **iii)** 5^2 og $(-5)^2$ **iv)** 10^5 og $(-10)^5$

Sjekk svaret ved å regne ut.

b La a være et negativt heltall og n et naturlig tall. For hvilke n er verdien til potensen a^n positiv og for hvilke n er den negativ?

*Verdien til en potens med negativt grunntall er positiv når eksponenten er et **partall** og negativ når eksponenten er et **oddetall**.*

For eksempel: $(-3)^2 = 9$ $(-2)^3 = -8$

c Avgjør først hva fortegnet til potensen blir og finn deretter verdien.

i) $(-2)^6$
ii) $(-4)^3$
iii) $(-5)^4$
iv) $(-8)^3$
v) $(-1)^{200}$
vi) $(-1)^{2019}$
vii) $(-10)^7$
viii) $(-2)^9$

9.21

a Løs oppgaven.

Vi har en rød, en blå, en grønn og en svart kopp, og fire blyanter med de samme fargene. Maja har bind for øynene og plasserer én blyant i hver kopp. Hva er sannsynligheten for at hver blyant havner i en kopp med samme farge?

Hvis du står fast, tenk over på hvor mange måter de fire blyantene kan plasseres i de fire koppene (én blyant i hver kopp). I hvor mange av disse tilfellene vil alle blyantene og koppene ha samme farge?

b Finn sannsynligheten for at den røde og den blå blyanten havner i «rett» kopp. (Det spiller ingen rolle hvor de to andre havner.)

c Olav hadde fire kort med sifrene 9, 6, 5 og 4. Han stokket kortene godt og la dem foran seg på en rekke. Hva er sannsynligheten for at det firesifrede tallet han da fikk, var:

i delelig med 5?

ii delelig med 4?

iii delelig med 3?

9.22

a

i) a er produktet av 18 og – 16. Finn a.

ii) b er produktet av – 12 og – 25. Finn b.

iii) c er produktet av 9, 8 og –25. Finn c.

iv) d er produktet av – 3, 4, – 5 og – 6. Finn d.

b Bruk tallene du fikk og finn verdiene til disse uttrykkene.

i) $a - b$

ii) $|c + d|$

iii) $a + b + c$

iv) $b - a - d$

v) $|c| + a + d$

vi) $b : 50 - d : 24$

9.23

a En undersøkelse ble gjennomført blant 10 elever for å finne ut hvilke idretter de liker. Resultatet er fremstilt i tabellen.

	Fotball	Håndball	Ski	Sykkel	Tennis	Kunstløp
Nils	●	●	●		●	
Frida		●	●	●		●
Leon	●	●		●		
Tina	●		●	●		●
Stine		●			●	●
Erik	●	●	●		●	
Nina	●	●				●
Arne	●		●	●	●	●
Anita		●	●		●	●
Felix	●	●		●		

Bruk tabellen og svar på spørsmålene.

i) Hvor mange prosent av elevene liker fotball, men ikke håndball?

ii) Hvor mange prosent av jentene liker kunstløp, men ikke fotball?

iii) Hvor mange prosent av guttene liker ski, men ikke kunstløp?

iv) Hvor mange prosent av elevene liker flere enn tre idretter?

b Lag en frekvenstabell av dataene fra undersøkelsen.
Hva er typetallet? Hva betyr typetallet i dette eksemplet?

c Lag egne spørsmål som passer til tabellen. Be noen medelever svare på spørsmålene.

9.24

a Finn uttrykk med samme verdi og lag likheter.

$(-5)^3$ | $(-2)^8$ | 6^3 | -5^3 | $(-6)^3$ | 5^3 | 2^8 | -2^8 | -6^3

b Regn ut.

i
$(-6)^2 - 2^3$
$(-6)^2 - (-2)^3$

ii
$(-3)^3 + (-7)^2$
$(-3)^3 + 7^2$

iii
$(-9)^2 - (-2)^9$
$(-9)^2 - 2^9$

iv
$(-1)^{10} - (-1)^{11}$
$(-1)^{21} - (-1)^{20}$

v
$(-4)^2 - (-5)^3$
$(-4)^2 - (-5)^2$

vi
$(-10)^3 + (-8)^2$
$(-10)^4 + (-8)^3$

c Erstatt bokstavene med 1, 2 eller 3 slik at likhetene blir sanne.

i) $(-11)^3 \cdot (-5)^k < 0$

ii) $(-1)^{100} \cdot (-2)^m \cdot (-3)^n < 0$

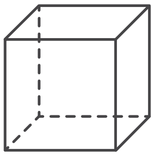
iii) $(-1)^p \cdot (-10)^3 \cdot (-100)^q > 0$

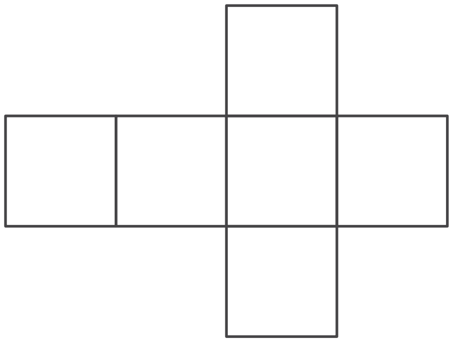
iv) $(-2)^s \cdot (-3)^2 \cdot (-5)^t > 0$

Finn verdiene til uttrykkene på venstre side av ulikhetstegnet.

9.25

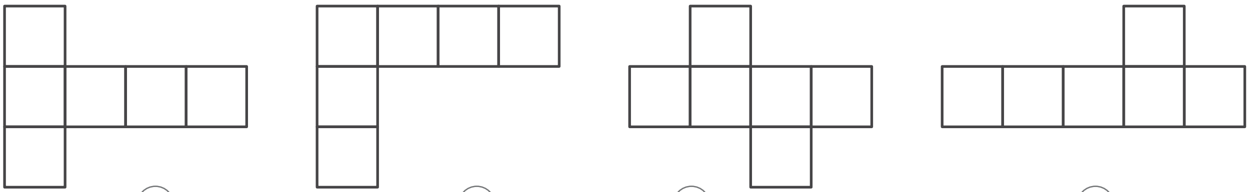
a Hva er sammenhengen mellom disse figurene?





Vi sier at figuren til høyre er en **utbrettet terning**.
Hvorfor sier vi det, tror du?

b Hvilke av disse figurene er en utbrettet terning? Begrunn.



1 2 3 4

Prøv å tegne en annen utbrettet terning.

c Tegn en utbrettet terning på et løst ark. Klipp den ut og brett til en terning.

d Arealet av en utbrettet terning er 294 cm^2. Hva er sammenhengen mellom dette arealet og overflaten til terningen?

> *Overflaten til en romfigur er lik arealet av den utbrettede figuren.*

Hva er volumet av terningen?

e Volumet av en terning er 64 L. Hva er overflaten til terningen?

9.26

a Skriv ned alle hele tall som passer i denne ulikheten.

$$|x| < 5$$

Hva er forskjellen mellom denne ulikheten og den over?

$$|x - 1| < 5$$

Kan du uten å løse den siste ulikheten, si om den har flere eller færre heltallige løsninger enn den første?

Kan du også si om den har flere eller færre naturlige tall som løsning?

b Skriv ned alle hele tall som passer i ulikheten $|x - 1| < 5$.

Hvis du står fast eller er i tvil, løs likningen $|x - 1| < 5$ først. Skriv deretter løsningen til $|x - 1| < 5$ som en dobbel ulikhet.

c Skriv løsningen til hver ulikhet som en dobbel ulikhet.

i $|x - 4| < 7$

ii $|y + 1| \leq 4$

iii $|z - 8| < 2$

iv $|u + 5| \leq 5$

v $|v + 1| \leq 2$

vi $|w - 9| < 1$

Hvilken av ulikhetene har flest heltallige løsninger?
Hvilken har flest negative tall som løsning?

9.27

a Sammenlikn oppgavene.

I Adriana skyldte like mye til hver av tre venninner. Til sammen skyldte hun 1200 kr. Hvor mye skyldte hun hver venninne?

II William lånte til sammen 2000 kr av noen venner. Han lånte 500 kr av hver. Hvor mange venner lånte William penger av?

Løs oppgavene ved å lage uttrykk der du skriver gjeld som negative tall.

I hvilket tilfelle blir svaret positivt og i hvilket tilfelle blir det negativt?

b Hva må endres i oppgavene hvis den første skal kunne løses ved hjelp av uttrykket $-900 : 3$ og den andre ved hjelp av uttrykket $-2000 : (-400)$?

c Lag to likheter med divisjonstegn som passer til $3 \cdot 8 = 24$.

Gjør det samme for disse likhetene.

i $(-3) \cdot 8 = -24$

ii $(-3) \cdot (-8) = 24$

d Bruk det du har sett i tidligere oppgaver og i denne til å prøve å formulere en regel for hvordan man deler hele tall.

Sammenlikn din regel med dette:

> *Når vi skal dele to hele tall, kan vi gjøre følgende:*
> - *For å finne absoluttverdien til svaret, deler vi absoluttverdien til dividenden med absoluttverdien til divisoren.*
> - *Hvis dividend og divisor har samme fortegn, blir svaret positivt.*
> - *Hvis dividend og divisor har ulikt fortegn, blir svaret negativt.*

e Regn ut.

i) $60 : (-5)$
ii) $(-72) : 12$
iii) $(-91) : (-7)$
iv) $96 : (-8)$
v) $(-108) : 3$
vi) $(-126) : (-9)$
vii) $144 : (-16)$
viii) $(-240) : (-15)$

f Velg verdier for bokstavene slik at divisjonen går opp og ulikhetene blir sanne.

i) $56 : a < 0$
iii) $(-156) : c < 0$
v) $e : (-14) > 0$
vii) $g : 18 < 0$
ii) $(-144) : b > 0$
iv) $(-196) : d > 0$
vi) $f : (-15) < 0$
viii) $k : l < 0$

9.28

a Lag et diagram som passer til oppgaven og løs den.

I et hefte er det 80 matematikkoppgaver. 45 % av dem er algebraoppgaver, 40 % er geometrioppgaver og resten er kombinatorikkoppgaver. Hvor mange oppgaver av hvert slag er det?

b Hvor mange prosent flere oppgaver handler om algebra enn om geometri? Hvor mange prosent færre oppgaver handler om kombinatorikk enn om algebra? (Rund av svaret.)

c Lag et sirkeldiagram eller stolpediagram. Be en medelev lage en oppgave som passer til diagrammet. Løs oppgaven.

9.29

Løs likningene.

i $2a = a + 7$

ii $2b = b - 7$

iii $2c + 9 = c$

iv $-2d + 9 = -d$

v $5r = r - 24$

vi $5s = 24 - s$

vii $6t - 13 = 5t$

viii $6u - 13 = 7u$

ix $1 - v = v + 5$

x $-x = x - 6$

xi $2(y + 6) = 10$

xii $2(z - 6) = 10$

9.30

a Finn verdiene til bokstavene.

i) $a = (-768) : 32$

ii) $b = 768 : (-16) : 24$

iii) $c = (-1536) : (-256) : (-1)$

iv) $d = (-504) : (-84)$

v) $e = 2016 : 63 : (-8)$

vi) $f = (-6048) : (-9) : (-28)$

b Bruk tallene du fikk i a) og regn ut.

i) $f - a$ **ii)** $c \cdot d \cdot e$ **iii)** $a : e$ **iv)** $f - |b| \cdot e$

c Hvor mange prosent utgjør:

i) $|c|$ av $|d|$? **ii)** $|e|$ av $|d - b|$? **iii)** $|f|$ av $|2c|$?

9.31

a Lag en likning som passer til oppgaven.

En mor er 4 ganger så gammel som datteren og 16 ganger så gammel som sønnen. Om 4 år vil moren være 3 ganger så gammel som datteren. Hvor gamle er moren, datteren og sønnen nå?

Løs oppgaven.

b Hvis du står fast, se på uttrykkene i denne tabellen.

Nå	Om 4 år
x	$x + 4$
$4 \cdot x$	$4 \cdot x + 4$

Hvordan kan uttrykkene knyttes til oppgaven?
Hva er sammenheng mellom uttrykkene i den høyre kolonnen ifølge oppgaveteksten?

c Hvor mye eldre er datteren enn broren? Hvor mange ganger eldre er hun?

d Hvor mange år er det til moren er 4 ganger så gammel som sønnen?
Hvor mange ganger eldre enn datteren er hun da?

9.32

a Løs oppgavene.

i) En jente har 3 bukser. På hvor mange måter kan hun velge to av dem for å ta med på ferie?

ii) En jeger har 4 hunder. På hvor mange måter kan han velge to av dem for å gå på jakt med?

iii) I en by er det 5 museer. På hvor mange måter kan en turist velge to av dem for å besøke?

iv) En sangerinne har øvd inn 6 sanger. På hvor mange måter kan hun velge to av dem for å synge på en konsert?

b Skriv svarene du fikk som en tallfølge. Ser du et mønster? Skriv de tre neste tallene som passer til mønsteret.

Hva kalles tallene du fikk?

c Lag en liknende oppgave der svaret er et av trekanttallene 45, 55 eller 66.

Be en medelev løse oppgaven.

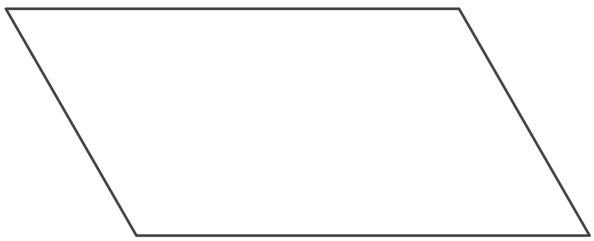
9.33

a Mål den lengste siden i dette parallellogrammet.

Mål den korteste siden.

Mål høyden på den lengste siden.

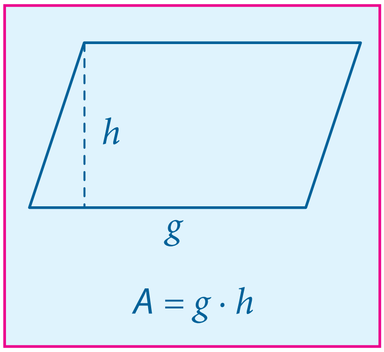
Mål vinklene.



b Finn omkretsen og arealet av parallellogrammet i a).

Hvilken informasjon om figuren brukte du?

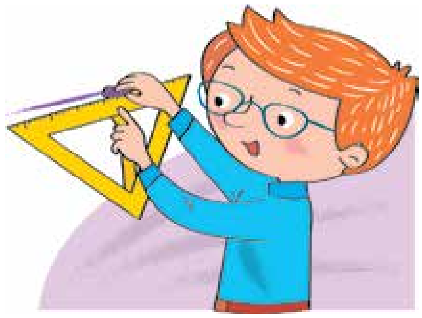
Hvilken informasjon var overflødig?



c Tegn et parallellogram der den ene siden er 8 cm, høyden på denne siden er 4 cm og den spisse vinkelen er 70°.

Finn arealet av parallellogrammet.

d Tegn et parallellogram med samme grunnlinje og høyde som i c) der den spisse vinkelen er 45°. Har parallellogrammet et annet arealet enn i sted?



e Tegn et parallellogram der den spisse vinkelen er 30° og arealet er 20 cm^2.

Sammenlikn tegningen med tegningene til de andre i klassen.

Hjernetrim

1 a og b er hele tosifrede tall slik at $a \cdot b = -221$. Finn verdiene til uttrykkene.

a $|a - b|$

b $|a + b|$

c $|a| + |b|$

d $|a| - |b|$

Finn flere løsninger hvis det er mulig.

2 c og d er hele tosifrede tall slik at $c \cdot d = 209$ og $c + d < 0$.
Finn verdiene til disse uttrykkene.

a $|c + d|$

b $|c - d|$

c $(-1)^{|c|} + (-1)^{|d|}$

d $(-2)^{|c - d|}$

3 e og f er hele tall slik at $e : f = -1$. Avgjør om $e \cdot f$ kan være lik:

a -16

b 36

c -72

d -196

e -729

Hvis svaret er «ja», finn tall som passer. Finn flere løsninger hvis det er mulig.

4 Finn verdiene til uttrykkene.

a) $(-1)\cdot(-1)^3\cdot(-1)^5\cdot\ldots\cdot(-1)^{33}\cdot(-1)^{35}$

b) $(-1)\cdot(-1)^2\cdot(-1)^3\cdot\ldots\cdot(-1)^{55}\cdot(-1)^{56}$

c) $(-1)\cdot(-1)^2\cdot(-1)^3\cdot\ldots\cdot(-1)^{90}-(-1)\cdot(-1)^2\cdot(-1)^3\cdot\ldots\cdot(-1)^{80}$

5 Finn naturlige tall m og n slik at verdien til uttrykket $(-2)^m+(-2)^n$ er lik:

a) -64

c) -112

b) 68

6 I en tallfølge $c_1, c_2, \ldots, c_n$ er $c_1 = 1$, $c_2 = -1$ og hvert neste tall er lik produktet av de to forrige, dvs. $c_n = c_{n-1}\cdot c_{n-2}$.

a) Finn summen av de 300 første tallene i følgen.

b) Finn produktet av de 300 første tallene i følgen.

Test deg selv

1 Regn ut.

a) $(-12) \cdot 7$

b) $(-36) \cdot (-25)$

c) $125 \cdot (-64)$

d) $(-2) \cdot 6 \cdot (-9)$

e) $(-1) \cdot (-5) \cdot (-8) \cdot 10$

f) $16 \cdot (-8) \cdot 4 \cdot (-2)$

2 Erstatt bokstavene med hele tall slik at likhetene blir sanne.

a) $a \cdot b = -60$ b) $c \cdot d = -756$ c) $m \cdot n \cdot p = -96$ d) $x \cdot y \cdot z \cdot v = -504$

3 Regn ut på en effektiv måte.

a) $(-25) \cdot 7 \cdot (-3) \cdot (-8)$

b) $(-19) \cdot 67 + (-19) \cdot (-87)$

c) $(-14) \cdot 59 + (-57) \cdot (-14) + (-12) \cdot (-14)$

4 Finn verdiene til uttrykkene.

a) $(-2)^4$

b) $(-3)^3$

c) $(-7)^2$

d) $(-2)^5 + (-3)^4$

e) $(-15)^2 + (-6)^3$

f) $(-2)^3 \cdot (-5)^2$

5 Regn ut.

a) $80 : (-5)$

b) $(-98) : (-7)$

c) $(-132) : (-22)$

d) $(-180) : (-2) : (-1)$

e) $(-360) : (-12) : 5$

f) $840 : (-7) : (-30) : (-4)$

6 Velg verdier for bokstavene slik at likningene blir sanne.

a) $a : b = -13$

b) $c : d = -9$

c) $e : f : g = -1$

7 Et tall a ble delt i forholdet 3 : 2. Differansen mellom tallene man fikk var 4. Finn a.

8 Løs likningene.

a) $x + 17 = 9$

b) $y - 6 = -18$

c) $5 - z = 17$

d) $8 - u = -13$

e) $-v - 4 = -12$

f) $-w - 7 = 16$

9 Løs likningene.

a) $|x - 2| = 7$

b) $|y + 4| = 3$

c) $|10 - z| = 6$

10 Skriv løsningen til hver ulikhet som en dobbel ulikhet.

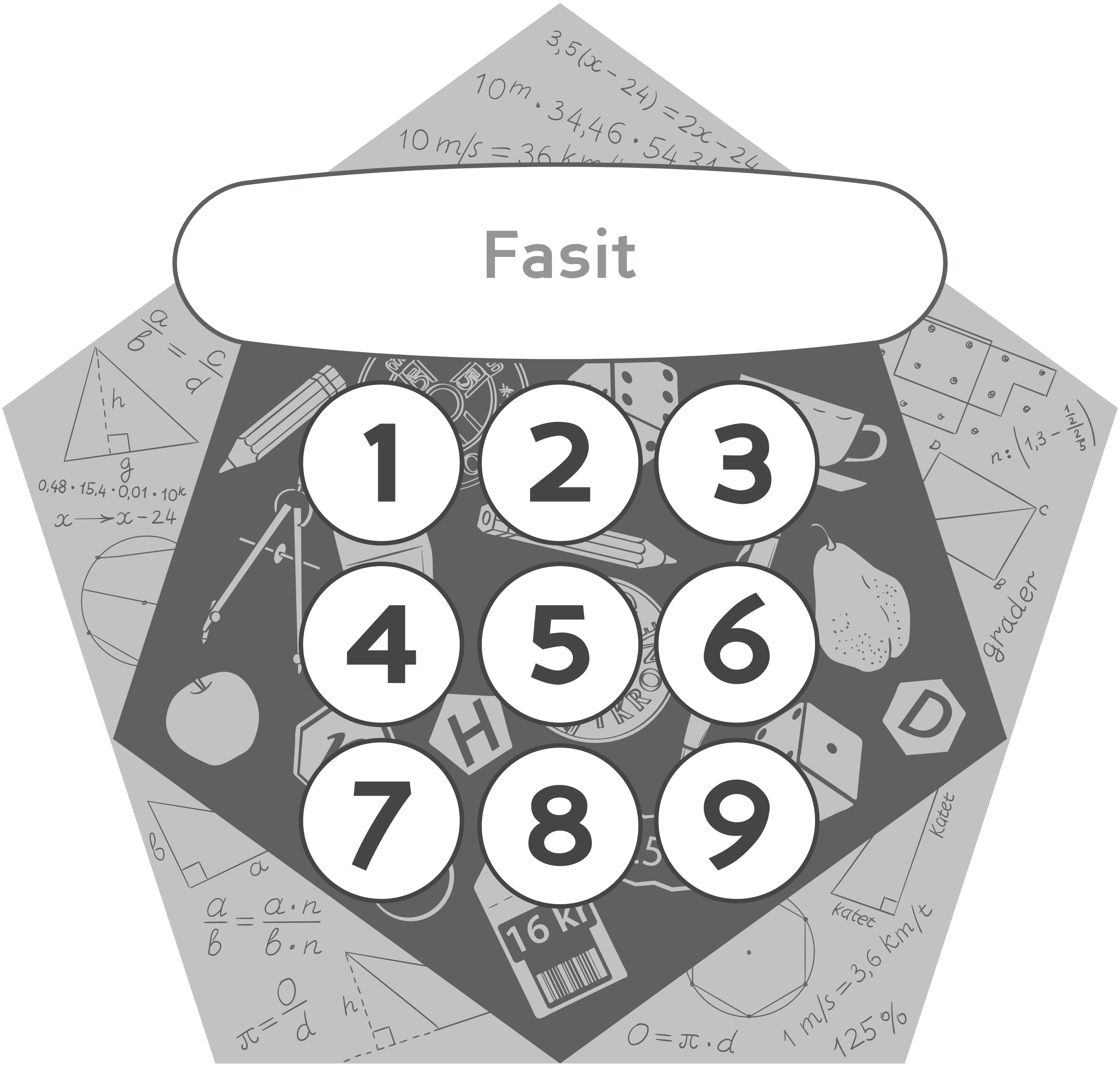
a) $|x - 1| < 4$

b) $|y + 1| \leq 5$

c) $|z - 5| < 2$

11 Arealet av en utbrettet terning er 384 cm^2. Hva er sidekantene til terningen? Finn volumet av terningen.

Fasit



1
2
3
4
5
6
7
8
9
$3{,}5(x-24)=2x-24$
$0{,}48 \cdot 15{,}4 \cdot 0{,}01 \cdot 10^k$
$x \longrightarrow x-24$
$\frac{a}{b}=\frac{a \cdot n}{b \cdot n}$
$\pi=\frac{O}{d}$
$O=\pi \cdot d$
1 m/s = 3,6 km/t
125 %
grader
Katet
katet
16 kr

1 Forhold mellom tall

1.1

a i) 20 er 4 ganger større enn 5. ii) 5 er $\frac{1}{4}$ av 20.

b Mange løsninger.

c i) $\frac{3}{2}$ eller 1,5 ganger større. ii) $\frac{2}{3}$ så mange.

d i) Mange løsninger. ii) Mange løsninger.

1.2

a-b Elena er 6 år, og moren er 30 år.

c Egil er 7 år, og faren er 34 år.

1.3

a-b Ingen fasit.

c i) $5 : 2{,}5 = 2$ og $\frac{5}{2{,}5} = 2$ ii) $18 : 10 = 1{,}8$ og $\frac{18}{10} = 1{,}8$ iii) $0{,}1 : \frac{1}{3} = 0{,}3$ og $\frac{0{,}1}{\frac{1}{3}} = 0{,}3$

d $AB : CD = 6 : 4 = 1{,}5$ $CD : AB = 4 : 6\ (= 0{,}666\ldots)$

e $AB = 9$ cm, $BC = 5$ cm. $AB : BC = 9 : 5$ eller $\frac{AB}{CD} = \frac{9}{5} = 1{,}8$

f Mange løsninger.

1.4

a-b i) $\frac{1}{6}$ ii) $\frac{1}{2}$

c i) $\frac{1}{2}$ ii) $\frac{1}{3}$

d i) $\frac{1}{36}$ ii) $\frac{1}{9}$

e Ingen fasit.

1.5

a i–ii) Linjestykkene blir like lange, nemlig 6 cm.

b i) *MN* er 100 % lengre enn *CD*. ii) *MN* er 20 % kortere enn *AB*.

1.6

a I Boken er 2,5 ganger dyrere enn blyanten.
II $\frac{1}{3}$ av elevene fikk maksimal poengsum på prøven.

b Svaret står i rammen.

c For eksempel:

- 10 – 4 Dette sier oss hvor mange år eldre Tarjei er enn Stine (ev. hvor mange år yngre Stine er enn Tarjei).
- 10 : 4 Dette er et forhold som sier oss hvor mange ganger så gammel Tarjei er enn Stine.
- 4 : 10 Dette er et forhold som sier oss hvor stor del Stines alder utgjør av Tarjeis alder.

d Ingen fasit.

e Ingen fasit.

1.7

a De møttes etter 1,5 t.

b Det ville tatt 69 min.

c Ingen fasit.

1.8

a
- **i)** $10^{1} \cdot 15{,}8 = 158$
- **ii)** $2{,}67 \cdot 10^{2} = 267$
- **iii)** $7{,}3 \cdot 4{,}57 \cdot 10^{3} = 33\,361$
- **iv)** $0{,}33 \cdot 0{,}534 \cdot 10^{5} = 17\,622$

b
- **i)** $m = 1$
- **ii)** $m = 3$
- **iii)** $m = 4$ (eller større)

c Ingen fasit.

1.9

a
- **i)** 6 er $\frac{2}{5}$ av 15.
- **ii)** 15 er $2\frac{1}{2}$ ganger større enn 6.
- **iii)** 6 er 40 % av 15.
- **iv)** 15 er 250 % av 6.

b Forholdet mellom 6 og 15 er $2\frac{1}{2} = 2{,}5$. Forholdet mellom 15 og 6 er $\frac{2}{5} = 0{,}4$.

c
- **i)** 65 %
- **ii)** 150 %
- **iii)** 30 %
- **iv)** 160 %

d Mange løsninger.

e Ingen fasit.

1.10

a 5 min

b **i)** 2,5 min **ii)** 1,5 min

c Ingen fasit.

1.11

a
- **i)** $AB : KL = 2$, dvs. 200 %
- **ii)** $EF : CD = 0{,}4$, dvs. 40 %
- **iii)** $GH : EF = 0{,}125$, dvs. 12,5 %
- **iv)** $KL : GH = 25$, dvs. 2500 %

b Mange løsninger.

1.12

a Kvadrat må ha sider 6 cm.

b Arealet av *EFGH* er 125 % større enn arealet av *ABCD*.
Forholdstallet mellom arealet av *EFGH* og arealet av *ABCD* er $9 : 4 = 2{,}25$.

c Kvadratet må ha sider 3 cm.

d Forholdet mellom arealet av rektangelet og arealet av kvadratet: $24 : 9\ (= 8 : 3)$
Uttrykk som viser forholdet i prosent: $(24 : 9) \cdot 100$ eller $(8 : 3) \cdot 100$

1.13

a
- **i)** 150 cm er 1,25 ganger lengre enn 120 cm.
- **ii)** 0,8 L er $\frac{4}{10}$ av 2 L.

b Ingen fasit.

c **i)** 0,36 **ii)** 8 **iii)** 0,2 **iv)** Ingen fasit.

1.14

a-b 22,5 km/t og 1,5 km/t. **c** 40 min **d** Mange løsninger.

1.15

a 160 **b** 25 m/s **c** Toget kjører fortest (90 km/t mot 80 km/t).

d Mange løsninger.

1.16

a **i)** 20 **ii)** 200
Uttrykket er større enn 1000, men mindre enn 1100 for $50 < n < 55$.

b Mange løsninger. Verdien til uttrykkene i parentesene er: **i)** 6 **ii)** 9

1.17

a Forholdet mellom n og m er 4. **b** Forholdet mellom v og u er 125 %.

c Forholdene er $\frac{11}{1}$ og $\frac{1}{11}$.

d **i)** 2 km^2 brukes til hvete og 1,2 km^2 til raps. **ii)** $\frac{5}{8}$ **iii)** $\frac{3}{8}$

1.18

a 12 cm^2 **b** 6 cm^2 **c** Blå: 10 cm^2 Rød: 3,5 cm^2 Lilla: 20 cm^2 Grønn: 6 cm^2

Hjernetrim

1 $\frac{5}{43}$ eller $\frac{43}{5} = 8{,}6$

2 $\frac{7}{143}$, $\frac{11}{91}$ eller $\frac{13}{77}$.

3

m	3	7	13	37	21	39	91
n	3367	1443	777	273	481	259	111

4 65 %, 20 gutter og 13 jenter.

5 **a)** Blå og lilla. **b)** Blå og lilla. **c)** Rød og grønn.

6 3 : 1

7 3 : 1

Test deg selv

1 a) $7 : 4 = 1{,}75$ b) $0{,}5 : 0{,}125 = 4$ c) $\frac{1}{5} : 0{,}08 = 2{,}5$

2 a) $9 : 6$ b) $9 - 6$ c) $9 : (9 + 6)$

3 a) 68 % b) 320 % c) 120 %

4 Mange løsninger.

5 Mange løsninger.

6 a) $\frac{14}{8} = 1{,}75$ b) $\frac{120}{150\,000} = 0{,}0008$ c) $\frac{4500}{2500} = 1{,}8$

7 $\frac{72}{48} = 1{,}5$

8 a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{18}$ c) 0 d) $\frac{1}{18}$

9 26 km/t og 2 km/t.

2 Å dele et tall i et gitt forhold

2.1

a I Per fikk 8 og Kari 16.
II 6 i den ene og 18 i den andre. Forhold 1 : 3.

b Ingen fasit.

c i) 20 og 40 ii) 48 og 32 iii) 104 og 26 iv) 216 og 288 v) 280 og 224

d Ingen fasit.

2.2

a Ingen fasit

b Omkrets: 36 cm. Forhold: 6 : 1.

c i) 1,5 dm = 15 cm ii) 2,1 dm = 21 cm iii) 40 % større.

d i) Radius til sirkelen er 3 cm. ii) Omkretsen til sekskanten er 18 cm.

2.3

a i) $x = 0{,}75$ ii) $y = 1{,}2$ iii) $z = 0{,}8$ iv) $v = 1{,}5$

b i) y er 1,6 ganger større enn x.
ii) v er 2 ganger større enn x (eller dobbelt så stor).
iii) v utgjør $\frac{3}{4}$ av $y + z$.
iv) y er 20 % mindre enn v.
v) $x + v$ er 12,5 % større enn $y + z$.

2.4

a i) 60 og 150 ii) 28 og 21 iii) 12,5 og 17,5 iv) 6 og 3,6

b i) $1 : 5 = \frac{1}{5}$ ii) $4 : 5 = \frac{4}{5}$ iii) $7 : 3 = \frac{7}{3}$

c 7 **d** 98 **e** Mange løsninger.

2.5

a 3 cm^2, 6 cm^2 og 7,5 cm^2. **b** $A_{\Delta ABC} = 9\ cm^2$, $A_{\Delta RST} = 4{,}5\ cm^2$

c 12 cm^2, 12,5 cm^2, 8 cm^2, 5 cm^2

2.6

a-b 1 kg pølser koster 90 kr og 1 kg kjøtt koster 144 kr.

c i) $1\frac{3}{5}$ (eller 1,6) ganger dyrere. ii) 60 % dyrere. iii) 37,5 % billigere.

d Ingen fasit.

2.7

a i) $8 : 5 = 1{,}6$ ii) $5 : 12{,}5 = 0{,}4$ iii) 50 % iv) 312,5 %

b 8 cm og 12 cm. Areal: 96 cm^2. Omkrets: 40 cm

2.8

a i) $a = \frac{1}{40}$ ii) $b = \frac{17}{90}$ **b** $a = 0{,}025$, $b = 0{,}1888... = 0{,}1\overline{8}$

2.9

a i) $2 : 3 = \frac{2}{3}$ ii) $6 : 5 = \frac{6}{5}$ iii) 250 % iv) 125 %

b Rektangelet ditt må ha areal 36 cm^2.

c Rektangelet ditt må ha omkrets 9 cm.

2.10

a I Anne tjente 4000 kr og Berit tjente 2000 kr.
II Per tjente 2000 kr, Pål 1000 kr og Espen 3000 kr.

b Ingen fasit.

c i) 750, 2250 og 3000. ii) 3000, 1800 og 1200. iii) 1500, 2000 og 2500.

d i) 12, 36 og 48. ii) 48, 24 og 12. iii) 52, 39 og 26. iv) 2,5, 5, 7,5 og 10. v) 81, 63, 45, 27 og 9.

e Ingen fasit.

2.11

a 1 b i) $\frac{7}{10}$ ii) $\frac{3}{20}$ iii) $\frac{19}{20}$ c Ingen fasit.

2.12

a Sidene i KLMN er 3 cm. Omkretsen til *ABCD* er 100 % større enn omkretsen til *KLMN*.

b Trekanten din må ha areal 36 cm^2.

c Trekanten din må ha areal 22,5 cm^2.

2.13

a 6 cm, 8 cm og 10 cm.

b 2,5 cm, 6 cm og 6,5 cm.

c Ingen fasit. d Ingen fasit.

2.14

a-b i) $x = 13$ ii) $x = 14$

c i) $x = 11$ iii) $z = 2,1$ v) $v = 4,5$
ii) $y = 9$ iv) $u = 2$ vi) $w = 1$

d i) 4,5 og 2 ii) 11 og 9 iii) 2,1 og 2

e i) 5 % større. ii) 50 % mindre. iii) 77,5 % mindre.

2.15

a-b Det var 72 i den ene og 144 i den andre.

c Det var 40 i den ene og 80 i den andre.

2.16

a

Termometer nr.	1	2	3	4	5	6	7
Temperatur	+3°	–3°	0°	–6°	+5°	–1°	–8°

b i) 6° ii) 11° iii) 7°

c i) 2 og 4. ii) 2 og 5, 3 og 7. iii) 2 og 7, 3 og 5, 4 og 6.

Hjernetrim

1 Mange løsninger.

2 $224 = 16 \cdot 14$

3 Forhold 4 : 5. Tallene er 144 og 180.

4 $x = 100$, $y = 150$, $z = 250$, $v = 500$

5 128, 192, 256, 320, 384, 448, 512, 576, 640, 704, 768, 832, 896, 960

6 Den eldste bør få 625 kr, og den yngste 375 kr.

Test deg selv

1 a) 70 og 35 b) 39 og 65 c) 0,75 og 1,75

2 a) 36, 24 og 12 b) 6, 12 og 24 c) 11, 22, 44 og 55 d) 12, 24, 36 og 60

3 a) 2 : 3 b) 5 : 7

4 a) Forhold 3 : 5 og $a = 104$. b) i) 1 : 2, $b = 6$ ii) 1 : 4, $b = 15$ iii) 4 : 3, $b = 42$

5 90 cm^2

6 4 cm

3 Proporsjoner

3.1

a Ja, likhetene er sanne.

b $\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$ 26 : 13 = 0,7 : 0,35 7 : 21 = 1,5 : 4,5 26 : 13 = 0,7 : 0,35

3.2

a-b Ingen fasit.

c Radius: 4,5 cm

3.3

a-b I 70 sauer. II 600 kr.

c 60 medlemmer.

d 275 kg.

3.4

a $\frac{3}{4}$ og 9 : 5 viser et forhold.

b Mange løsninger.

3.5

a i) $0{,}41666\ldots = 0{,}41\overline{6}$ ii) 6,25

b Ingen fasit.

3.6

a Ingen fasit.
b Tallet som mangler er 15.
c Ingen fasit.
d Ingen fasit.

3.7

a

	Proporsjon	Ytterste tall	Midterste tall
i)	$15:12 = 25:20$	15 og 20	12 og 24
ii)	$\frac{4}{14} = \frac{6}{21}$	4 og 21	14 og 5
iii)	$\frac{16}{0{,}8} = \frac{10}{0{,}5}$	16 og 0,5	0,8 og 10
iv)	$0{,}75 : 0{,}5 = 10{,}5 : 7$	0,75 og 7	0,5 og 10,5

b i) $8 : 20 = 5 : 12{,}5$ eller $\frac{8}{20} = \frac{5}{12{,}5}$. ii) $5{,}6 : 9{,}8 = 12 : 21$ eller $\frac{5{,}6}{9{,}8} = \frac{12}{21}$.
c Mange løsninger.
d i) 4 ii) 12 iii) 40 iv) 0,6

3.8

a $n = 80$ og $m = 84 \Rightarrow m$ er størst.
b 300 %
c 55 %
d Ingen fasit.

3.9

a i) $x = 2{,}6$ ii) $y = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$ iii) $z = 0{,}75$ iv) $v = 1{,}2$
b i) 27 % ii) 62,5 % iii) 171 %

3.10

a Begge proporsjonen er sanne.
b Ingen fasit.
c i) Usann ii) Sann iii) Sann iv) Usann
d i) $a = 25$ ii) $b = 17{,}5$ iii–iv) Mange løsninger.

3.11

a 96 km/t
b 80 km/t

3.12

a-b 225 km
c 36 sider.

3.13

a Forholdet er 27 : 8 = 3,375. Den store terningen er 337,5 % større enn den lille.

b Forholdet er 400 : 160 = 2,5
$\Rightarrow$ Volumet til det største er 2,5 ganger så stort som volumet til det minste.
Det prosentvise forholdet mellom det største og det minste er 250 %.
$\Rightarrow$ Det største er 150 % større enn det minste.

3.14

a-d Mange løsninger.

3.15

a-b Ingen fasit.

3.16

a **i)** $p = \frac{1}{6}$ **ii)** $q = \frac{2}{15}$ **iii)** $r = \frac{4}{25}$ **iv)** $s = \frac{3}{20}$

Kjede av ulikheter: $q < s < r < p$ eller $p > r > s > q$

b **i)** 0,048 **ii)** 0,12

3.17

a AB = 6 cm CD = 4 cm EF = 9 cm GH = 3 cm

b AB er tegnet i målestokk 1 : 2. CD er tegnet i målestokk 1 : 3.
EF er tegnet i målestokk 1 : 5. GH er tegnet i målestokk 1 : 50.

Hjernetrim

1 Mange løsninger.

2 **a–b)** Ingen fasit.

3 **a)** Største høyde er ca. 22,9 cm og minste høyde er ca. 20,6 cm.
b) Største høyde er ca. 26,4 cm og minste høyde er ca. 23,8 cm.

4 9 pærer er dyrere enn 14 epler. 14 pærer er dyrere enn 25 epler.

5 Svaret avhenger av størrelsen på eplet, men du bør ha fått 7 nuller bak komma.

Test deg selv

1 2 : 3 = 6 : 9 25 : 12,5 = 7 : 3,5 6 : 2,4 = 0,75 : 0,3 1,2 : 1,6 = 1,5 : 2

2 Mange løsninger. Produktet av de midterste tallene må være lik produktet av de ytterste.

3 Mange løsninger. Produktet av de ytterste tallene må være lik produktet av de midterste.

4 a) Sann. b) Sann. c) Sann. d) Usann. e) Usann. f) Usann.

5 Mange løsninger.

6 Se oppgave 3.2.

7 Se oppgave 3.14.

4 Å løse proporsjoner med et ukjent tall

4.1

a i) $x = 6$ ii) $y = \frac{12}{5} = 2{,}4$ iii) $z = 5$

b Ingen fasit.

c i) $a = 14$ ii) $b = 5$ iii) $c = 8$ iv) $d = 39$ v) $e = 0{,}75$ vi) $f = 15$

4.2

a i) $\frac{1}{4}$ ii) $\frac{3}{4}$ iii) $\frac{1}{2}$

b Det er 8 ulike utfall.

c Sannsynligheten for tre mynt er $\frac{1}{8}$. Sannsynligheten for minst én kron er $\frac{7}{8}$.

4.3

a-b Gjennomsnitt: Maren: $4{,}6 \approx 5$, Lukas: 4, Ida: $3{,}2 \approx 3$

c Spør læreren.

4.4

a $x = (5 \cdot 24) : 28$ eller $x = \frac{5 \cdot 24}{28}$. $y = (21 \cdot 1{,}5) : 63$ eller $y = \frac{21 \cdot 1{,}5}{63}$.

b i) $x = 21$ ii) $y = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} = 7{,}5$ iii) $z = \frac{96}{5} = 19{,}2$ iv) $u = \frac{2}{3}$ v) $v = \frac{12}{5} = 2{,}4$ vi) $w = 50$ vii) $p = 3\frac{3}{4} = 3{,}75$ viii) $q = 9$ ix) $r = 3$

4.5

a-b 100 km/t

c 20 min

d 15 min

4.6

a Forholdet 2 : 3 gir tallene 42 og 63, mens forholdet 3 : 4 gir tallene 45 og 60.
$60 - 45 < 63 - 42$.

b Mange løsninger. **c** $m = 144$

4.7

a **i)** $x = \frac{15}{2} = 7{,}5$ **ii)** $y = \frac{7{,}5}{2} = 3{,}75$ **iii)** $z = \frac{7{,}5}{2{,}5} = 3$ **b** Ingen fasit.

c **i)** $x = 2{,}8$ **ii)** $y = 75$ **iii)** $z = 3{,}3$ **iv)** $u = 0{,}15$ **v)** $v = 1{,}35$ **vi)** $w = 0{,}8$

4.8

a

Figur	Sider	Omkrets	Forhold mellom omkrets og diameter til sirkelen
Trekant	ca. 2,6 cm	ca. 7,8 cm	7,8 : 3 = 2,6
Firkant	ca. 2,1 cm	ca. 8,4 cm	8,4 : 3 = 2,8
Sekskant	1,5 cm	9 cm	9 : 3 = 3

b

Sirkel nr.	Omkrets	Diameter	Omkrets : diameter
1	ca. 3,1 cm	1 cm	ca. 3,1
2	ca. 6,3 cm	2 cm	ca. 3,15
3	ca. 9,4 cm	3 cm	ca. 3,13

c Ingen fasit.

d Omkretsen: 25,12 cm **e** Radius: 2,4 cm **f** 0,94 m = 94 cm

4.9

a $a = \frac{1}{12}$ $b = 12$ $c = \frac{3}{5}$

b **i)** $b : a = 144$ **ii)** $a : c = \frac{5}{36}$ **iii)** $b : c = 20$ **c** **i)** 5 % **ii)** 720 % **iii)** 100 %

4.10

a Likningene i punkt ii), iv) og vi).

b **i)** $x = 0{,}12$ **ii)** $y = 100$ **iii)** $z = 6{,}5$ **iv)** $u = 20$ **v)** $v = 0{,}25$ **vi)** $w = 1{,}2$

c Ingen fasit.

4.11

a 15 km/t **b** 38 km

4.12

a $A_{\text{blå}} = 7{,}5\ \text{cm}^2$ $A_{\text{rød}} = 7\ \text{cm}^2$ $A_{\text{grønn}} = 9\ \text{cm}^2$ $A_{\text{lilla}} = 8\ \text{cm}^2$

b Ingen fasit.

c $A_{gul} = 20\ \text{cm}^2$ $A_{grønn} = 15\ \text{cm}^2$ $A_{blå} = 9\ \text{cm}^2$

4.13

a i) $x = \frac{2}{3}$ iii) $z = 1080$ v) $v = \frac{27}{10} = 2{,}7$

ii) $y = \frac{3}{10} = 0{,}3$ iv) $u = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$ vi) $w = \frac{4}{5} = 0{,}8$

b Mange løsninger.

c Mange løsninger.

4.14

a $\frac{22}{7} \approx 3{,}1429$

b Ingen fasit.

c $\pi \approx \frac{22}{7}$ gir omkrets 44 cm, mens $\pi \approx 3{,}14$ gir omkrets 43,96 cm.

d i) 26,4 cm ii) 61,5 cm

4.15

a-b $24\ \text{cm}^2$ (Sidene må være 4 cm og 6 cm.)

c Arealet av det nye rektangelet må være $36\ \text{cm}^2$. Det er mange valg for sidene.

d Arealet av det nye rektangelet må være $60\ \text{cm}^2$.

i) Sann ii) Sann iii) Sann iv) Sann

4.16

a i) 1 ii) –1 iii) –6 iv) –6

b i) 4 mindre ii) 8 mindre iii) 14 større iv) 30 større

Hjernetrim

1 $MN = 6$ cm

2 $A_3 = 18$ cm

3 x reduseres med ca. 33,3 %.

4 Ca. 6,28 m

Test deg selv

1 a) $x = 16$ b) $y = 4{,}8$ c) $z = 37{,}5$ d) $v = 27$

2 a) $x = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ b) $y = 20$ c) $z = 80$ d) $v = \frac{1}{30}$

3 $a = 72$

4 Ca. 19 cm

5 Ca. 16 cm

5 Målestokk

5.1

a 1 : 100 000 **b** Ingen fasit.

c **i)** 1 : 2500 **ii)** 1 : 40 000 **iii)** 1 : 400 000 **iv)** 1 : 500 **v)** 1 : 12,5

d Ingen fasit.

5.2

a 7,5 kg **b** 50 % **c** Mange løsninger.

5.3

a Lag 1: 181,2 cm Lag 2: 181,4 cm **b** 177 cm

5.4

a **i)** 1 : 4 000 **ii)** 1 : 12 500 000 **iii)** 1 : 1 400 **iv)** 1 : 200 000

b Ingen fasit.

c **i)** 15 cm **ii)** 576 cm^2 **iii)** 250 cm **iv)** 25 cm^2

5.5

a **I** 1,5 dL kaffe og 0,5 dL melk. **II** 1,5 kg kobber og 0,5 kg tinn.

b Vi må bytte ut 3 : 1 med 4 : 1. **c** 60 % kobber, 30 % sink og 10 % nikkel.

5.6

a 7 **b** Ingen fasit. **c** 8 **d** Ingen fasit.

5.7

a Korde, diameter. **b** 11 cm **c** 2,4 cm og 1,8 cm.

d De to korteste kan være korde i begge sirklene. Det nest lengste kan være korde i den største sirkelen, men ikke i den minste. Det lengste kan ikke være korde i noen av sirklene.

5.8

a 80 cm **b-c** 10 cm **d** Ingen fasit.

e Linjestykket ditt må være 7 cm, og diameter i sirkelen må være 5 cm.

f Det andre (dvs. kvadratet).

5.9

a-b 10 cm^2 og 8 cm^2.

c Det røde er 15 cm^2, det blå 7 cm^2 og det grønne 18 cm^2.

5.10

a Gjennomsnitt vil fortsatt være 50.

b Begge har gjennomsnitt 5.

c Mange løsninger.

5.11

a-b **I** $\frac{5}{12}$ **II** 12 gutter og 8 jenter.

c 12 gutter og 16 jenter.

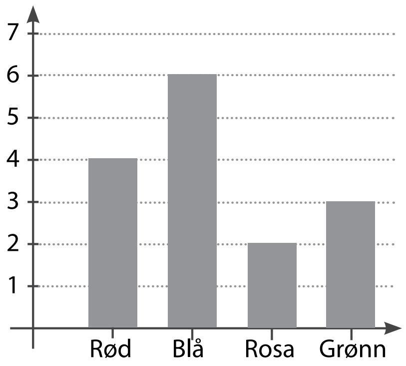
5.12

a Tesla.

b Typetallet er observasjonen med høyest søyle (her: Tesla).

c **i)**

Farge	Frekvens
Rød	4
Blå	6
Rosa	2
Grønn	3



ii) Typetallet er blå. Det betyr at flest elever har blå som yndlingsfarge.

d Ingen fasit.

5.13

a 2,5 cm

b AB = 36 dm, CD = 150 m, EF = 180 km, GH = 2 mm, IJ = 3 km, KL = 7 mm.

5.14

a 5 min

b 6 min

5.15

a 680 000 kr.

b Ingen fasit.

c 27

d **i)** Kun én løsning: 9 og 19. **ii)** Uendelig mange løsninger.

e Vi kan enten føye til 1 og 7 eller 3 og 5.

f **I** Svaret er feil. Medianen er 142 cm. **II** Begge svarene er feil. Typetallet er 7.

5.16

a **i)** $x = \frac{1}{15}$ **ii)** $y = 0{,}625$ **iii)** $z = \frac{3}{5} = 0{,}6$ **iv)** $v = \frac{8}{15}$

b **i)** 700 % **ii)** 4 %

Hjernetrim

1 Rødt: 36 m. Grønt: 18,75 m. Blått: 36 m.

2 **a)** Mange løsninger, f.eks. 1 : 1 000 000 000. Da blir radius 7 cm.
b) Mange løsninger. Målestokk 1 : 1 000 000 000 gir radius 0,34 cm.

3 *CD*

4 1 : 400 000

Test deg selv

1 Linjestykkene skal være: **a)** 6 cm **b)** 4 cm **c)** 2,5 cm

2 **a)** 1 : 250 **b)** 1 : 50 000 **c)** 40 : 1 (eller 1 : 0,025)

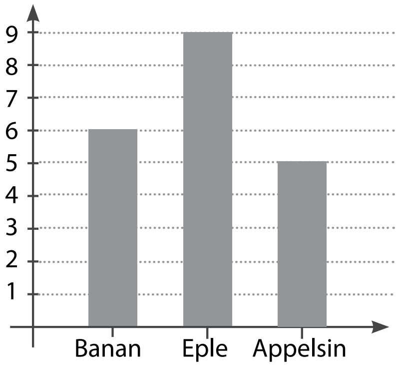
3 Linjestykkene skal ha lengde: $AB = 4$ cm $CD = 2{,}4$ cm

4 1200 g kobber, 200 g sink og 100 g nikkel.

5 Gjennomsnitt: 21 m. Median: 20,5 m.

6 **a)**

Frukt	**Frekvens**
Banan	6
Eple	9
Appelsin	5



b) Eple

6 Proporsjonale og omvendt proporsjonale størrelser

6.1

a

Tid (i timer)	1	2	3	4	5
Tilbakelagt strekning (i km)	70	140	210	280	350

i) Den dobles. **ii)** Den blir 5 ganger så lang. **iii)** Den blir k ganger så lang.

b Ingen fasit. **c** Ja

e i) Ja ii) Nei iii) Ja iv) Nei v) Ja

f Ingen fasit.

6.2

a 40 min **b** 50 % **c** Ingen fasit.

6.3

a 12,56 cm

b i) Omkretsen til sirkelen. ii) Omkretsen til sirkelen. iii) Omkretsen til rektangelet.

c-d Mange løsninger.

6.4

a-b 42 km **c** I 14 kg II 64 L

6.5

a Rombe **b** $A = 6\text{ cm}^2$ **c** $A = 30\text{ cm}^2$

d Mange løsninger. Produktet av diagonalene må være 80 cm^2.

6.6

a i) $x = \frac{32}{125} = 0{,}256$ ii) $x = \frac{3}{8} = 0{,}375$ iii) $x = \frac{6}{25} = 0{,}24$ iv) $x = \frac{1}{3}$

Den første og den siste passer inn i ulikheten.

b Mange løsninger.

6.7

a

Fart	Til fots 5 km/t	Til hest 10 km/t	På sykkel 15 km/t	Med buss 50 km/t	Med bil 60 km/t
Tiden det tar	6 t	3 t	2 t	$\frac{3}{5}$ t = 0,6 t	0,5 t

b Ingen fasit.

c i) Ja ii) Ja iii) Ja iv) Nei v) Ja **d** Ingen fasit.

6.8

a 7A **b** i) Ja ii) Nei iii) Ja **c** Mange løsninger.

6.9

a 7B har best gjennomsnitt (1,36 m mot 1,35 m i 7A). **b** 1,33 m

6.10

a I 220 km II 2 timer **b** 560 skritt

6.11

a I 15 km^2 II 70 km **b** 14 km^2 **c** 375

6.12

a i) $x = \frac{5}{3}$ ii) $y = \frac{1}{30}$ iii) $z = 80$ iv) $v = 1{,}6$

b Likningene dine må ha løsning: i) 50 ii) 20 iii) 4

6.13

a Nei **b** 28 kr **c** 48 min

6.14

a i) $x = 15$ ii) $y = 8$ iii) $z = 21$ iv) $u = 9$

b i) 140 % ii) 112,5 % **c** i) 50 % ii) 133 %

6.15

a-b 7 år og 31 år. **c** 35 L og 25 L. **d** 40 %

Hjernetrim

1 108 sauer
2 Ca. 0,64 L
3 1 t 7,5 min
4 20 min og 30 min
5 14 t 24 min

Test deg selv

1 a) 7,2 kg b) 5 timer c) 72 km/t d) 140 sekker

2 $O = 2\pi r \approx 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}5\text{ cm} = 28{,}26\text{ cm} = 282{,}6\text{ mm} \approx 283\text{ mm}$

3 $r = \frac{O}{2\pi} \approx \frac{1{,}6\text{ dm}}{2 \cdot 3{,}14} \approx 0{,}2548\text{ dm} \approx 25\text{ mm}$

7 Hele tall

7.1

a Joshua har igjen 50 kr. Miriam: 1000 – 450 = 550. Hun har igjen 550 kr.

b 400 – 450 = –50. Sander mangler 50 kr.

c Ingen fasit.

d **i)** –12 **ii)** 6 **iii)** –1,2 **iv)** $-\frac{1}{6}$

7.2

a Kvadratet *ABCD* har sider 4 cm og areal 16 cm^2.

b-d Ingen fasit.

e $A = 12{,}6\ cm^2$

f **i)** 28,3 cm^2 **ii)** 38,5 dm^2 **iii)** 55,4 m^2

7.3

a 5 negative og 2 positive temperaturer. Temperaturen var 0 én gang.

b +4 °C, –1 °C, +1 °C, –5 °C, –3 °C

c **i)** Helsinki **ii)** Moskva **iii)** Berlin, Oslo, Helsinki.

7.4

a Rose er mest populær, løvetann minst.

b Ca. 33,3 % valgte stemorsblomst, 25 % valgte påskelilje.

c Ingen fasit.

7.5

a-b Ingen fasit.

c Mange løsninger.

d Det er 12 hele tall mellom –8 og 5. Av disse er 4 positive og 7 negative. Det tolvte tallet er 0.

e $n = 11$ og $m = -7$ Det er 17 hele tall mellom m og n.

7.6

a-b 25 500 kr og 26 010 kr.

c 4,04 %

d 30 kr, 50 %.

7.7

a

A	*B*	*C*	*D*	*E*
10	–2	–5	–11	3

b Ingen fasit.

c **i)** –1 og 5
ii) –5 og 5
iii) –25 og 1

7.8

a i) $x = 6$ ii) $x = 7$

b Ingen fasit.

c i) $x = 5$ ii) $y = 24$ iii) $z = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ iv) $u = \frac{2}{5}$ v) $v = 11$ vi) $w = 1{,}8$

7.9

a Tallet 0 er motsatt til seg selv.

b Ingen fasit.

c i) 9 ii) 2,5 iii) $\frac{5}{24}$

Hvis vi bytter om på leddene i differansene, får vi motsatte tall til svar.

d $-(-4) = 4$

e i) –5 ii) 6 iii) –13

f i) –6 og 6 ii) –96 og 96 iii) $-\frac{k}{2}$ og $\frac{k}{2}$

g Ingen fasit.

7.10

a I 6 II 24

b Ingen fasit.

c i) 120 ii) 720 iii) 5040

d i) 6 ii) 24 iii) 6 tall er delelig med 5, alle med 3.

7.11

a Svaret blir likt for alle uttrykkene: i) 50 ii) 300

b $n = 4$

7.12

a

Punkt	A	B	C	D
Plassering	–6	4	–2	–8
Avstand til 0	6	4	2	8

b i) $|-10| = 10$ ii) $|16| = 16$ iii) $|-2| = 2$

c i) $|10| = 10$ ii) $|-16| = 16$ iii) $|2| = 2$

d $|x| = x \;\Rightarrow\; x > 0$ $|y| = -y \;\Rightarrow\; y < 0$

e i) 6 ii) –12 iii) 33 iv) –29, –30, –31 eller –32.

f To løsninger: 35 og –17.

g To løsninger: –12 og 18. $|-12| = 12$ eller $|18| = 18$.

7.13

a **i)** 24 **ii)** 15 **iii)** 21

b Sektorene i diagrammet må ha følgende vinkler (ca.): 14°, 43°, 230°, 72°

c Ingen fasit.

7.14

a **i)** $x = \frac{5}{2} = 2{,}5$ **ii)** $x = \frac{7}{2} = 3{,}5$

b Alle elevene har gjort det riktig.

c **i)** $x = \frac{9}{5} = 1{,}8$ **ii)** $y = 13$ **iii)** $z = \frac{13}{2} = 6{,}5$ **iv)** $u = 8$ **v)** $v = \frac{4}{5} = 0{,}8$ **vi)** $w = \frac{1}{4} = 0{,}25$

7.15

a –3 eller 3.

b **i)** $x = -5$ eller $x = 5$ **ii)** $y = -1{,}5$ eller $y = 1{,}5$ **iii)** $z = 0$

c **i)** 0, 1, 2 eller 3. **ii)** –3, –2, –1 eller 0. **iii)** –2, –1 eller 0. **iv)** 1, 3, 5 eller 7.

d Mulige løsninger:

x	y
0	3
–1	2
1	2
–2	–1
–2	1
–3	0

e Mulige løsninger:

u	v
–2	3
–3	2
–1	6
–6	1

7.16

a-b

Sirkel	Diameter	Omkrets	Areal
Grønn	3 cm	9,4 cm	7,1 cm^2
Blå	1,8 cm	4,5 cm	2,5 cm^2
Rød	5 cm	15,7 cm	19,6 cm^2

c $r \approx 2{,}7$ cm $A \approx 22{,}9$ cm^2

d Ingen fasit.

7.17

a **i)** Katt **ii)** Saga (7 dyr) **iii)** $\frac{1}{2}$ **iv)** $\frac{1}{5}$

b Ingen fasit.

c Ingen fasit.

7.18

a i) $4 < 7$ ii) $-4 > -7$

b Ingen fasit.

c Alle løsninger: i) $-9, -8, -7, -6, -5, -4, -3$ ii) $-99, -98, -97$ iii) $-1, 0$

d $a = 6, \quad 6 > -6$

e 8 større.

f i) $-8 < -5 < -2 < 1$ eller $u < r < t < s$
iii) $-2 < 1 < 5 < 8$ eller $t < s < |r| < |u|$
ii) $-1 < 2 < 5 < 8$ eller $-s < -t < -r < -u$
iv) $-8 < 1 < 2 < 5$ eller $u < s < |t| < -r$

7.19

a 1620 kr. **b** 1600 kr. **c** Butikken som satte ned prisen med 40 %.

7.20

a
i) $x = -5$ eller $x = 5$
ii) $y = -12$ eller $y = 12$
iii) $z = 0$
iv) Ingen løsning,

b A svarer til -12, B til -5 og C til 0.

c Mange løsninger.

7.21

a $-8 < -4 < 0 < 6 < 9$ **b** Ingen fasit.

c $-10\,110, -10\,101, -10\,001, -9857, -9785, -9586$

d $-\cancel{6}7\,\cancel{5}84 \rightarrow -784$ **e** $-5\;\cancel{090}\,\cancel{6}04$ eller $5\;0\cancel{90}\,\cancel{6}04 \Rightarrow -5004$

7.22

a-b Mange løsninger. **c** $O = \pi d$ eller $O = 2\pi r$

d $O \approx 18{,}8$ cm $A \approx 28{,}3\ \text{cm}^2$

7.23

a Ingen fasit.

b Figurene har 1, 4, 9, 16 og 25 ruter.

c i) 64 ii) 144 iii) 225 iv) 576

d i) 13 ii) 18 iii) 25 iv) 27

7.24

a Mange løsninger. **b** Mange løsninger.

7.25

a **I** 13,5 km/t **II** 4 km/t **b** 1 t 45 min

7.26

a $A_{\text{rektangel}} = 24\ \text{cm}^2$ **b** $A_{\text{trapes}} = 9\ \text{cm}^2$

c $A_1 = 10{,}5\ \text{cm}^2$, $A_2 = 6\ \text{cm}^2$, $A_3 = 5\ \text{cm}^2$, $A_4 = 6{,}5\ \text{cm}^2$, $A_5 = 12{,}5\ \text{cm}^2$

7.27

a Tallfølge: 1, 4, 9, 16

b $4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$ $8^2 - 7^2 = 64 - 49 = 15$ $11^2 - 10^2 = 121 - 100 = 21$

c Ingen fasit. **d** Ingen fasit.

e **i)** 29 **ii)** 47 **iii)** 155 **iv)** 249

f **i)** $m = 20$, $n = 21$ **ii)** $m = 38$, $n = 39$ **iii)** $m = 52$, $n = 53$

Hjernetrim

1 **a)** $x = -5$ eller $x = 4$ **c)** $z = -4{,}5$ eller $z = -2{,}5$
b) $y = -0{,}2$ eller $y = 1{,}8$ **d)** $v = -10$ eller $v = 5$

2 **a)** $a = -1$ **b)** $a = 2$ **c)** $a = 7$ **d)** $a = -5$

3 **a)** $b = 3$ **b)** $b = -\frac{1}{8}$ **c)** $b = -8$ **d)** $b = \frac{1}{8}$

4 **a)** $x = 2$ **b)** $x = 4$ **c)** $x = 1$

5 **a)** $a = 3$ eller $a = 4$ **b)** $b = -4$ eller $b = -5$ **c)** $c = 0$

6 **a)** 2 **b)** 3 **c)** 4 **d)** 6 **7** Nei

Test deg selv

1 **a)** Alle unntatt $\frac{3}{4}$. **b)** 7, 2, 5, 100 **c)** −8, −3

2 **a)** 6 positive og 14 negative. **b)** 14 positive og 6 negative.

3 Ingen fasit.

4 Tallene du setter av skal være 5, −3, 1 og 2.

5 **a)** 4 **b)** 7 **c)** 19 **d)** 0

6 **a)** 4 **b)** 110 **c)** 58

7 $-|-8| < -7 < -1 < 4 < -(-6) < |-8|$

8 **a)** $-2, -1, 0, 1, \ldots, 7$ **b)** $-11, -10, -9, -8, -7, -6$ **c)** $-4, -3, -2, -1, 0, 1$

9 Ja, hvis a og b er motsatte tall.

10 Ja, hvis a er et negativt tall med større absoluttverdi enn b.

11 5832 kr

12 2376 kr

13 **a)** $x = 63$ **b)** $y = 18$

14 5 cm^2

15 $r \approx 2{,}5$ cm, $A \approx 20$ cm^2

8 Addisjon og subtraksjon av hele tall

8.1

a Ingen fasit.

b Ingen fasit.

c **i)** -63 **ii)** -408 **iii)** -6 **iv)** $-\frac{1}{6}$

d Mange løsninger.

8.2

a Ingen fasit.

b Ingen fasit.

8.3

a Ingen fasit.

b Ingen fasit.

c Mange løsninger.

8.4

a **i)** $x = 10$ **ii)** 10,5 **iii)** $z = 12{,}5$ **iv)** $v = 9{,}6$

b **i)** 5 % **ii)** 16 % **iii)** 84 % **iv)** 8,4 %

8.5

a **i)** 3 °C **ii)** -2 °C

b **i)** -3 **ii)** -5 **iii)** -8

c **i)** 2 °C **ii)** -20 eller 4

8.6

a-b $\frac{1}{3}$

c $\frac{2}{3}$

d **i)** $\frac{1}{6}$ **ii)** $\frac{1}{2}$

8.7

a $7 + 10 = 10 + 7$ $-7 + 10 = 10 + (-7)$

b $-7 + 10 = 3$ $10 + (-7) = 3$

c Ingen fasit.

d **i)** 2 **ii)** -8 **iii)** 2 **iv)** -8

8.8

a **i)** 6 **ii)** 6 **iii)** 12 **iv)** 25 **v)** -13 **vi)** 47 **vii)** 18 **viii)** 4 **ix)** -30

b Mange løsninger.

8.9

a Antall stjerner: 1, 3, 6, 10, 15, 21

b Ingen fasit.

c **i)** $m = 9$ **ii)** $n = 12$ **iii)** $r = 15$

8.10

a **i)** 12 **ii)** -10 **iii)** -19

b **i)** 12 **ii)** 12 **iii)** 10 **iv)** -10 **v)** 19 **vi)** -19

c **i)** -40 **ii)** -102 **iii)** -119 **iv)** -384 **v)** -190 **vi)** -489

d **i)** $(-25) + (-5) + (-1)$ $(-25) + (-4) + (-2)$ $(-25) + (-3) + (-3)$

ii) $(-11) + (-10) + (-10)$

e -27

f -100, -101 og -103.

8.11

a 20 seiere, 12 uavgjorte kamper og 16 tap.

b 16 seiere, 24 uavgjorte kamper og 8 tap.

c Laget i a).

d Mange løsninger.

8.12

a **i)** $x = 8$ **ii)** $x = -8$ eller $x = 8$

b Ella har rett.

c **i)** $x = -11$ eller $x = 11$ **ii)** $y = -4$ eller $y = 4$ **iii)** $z = -19$ eller $z = 19$ **iv)** Ingen løsning. **v)** $v = 0$ **vi)** $w = -81$ eller $w = 81$

d Mange løsninger. Likningene må ha røtter ± 11 og ± 4.

8.13

a i) $18 + (-7) = 11$ ii) $-17 + 4 = -13$ iii) $24 + (-24) = 0$

b i) 25 ii) 11

c i) 12 ii) 4 iii) −82 iv) −188 v) −32 vi) −91

d Mange løsninger. **e** Mange løsninger.

8.14

a $O \approx 2{,}2$ m **b** Ca. 91 ganger. Ca. 2,2 km. **c** $d \approx 0{,}8$ m

8.15

a i) 65 % ii) 75 % iii) 50 % **b** i) 50 % ii) 20 % iii) 95 %

c Ingen fasit. **d** Ingen fasit.

8.16

a-b I $15 - 11 = 4$ dvs. 4°. II $5 - (-2) = 7$ dvs. 7°.

c i) 10 ii) 8

d i) 6 ii) 12 iii) 4 iv) 5 v) 150 vi) 82
Når vi legger det andre leddet i differansen til svaret, får vi det første leddet.

e Mange løsninger.

8.17

a Havre: 144 000 m^2. Rug: 210 000 m^2. Hvete: 246 000 m^2.

b 1200 g = 1,2 kg

8.18

a i) $a = -431$ ii) $b = -439$ iii) $c = -435$ iv) $d = -244$
Kjeder av ulikheter: $b < c < a < d$ og $|d| < |a| < |c| < |b|$

b Mange løsninger.

8.19

a 70 km/t **b** Ca. 17 % **c** 20 min

8.20

a i) 3 ii) 13 iii) 3 iv) 6

b **i)** -3 **ii)** 13 **iii)** -3 **iv)** -6

c **i)** -2 **ii)** 14 **iii)** -9 **iv)** 3 **v)** 4 **vi)** -16

d Mange løsninger. **e** Mange løsninger. **f** $|v - u| = 9$

8.21

a Ingen fasit.

b Trekantet: 1 og 5. Firkantet: 3 og 4. Femkantet: 6. Sekskantet: 2

c Ingen fasit.

d

Type prisme	Antall hjørner	Antall kanter	Antall flater
trekantet	6	9	5
firkantet	8	12	6
femkantet	10	15	7
sekskantet	12	18	8

e 14 hjørner, 21 kanter, 9 flater.

f **i)** $m = 8$ **ii)** $n = 10$ **iii)** $p = 14$

8.22

a **i)** -4 og 4. **ii)** $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

b **i)** $-7 < x < 7$

ii) $-9 \leq y \leq 9$

iii) $-1 \leq z \leq 1$

iv) $-100 < v < 100$

v) Ingen løsning.

c **i)** $|x| \leq 2$ eller $|x| < 3$

ii) $|x| \leq 17$ eller $|x| < 18$

iii) $|x| \leq 0$ eller $|x| < 1$

8.23

a Ingen fasit. **b** Ingen fasit.

c **i)** $55 + 66$ **ii)** $91 + 105$ **iii)** $120 + 136$ **iv)** $210 + 231$

8.24

a 7 enheter. **b** Ingen fasit.

c $10 - (-3) = 10 + 3$ $-2 + (-5) = -2 - 5$ $11 - (-13) = 11 + 13$

d **i)** 38 **ii)** -13 **iii)** -12 **iv)** 1098 **v)** -400 **vi)** -243

8.25

a 85 % **b** Ingen fasit. **c** 2 timer **d** 240 varer

8.26

a i) $x = 8$ ii) $y = -4$

b i) $a = -7$ iii) $c = 17$ v) $e = 21$ vii) $g = -111$
ii) $b = -15$ iv) $d = -17$ vi) $f = -21$ viii) $h = 43$

c Ingen fasit.

8.27

a Ca. 12,6 cm^2

b Figur 1: ca. 6,3 cm^2. Figur 2: ca. 4,2 cm^2. Figur 3: ca. 9,4 cm^2.

c i) Ca. 37,7 cm^2 ii) 94,2 cm^2

8.28

a Ingen fasit.

b i) 37 ii) –147 iii) –246 iv) –76 v) 0 vi) 0 vii) 5 viii) – 50 ix) 30

c Ingen fasit.

8.29

a Ca. 498 (eller 500) ganger. **b** Ca. 398 (eller 400) ganger.

c Ingen fasit.

8.30

a I $MN = 6$ cm II $PQ = 12$ cm, i målestokk 1 : 3 blir det 4 cm. **b** 6 cm og 4,5 cm.

8.31

a i) $a = -83$ ii) $b = 83$ iii) $c = -86$ iv) $d = -87$

b i) 0 ii) –166 iii) –173 iv) 3 v) –1

8.32

a-b 15 min **c** $t = \frac{4}{3}$ $\frac{4}{3}$ min = 1 min 20 sek **d** $4\frac{4}{5}$ t = 4 t 48 min

8.33

a $A_{grønt} = 20\ cm^2 \quad A_{rødt} = 12\ cm^2$

b Mange løsninger.

c Mange løsninger.

Hjernetrim

1 –999 og 1221

2 **a)** **i)** $x = 3$ **ii)** $x = 0$ **iii)** $x = 4$ **iv)** $x = 1$ **b)** $x = 2$

3 **a)** 0 **b)** –10 100 **c)** 20 100

4 **a)** 3676 **b)** 3025 **c)** –149

Test deg selv

1 **a)** –23 **b)** – 9 **c)** 9 **d)** –10 **e)** –17

2 Mange løsninger.

3 **a)** –11 **b)** 24 **c)** –16 **d)** 13 **e)** –12

4 Mange løsninger.

5 **a)** –1 **b)** 71 **c)** –2

6 **a)** 974 **b)** –149 **c)** –170

7 **a)** 19 200 **b)** 7 680

8 24

9 **a)** $\frac{2}{3}$ **b)** 1 **c)** $\frac{1}{3}$

10 Ca. 3539 (eller 3500).

11 **a)** $x = -3$ eller $x = 3$ **b)** $y = -5$ eller $y = 5$ **c)** $z = -7$ eller $z = 7$ **d)** $u = -9$ eller $u = 9$

12 **a)** $x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ **b)** $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ **c)** $x = -10, -9, -8, \ldots, 9, 10$

13 **a)** 18 hjørner, 27 kanter, 11 flater. **b)** 30 hjørner, 45 kanter og 17 flater.

9 Multiplikasjon og divisjon av hele tall

9.1

a $(-100) + (-100) + (-100) = -300$ eller $-100 + (-100) + (-100) = -300$

b Regningene må være på 200 kr.

c Ingen fasit.

d i) -40 ii) -108 iii) -128 iv) -150 v) -875

e Mange løsninger.

f i) $m = 11$ og $n = -13$ eller $m = 13$ og $n = -11$
ii) $m = 13$ og $n = -13$
iii) $m = 11$ og $n = -17$ eller $m = 17$ og $n = -11$
iv) $m = 13$ og $n = -17$ eller $m = 17$ og $n = -13$

9.2

a i) 6 ii) 24 **b** Ingen fasit. **c** 120

9.3

a i) $x = 2$ ii) $y = -2$

b i) $x = 3$ iv) $a = 83$ vii) $p = -1$
ii) $y = -9$ v) $b = 117$ viii) $q = -1$
iii) $z = 33$ vi) $c = -83$ ix) $r = 103$

c Mange løsninger. Likningene må ha røtter –2, –9, –17 og –26.

9.4

a $(-1) \cdot 5 = -5$ og $5 \cdot (-1) = 5$. **b** Ingen fasit.

c i) 63 ii) 104 iii) -165 iv) 108 v) 144 vi) -225 vii) 1000 viii) 215

9.5

a-b I 55 og 176 II 105 og 336 **c** 1120 og 840

9.6

a Hele tall som passer inn i $|x| < 5$: $\pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$
Av de oppgitte tallene passer disse inn i $|x| > 5$: $8, -10, -6, 75, -120$

b i) $\pm 7, \pm 8, \pm 9$ ii) $\pm 97, \pm 98, \pm 99$ **c** Mange løsninger.

9.7

a Ingen fasit.

b i) 120 ii) -144 iii) -150 iv) 150 v) -1120 vi) 3900 vii) -1344 viii) 1680

c i) $m = -11$ og $n = -12$ eller $m = -12$ og $n = -11$
ii) $m = 13$ og $n = -14$ eller $m = 14$ og $n = -13$
iii) $m = 12$ og $n = -27$, $m = 27$ og $n = -12$ eller $m = 18$ og $n = -18$
iv) $m = 25$ og $n = -25$

v) $m = 25$ og $n = -31$ eller $m = 31$ og $n = -25$
vi) $m = 27$ og $n = -37$ eller $m = 37$ og $n = -27$

d i) $m = 8$ og $n = -8$ iii) $m = 17$ og $n = -17$
ii) $m = 13$ og $n = -13$ iv) $m = 24$ og $n = -24$

9.8

a Prismer eller rette, rektangulære prismer.
b Ingen fasit.
c Samlet areal, dvs. overflaten til prismet, er 74 cm^2.
d Arealet av en sideflate er 16 cm^2. Overflaten er 96 cm^2.

9.9

a-b I 4 minutter II 7,5 minutter
c Oppgave II).
d 3 t 36 min

9.10

a i) -8 ii) 12 iii) -7 iv) 6 v) 7 vi) -40 vii) 44 viii) -19
b Mange løsninger.
c Mange løsninger.

9.11

a-b i) $x = -11$ ii) $y = 131$ iii) $z = 31$ iv) $r = -104$ v) $s = 154$ vi) $t = -2$ vii) $u = 56$ viii) $v = -7$ ix) $w = 80$
c Ingen fasit.

9.12

a i) 1 ii) 3 iii) 6 iv) 10
b Antall punkter på linjen må være: i) 7 ii) 9 iii) 11
c i) 4 ii) 9 iii) 16
d Antall punkter på de to linjene må være: i) 5 og 6 ii) 7 og 8

9.13

a i) 40 ii) -198 iii) 360
b Ingen fasit.
c i) 240 ii) 105 iii) -288 iv) -240 v) 1024 vi) 1 000 000
d i) a kan være et hvilket som helst negativt tall.
ii) b kan være et hvilket som helst positivt tall.
iii) Det må være enten 3 negative tall, eller 1 negativt og 2 positive tall.

9.14

a I 56 personbiler, 49 varebiler og 35 motorsykler.
II 108 leiligheter med et rom, 162 med to, 189 med tre og 81 med fire.

b Ingen fasit.

9.15

a-b Ingen fasit.

c i) $x = 4$ eller $x = -6$ ii) $y = 4$ eller $y = -2$ iii) $z = 14$ eller $z = -6$ iv) $u = 12$ eller $u = -18$

d i) $|x - 1| = 3$ ii) $|x + 2| = 5$ iii) $|x - 4| = 1$

9.16

a Ingen fasit.

b i) 1 700 ii) 99 000 iii) 10 500

c i) –78 ii) 486 iii) –3 600 iv) 0

9.17

a-b 1,6 kg

c 250 ganger

9.18

a-b Begge likningene har løsning $x = 3$.

c i) $a = 4$, $b = 30$ ii) $c = -4$, $d = -52$ iii) $x = -38$, $y = -52$ iv) $u = -125$, $v = 125$

9.19

a i) Rettvinklet: 1, 4 ii) Likebeint: 2, 3, 4

b $A_1 = 14\text{ cm}^2$ $A_2 = 15\text{ cm}^2$ $A_3 = 7{,}5\text{ cm}^2$ $A_4 = 12{,}5\text{ cm}^2$

c Ingen fasit.

9.20

a i) $2^3 = 8$, $(-2)^3 = -8$ iii) $5^2 = (-5)^2 = 25$
ii) $3^4 = (-3)^4 = 81$ iv) $10^5 = 100\,000$, $(-10)^5 = -100\,000$

b Ingen fasit.

c i) 64 ii) –64 iii) 625 iv) –512 v) 1 vi) –1 vii) –10 000 000 viii) –512

9.21

a-b $\frac{1}{24}$

c $\frac{1}{12}$

d i) $\frac{1}{4}$ ii) $\frac{1}{8}$ iii) 1

9.22

a i) $a = -288$ ii) $b = 300$ iii) $c = -1800$ iv) $d = -360$

b i) -588 ii) 2160 iii) -1788 iv) 948 v) 1152 vi) 21

9.23

a i) 20 % ii) 60 % iii) 40 % iv) 60 %

b Frekvenstabell:

Idrett	**Frekvens**
Fotball	7
Håndball	8
Ski	6
Sykkel	5
Tennis	5
Kunstløp	6

Typetallet er håndball. Det sier oss hvilken idrett som er mest populær.

c Ingen fasit.

9.24

a $(-5)^3 = -5^3$ $(-2)^8 = 2^8$ $(-6)^3 = -6^3$

b
i) $(-6)^2 - 2^3 = 28$
$(-6)^2 - (-2)^3 = 44$
ii) $(-3)^3 + (-7)^2 = 22$
$(-3)^3 + 7^2 = 22$
iii) $(-9)^2 - (-2)^5 = 113$
$(-9)^2 - 2^5 = 49$
iv) $(-1)^{10} - (-1)^{11} = 2$
$(-1)^{21} - (-1)^{20} = -2$
v) $(-4)^2 - (-5)^3 = 141$
$(-4)^2 - (-5)^2 = -9$
vi) $(-10)^3 + (-8)^2 = -936$
$(-10)^4 + (-8)^3 = 10\,488$

c
i) $k = 2$.
ii) $m = 2$ og $n = 1$, $m = 2$ og $n = 3$, $m = 1$ og $n = 2$ eller $m = 3$ og $n = 2$.
iii) $p = 2$ og $q = 1$, $p = 2$ og $q = 3$, $p = 1$ og $q = 2$ eller $p = 3$ og $q = 2$.
iv) $s = 2$ og $t = 2$, $s = 1$ og $t = 1$, $s = 1$ og $t = 3$, $s = 3$ og $t = 1$ eller $s = 3$ og $t = 3$.

9.25

a Ingen fasit. **b** 1 og 3 **c** Ingen fasit. **d** $V = 343\ \text{cm}^3$ **e** Overflaten: $A = 96\ \text{cm}^2$

9.26

a $x = \pm 4, \pm 3, \pm 2, \pm 1, 0$ **b** $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

c i) $-3 < x < 11$ ii) $-5 \le x \le 3$ iii) $6 < x < 10$ iv) $-10 \le x \le 0$ v) $-3 \le x \le 1$ vi) $8 < x < 10$
$|x-4| < 7$ har flest heltallsløsninger. $|u+5| \le 5$ har flest negative løsninger.

9.27

a **I** $-1200 : 3 = -400$ Svar: Hun skylder hver 400 kr.
II $-2000 : (-500) = 4$ Svar: Han har lånt av 4 venner.

b Adriana må skylde til sammen 900 kr. William må ha lånt 400 kr av hver venn.

c **i)** $-24 : (-3) = 8$ og $-24 : 8 = -3$ **ii)** $24 : (-3) = -8$ og $24 : (-8) = -3$

d Ingen fasit.

e **i)** -12 **ii)** -6 **iii)** 13 **iv)** -12 **v)** -36 **vi)** 14 **vii)** -9 **viii)** 16

f Mange løsninger.

9.28

a 36 oppgaver i algebra, 32 i geometri og 12 i kombinatorikk.

b Det var 12,5 % flere oppgaver i algebra enn i geometri, og ca. 67 % færre oppgaver i kombinatorikk enn i algebra.

c Ingen fasit.

9.29

a	$a = 7$	**e**	$r = -6$	**i**	$v = -2$
b	$b = -7$	**f**	$s = 4$	**j**	$x = 3$
c	$c = -9$	**g**	$t = 13$	**k**	$y = -1$
d	$d = -9$	**h**	$u = -13$	**l**	$z = 11$

9.30

a **i)** $a = -24$ **ii)** $b = -2$ **iii)** $c = -6$ **iv)** $d = 6$ **v)** $e = -4$ **vi)** $f = -24$

b **i)** 0 **ii)** 144 **iii)** 6 **iv)** -32

c **i)** 100 % **ii)** 50 % **iii)** 200 %

9.31

a-b 32 år, 8 år og 2 år. **c** 6 år eldre, 4 ganger så gammel.

d 8 år, da vil moren være 2,5 ganger så gammel som datteren.

9.32

a **i)** 3 **ii)** 6 **iii)** 10 **iv)** 15

b De tre neste tallene er 21, 28 og 36. Tallene kalles trekanttall.

c Ingen fasit.

9.33

a Sidene er 6 cm og 3,5 cm. Høyden er 3 cm. Vinklene er 60° og 120°.

b $O = 15{,}4$ cm, $A = 18$ cm^2

c $A = g \cdot h = 8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 32 \text{ cm}^2$ d Nei e Ingen fasit.

Hjernetrim

1 a) 30 b) 4 c) 30 d) −4 eller 4

2 a) 30 b) 8 c) 8 d) 256

3 a) Ja, tallene kan være −4 og 4.
b) Nei
c) Nei
d) Ja, tallene kan være −14 og 14.
e) Ja, tallene kan være −27 og 27.

4 a) 1 b) 1 c) −2

5 a) $m = 5$ og $n = 5$ b) $m = 6$ og $n = 2$ (eller motsatt) c) $m = 7$ og $n = 4$ (eller motsatt)

6 a) −100 b) 1

Test deg selv

1 a) −84 b) 900 c) −8000 d) 108 e) −400 f) 1024

2 Mange løsninger.

3 a) −21 000 b) 380 c) 140

4 a) 16 b) −27 c) 49 d) 49 e) 9 f) −400

5 a) −16 b) 14 c) 6 d) −90 e) 6 f) −1

6 Mange løsninger. 7 $a = 20$

8 a) $x = -8$ b) $y = -12$ c) $z = -12$ d) $u = 21$ e) $v = 8$ f) $w = -23$

9 a) $x = 9$ eller $x = -5$ b) $y = -1$ eller $y = -7$ c) $z = 4$ eller $z = 16$

10 a) $-3 < x < 5$ b) $-6 \leq z \leq 6$ c) $3 < z < 7$

11 Sidekantene er 8 cm. Volumet er 512 cm^3.

Matematikk 5-7 er et læreverk som baserer seg på Vygotskys syn på opplæring og Zankovs undervisningsmodell. Det er en fortsettelse av læreverket Matematikk 1-4.

Matematikk 7 er et gjennomarbeidet læreverk som legger stor vekt på observasjon, analyse og logisk tenkning. Her finner man både oppgaver som egner seg for samarbeid og oppgaver som egner seg for individuelt arbeid. Verket gir gode muligheter for å skape en livlig dialog i klasserommet og for å gjennomføre en tilpasset undervisning som er spennende og lærerik for alle. Et av de viktigste målene er at elevene skal lære å lære.

Matematikk 7 består av følgende komponenter:

Grunnbok A og B
Oppgavebok A og B
Lærerveiledning A og B

◆

www.matematikklandet.no

ISBN 978-82-93729-30-3
9 788293 729303