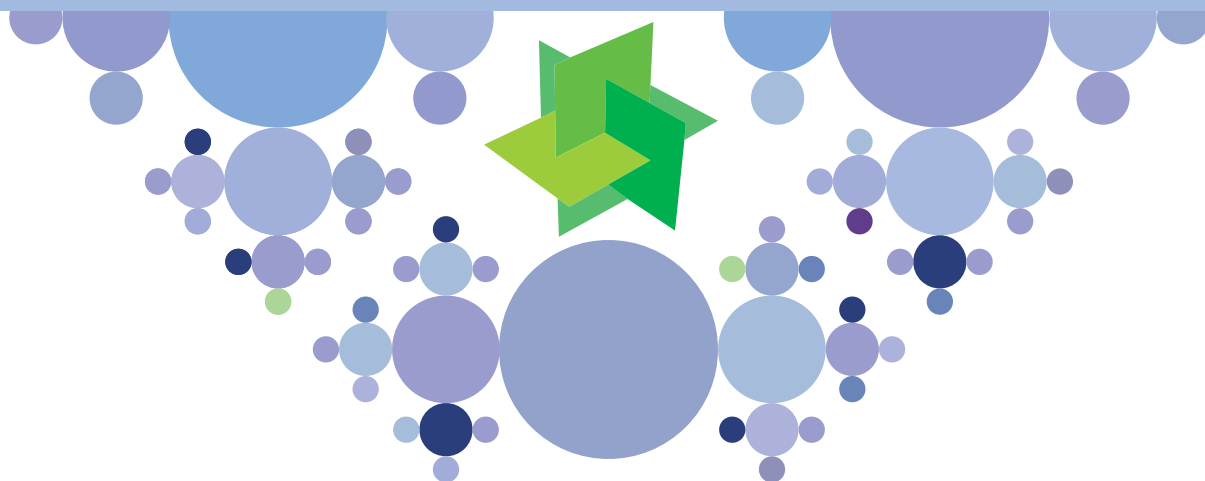


Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus

MATEMATIKK



grunnbok



BARENTSFORLAG

Matematikk Grunnbok 6A er en del av læreverket Matematikk 5-7.
Læreverket dekker kompetansemålene for matematikk 5.-7. årstrinn i læreplanen av 2013.

© Barentsforlag, 2019

1. utgave/1. opplag 2019

Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus, Universitetet i Stavanger

Illustratør: Aleksandra Thomson

Trykkeri: Neografia, Slovakia

Forfatterne ved Universitetet i Stavanger har mottatt støtte fra Sandnes kommune.

ISBN 978-82-93729-00-6

Materialet i denne boka er omfattet av åndsverklovens bestemmelser. I følge lov om opphavsrett til åndsverk er det ikke tillat å kopiere eller mangfoldiggjøre denne boka eller deler av den uten skriftlig tillatelse fra copyright-innehaverne. Kopiering i strid med lov eller avtale kan medføre ersatningsansvar og inndragning, og kan straffes med bøter eller fengsel.

Alle henvendelser om utgivelse av læreverket kan rettes til:

Barentsforlag

Fr. Nansensgt. 11

9900 Kirkenes

E-post: post@barentsforlag.com

www.barentsforlag.com

www.matematikklandet.no

INNHOOLD

1. Addisjon og subtraksjon med brøk	4
2. Multiplikasjon og divisjon med brøk og helt tall...	34
3. Multiplikasjon med brøk.....	56
4. Inverse tall	70
5. Divisjon med brøk	86
6. Regning med brøk	110
7. Forberedelse til desimaltall	148
Fasit.....	164

1.1

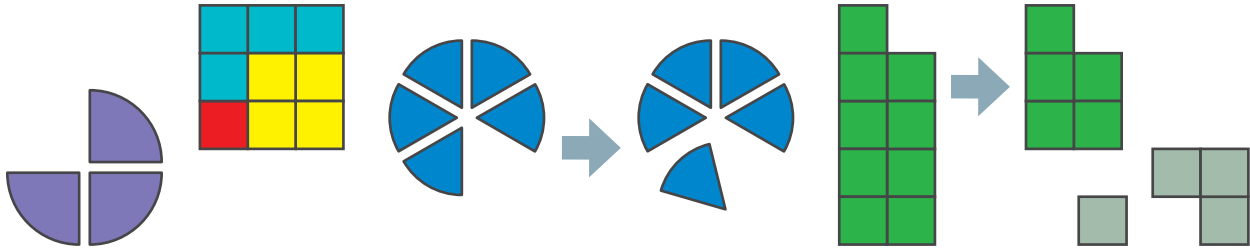
a Regn ut. Hvis du står fast, finn en tegning nedenfor som passer og bruk den.

$$\text{i} \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\text{ii} \quad \frac{5}{6} - \frac{1}{6}$$

$$\text{iii} \quad \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{1}{9}$$

$$\text{iv} \quad \frac{9}{10} - \frac{1}{10} - \frac{3}{10}$$



Forklar hvordan vi adderer eller subtraherer brøker med like nevner.

Når vi adderer eller subtraherer brøker med like nevner, så adderer eller subtraherer vi tellerne og beholder nevneren.

b Regn ut og forkort svaret så mye som mulig.

$$\text{i} \quad \frac{1}{3} - \frac{2}{3}$$

$$\text{iv} \quad \frac{5}{16} + \frac{4}{16} + \frac{3}{16}$$

$$\text{vii} \quad \frac{13}{5} - \frac{8}{5}$$

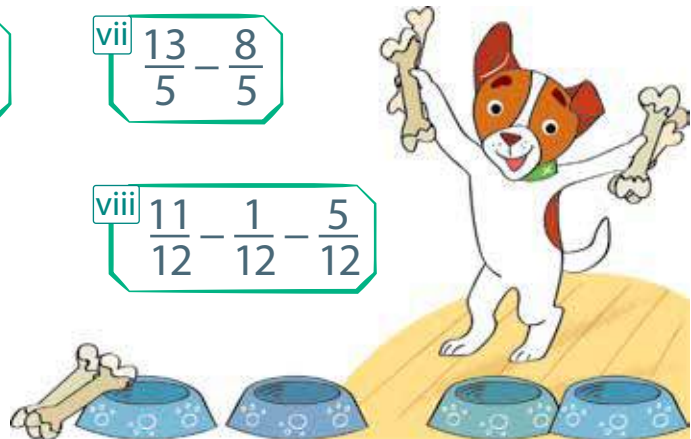
$$\text{ii} \quad \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\text{v} \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4}$$

$$\text{viii} \quad \frac{11}{12} - \frac{1}{12} - \frac{5}{12}$$

$$\text{iii} \quad \frac{1}{4} + \frac{5}{4}$$

$$\text{vi} \quad \frac{7}{6} - \frac{5}{6}$$



c Lag summer eller differanser slik at verdien blir:

$$\text{i} \quad \frac{4}{5}$$

$$\text{ii} \quad \frac{1}{8}$$

$$\text{iii} \quad \frac{5}{12}$$

$$\text{iv} \quad \frac{7}{15}$$

1.2

- a Et tog kjørte i 1 time med en fart på 60 km/t og i 3 timer med en fart på 80 km/t. Hvor langt kjørte toget? Hvor lenge kjørte toget?
- b Lag et spørsmål til oppgaven i a) slik at svaret kan finnes ved hjelp av uttrykket $(1 \cdot 60 + 3 \cdot 80) : (1 + 3)$ eller $\frac{1 \cdot 60 + 3 \cdot 80}{1+3}$.

Pernille laget dette spørsmålet:

«Hvor fort må toget kjøre hvis det skal kjøre den samme strekningen med jevn fart og bruke like lang tid?»



Er du enig i at spørsmålet passer?

- c Verdien til uttrykkene i b) kalles **gjennomsnittsfarten** til toget. Tenk over hvorfor man har valgt dette navnet.

Finn gjennomsnittsfarten til toget.

Hvorfor er svaret større enn gjennomsnittet av 60 km/t og 80 km/t?

*Når vi skal finne **gjennomsnittsfarten**, må vi dele den tilbakelagte strekningen med tiden som er brukt.*

- d Hvordan vil gjennomsnittsfarten endre seg hvis toget kjører i 3 timer med en fart på 60 km/t og i 1 time med en fart på 80 km/t? Finn gjennomsnittsfarten i dette tilfellet.
- e Sammenlikn oppgavene over med denne:

En bil kjørte i 1 time med en fart på 50 km/t. Deretter kjørte den i 2 timer med en fart på 65 km/t og i 3 timer med en fart på 80 km/t. Hva var gjennomsnittsfarten til bilen?

Løs oppgaven.



1.3

a Regn ut.

$$\text{i} \quad \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\text{ii} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\text{iii} \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$

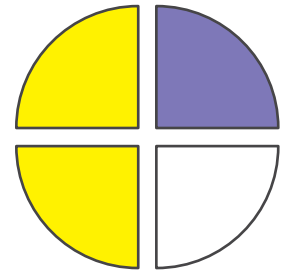
b Hva er forskjellen mellom summene i a) og disse summene?

$$\text{i} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\text{ii} \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\text{iii} \quad \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$$

$$\text{iv} \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{15}$$



Prøv å finne verdiene til de nye summene.
Legg merke til tegningen til høyre.

c Se hva to elever gjorde da de skulle legge sammen $\frac{1}{4}$ og $\frac{1}{6}$:



Ingvill

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 6}{4 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{6}{24} + \frac{4}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$



John

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$$

Avgjør om disse påstandene er sanne eller usanne:

- Begge utvidet brøkene ved å finne **fellesnevner**.
- Begge erstattet brøkene med **likeverdige brøker**.

Hvem sin metode liker du best?

- d Regn ut. Prøv å finne en minst mulig fellesnevner. Forkort svaret så mye som mulig.

$$\text{i} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

$$\text{iv} \quad \frac{1}{16} + \frac{1}{8}$$

$$\text{vii} \quad \frac{1}{8} + \frac{1}{6}$$

$$\text{x} \quad \frac{1}{9} + \frac{1}{6}$$

$$\text{ii} \quad \frac{1}{9} + \frac{1}{3}$$

$$\text{v} \quad \frac{1}{22} + \frac{1}{11}$$

$$\text{viii} \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{10}$$

$$\text{xi} \quad \frac{1}{10} + \frac{1}{25}$$

$$\text{iii} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$$

$$\text{vi} \quad \frac{1}{36} + \frac{1}{12}$$

$$\text{ix} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{8}$$

$$\text{xii} \quad \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$$

Brukte du **minste felles multiplum** for nevnerne som fellesnevner? (Husk: Minste felles multiplum for to tall a og b , er det minste tallet som er delelig med både a og b .)

1.4

- a Løs likningene.

$$\text{i} \quad 4(x - 12) = 3(x - 8)$$



$$\text{iii} \quad \frac{z - 6}{3} = 10$$

$$\text{ii} \quad 2y = 45 - y$$

$$\text{iv} \quad 4 = \frac{200}{v + 10}$$

- b Bruk verdiene til x , y , z og v som teller og nevner og lag så mange **ekte brøker** som du kan. (Husk: En ekte brøk er en brøk der telleren er mindre enn nevneren.) Forkort brøkene mest mulig.

1.5

- a) Bruk geometriske modeller (sirkler, rektangler, linjestykker e.l.) og vis at:

$$\text{i) } \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\text{iii) } \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Hvordan subtraherer vi brøker med like nevner?

- b) i) Regn ut $\frac{1}{15} + \frac{1}{20}$. Begrunn framgangsmåten.

ii) Regn ut $\frac{1}{15} - \frac{1}{20}$.

Måtte du regne på nytt for å finne en felles nevner?

- c) Regn ut og forkort svaret så mye som mulig.

$$\text{i) } \frac{1}{2} - \frac{1}{8}$$

$$\text{iv) } \frac{1}{5} - \frac{1}{15}$$

$$\text{vii) } \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$\text{x) } \frac{1}{4} - \frac{1}{10}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$$

$$\text{v) } \frac{1}{6} - \frac{1}{18}$$

$$\text{viii) } \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$$

$$\text{xi) } \frac{1}{10} - \frac{1}{12}$$

$$\text{iii) } \frac{1}{4} - \frac{1}{20}$$

$$\text{vi) } \frac{1}{11} - \frac{1}{33}$$

$$\text{ix) } \frac{1}{10} - \frac{1}{15}$$

$$\text{xii) } \frac{1}{16} - \frac{1}{20}$$

- d) En familie spiste $\frac{1}{2}$ av en kake den ene dagen og $\frac{3}{8}$ av kaken den neste dagen. Hadde de spist opp hele kaken da? Hvis ikke, hvor stor del av kaken var igjen?

- e) Torjus hadde en full termos med kakao. Han drakk først $\frac{1}{3}$ av kakaoen. Litt senere drakk han $\frac{1}{4}$ av den opprinnelige mengden og til slutt $\frac{1}{6}$ av den opprinnelige mengden. Var det noe igjen i termosen? Hvis svaret er ja, hvor stor del av den opprinnelige mengden var igjen?



1.6

- a Finn verdien til $20\,160 : 1\,440$.

Se hvordan **Øystein** gjorde det:

Øystein

$$20\,160 : 1\,440 = \frac{20\,160}{1\,440} = \frac{2\,016}{144} = \frac{1\,008}{72} = \frac{504}{36} = \frac{252}{18} = \frac{126}{9} = \frac{42}{3} = 14$$

Hvordan har han tenkt? Hvilken regel har han brukt?

- b Bruk Øystein sin metode og regn ut.

i $224 : 56$

iii $4\,320 : 480$

v $2\,448 : 144$

ii $1\,664 : 128$

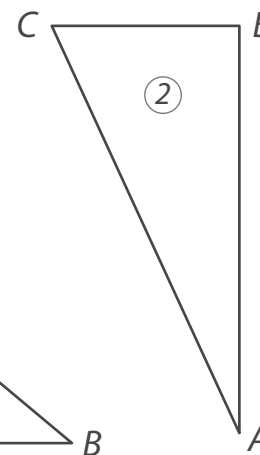
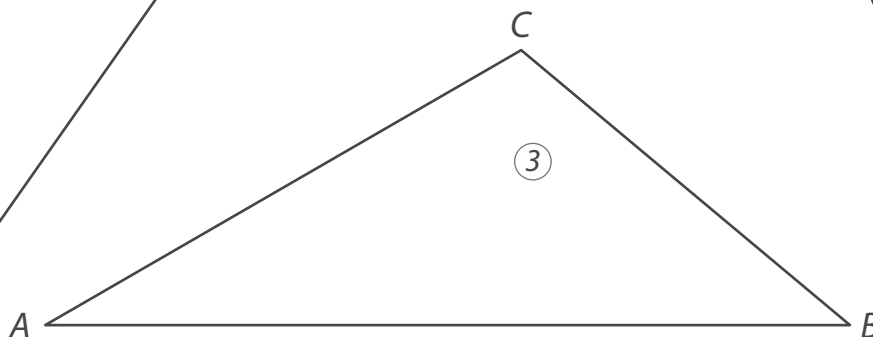
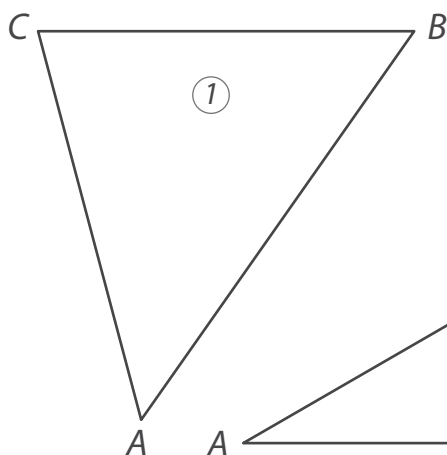
iv $1\,008 : 168$

vi $2\,496 : 192$



1.7

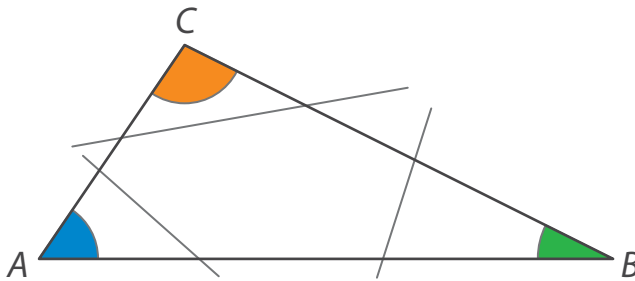
- a Hvor store er vinklene A , B og C i hver trekant?
Hvor mange grader blir de tre vinklene til sammen?



- b** Tegn en egen trekant og finn ut hvor mange grader de tre vinklene blir til sammen. Lag en tabell og skriv inn resultatene.

	①	②	③	④
$\angle A$				
$\angle B$				
$\angle C$				
$\angle A + \angle B + \angle C$				

- c** Kan du sette opp en **hypotese** for hva summen av vinklene blir? (Husk: En hypotese er det samme som en gjetning – noe du tror er sant.)
- d** Tegn en vilkårlig trekant og klipp den ut. Klipp av hjørnene og sett dem sammen slik du ser på tegningen. Kan du si hva $\angle A + \angle B + \angle C$ er, uten å måle?



Gjennom en empirisk undersøkelse har du nå vist at **summen av vinklene i en trekant er 180°** . Kan vi være helt sikre på at vinkelsummen er 180° i alle mulige trekanter? Senere skal vi bevise at vinkelsummen i en hvilken som helst trekant er 180° .

- e** To av vinklene i noen trekanter er gitt:

$$\triangle ABC: \angle A = 70^\circ \text{ og } \angle B = 70^\circ$$

$$\triangle KLM: \angle K = 60^\circ \text{ og } \angle L = 60^\circ$$

$$\triangle DEF: \angle E = 30^\circ \text{ og } \angle F = 20^\circ$$

$$\triangle PQR: \angle P = 55^\circ \text{ og } \angle Q = 35^\circ$$

Finn den tredje vinkelen.
Hva slags type trekant er hver av disse?
Velg én av trekantene og tegn den.

1.8

- a Løs tekstoppgaven aritmetisk.

En båt med en fart på 18 km/t (i stille vann) kjørte først en halv time med strømmen i en elv og deretter en og en halv time på det stille vannet i en innsjø. Til sammen tilbakela båten 37 km. Finn farten til vannet i elven.

- b Hvis du står fast, finn først ut hvor langt båten kjørte på innsjøen og deretter hvor langt den kjørte i elven.

- c En annen båt med en fart på 9 km/t begynner å kjøre samme strekning, men i motsatt retning. Vil båten klare å kjøre hele strekningen på 4 timer? Begrunn.

1.9

- a Se hvordan to elever fant minste felles nevner for brøkene $\frac{1}{24}$ og $\frac{1}{36}$:

Regine 24, 48, 72, 96, ...
36, 72, 108, ...
Minste felles nevner: 72

Trym $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
 $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
Minste felles nevner: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$

Forklar hvordan de tenkte.

Minste felles nevner for to eller flere brøker er lik **minste felles multiplum (MFM)** for alle nevnerne.

- b Regn ut og forkort svaret hvis det er mulig. Hvis du står fast, se tilbake på oppgave 1.3 c).

i $\frac{1}{20} + \frac{1}{30}$

iii $\frac{1}{12} + \frac{1}{9}$

v $\frac{1}{21} + \frac{1}{14}$

vii $\frac{1}{20} - \frac{1}{25} + \frac{1}{10}$

ix $\frac{1}{7} - \frac{1}{21} - \frac{1}{35}$

ii $\frac{1}{30} - \frac{1}{45}$

iv $\frac{1}{18} - \frac{1}{27}$

vi $\frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{24}$

viii $\frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{32}$

- c Lag en sum med to brøker med ulike nevner slik at verdien blir:

$$\text{i} \quad \frac{3}{4}$$

$$\text{ii} \quad \frac{1}{2}$$

$$\text{iii} \quad \frac{5}{8}$$

$$\text{iv} \quad \frac{9}{10}$$

- d Lag en differanse med to brøker med ulike nevner slik at verdien blir:

$$\text{i} \quad \frac{1}{4}$$

$$\text{ii} \quad \frac{3}{8}$$

$$\text{iii} \quad \frac{1}{6}$$

$$\text{iv} \quad \frac{1}{20}$$

1.10

- a Løs oppgaven aritmetisk.

På en innsjø er det 50 kanoer. I noen av dem er det 2 personer, og i de andre er det 4. Til sammen er det 146 personer i kanoene. I hvor mange kanoer er det 2 personer og i hvor mange er det 4?

- b Hvis du står fast, tenk deg at 2 personer fra hver 4-mannskano, hopper i vannet.

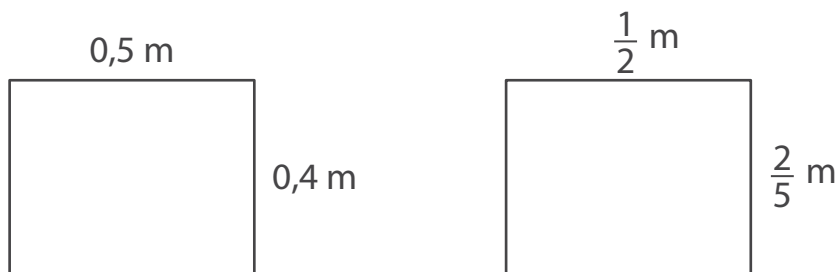


Er antall kanoer endret?
Hva er endret? Hvordan?

- c Endre tallet 146 i teksten slik at det blir flere kanoer med 4 personer enn med 2. Svar på spørsmålet i den nye oppgaven.

1.11

- a Hva er ulikt mellom måtene sidelengdene til rektanglene er skrevet på?



Finn omkretsen i desimeter.

- b Finn arealet. Hvilken måleenhet passer det å uttrykke det i?
- c Hva tror du vil skje med arealet til rektangelet dersom den ene siden dobles og den andre halveres? Hva med omkretsen? Sjekk svaret ved å regne ut.

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$$

1.12

- a Løs likningene.

i $3x + 8 = x + 40$

ii $5(y + 4) = 2(y + 40)$



iii $\frac{30 - z}{3} = 2$

iv $\frac{7}{39 - v} = 1$

- b Bruk svarene i a) og lag en kjede av ulikheter med brøkene $\frac{x}{y}$, $\frac{y}{z}$ og $\frac{z}{v}$.
- c Finn verdiene til uttrykkene.

i) $\frac{1}{x} + \frac{1}{v}$

ii) $\frac{1}{z} - \frac{1}{v}$

iii) $\frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

1.13

a Finn verdien til $\frac{7}{12} + \frac{3}{10}$ (vis utregning).

b Gjorde du slik?

$$\frac{7}{12} + \frac{3}{10} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5} + \frac{3 \cdot 6}{10 \cdot 6} = \frac{35}{60} + \frac{18}{60} = \frac{53}{60}$$

Hvilke tall er brøkene utvidet med?
Hvordan finner vi disse tallene?

Når vi skal utvide brøker slik at de får samme nevner, må vi finne ut hvilke tall nevnerne må multipliseres med for å få fellesnevner.

c Regn ut.

i $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$

iv $\frac{5}{8} - \frac{3}{10}$

vii $\frac{3}{20} + \frac{7}{30}$

x $\frac{3}{4} - \frac{6}{25}$

ii $\frac{1}{4} + \frac{7}{10}$

v $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

viii $\frac{7}{20} - \frac{8}{25}$

xi $\frac{1}{24} + \frac{7}{30}$

iii $\frac{5}{6} - \frac{2}{9}$

vi $\frac{4}{5} - \frac{3}{8}$

ix $\frac{5}{8} + \frac{7}{20}$

xii $\frac{3}{32} - \frac{3}{40}$

1.14

a Løs tekstoppgaven.

Stian gikk i 2 timer med en fart på 5 km/t. Deretter syklet han 1 time med en fart på 14 km/t. Finn gjennomsnittsfarten.



- b** Hvis du står fast, finn først hele strekningen Stian tilbakela. Hvor lang tid brukte han på denne strekningen?

- c** Sammenlikn tekstoppgaven over med denne:

Stian gikk i 2 timer med en fart på 5 km/t. Deretter syklet han 1 time med en fart på 14 km/t, og til slutt gikk han 1 time med en fart på 4 km/t. Finn gjennomsnittsfarten.

Tenk over om gjennomsnittsfarten i den nye oppgaven vil være større eller mindre enn i sted. Begrunn svaret.

Løs oppgaven og sjekk om du hadde rett.

1.15

- a** Regn ut og forkort hvis det er mulig.

$$\text{i} \quad \frac{1}{2} + \frac{2}{5}$$

$$\text{iv} \quad \frac{5}{8} - \frac{3}{10}$$

$$\text{vii} \quad \frac{11}{43} - \frac{5}{86}$$

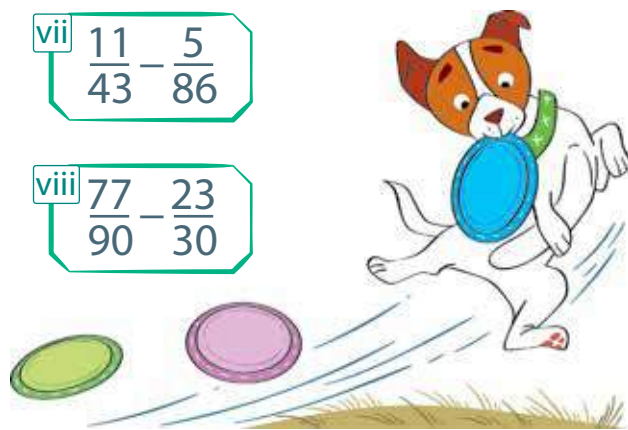
$$\text{ii} \quad \frac{11}{12} - \frac{2}{3}$$

$$\text{v} \quad \frac{9}{100} + \frac{4}{25}$$

$$\text{viii} \quad \frac{77}{90} - \frac{23}{30}$$

$$\text{iii} \quad \frac{3}{4} + \frac{3}{16}$$

$$\text{vi} \quad \frac{7}{30} + \frac{5}{12}$$



Strek under uttrykkene der den minste fellesnevneren er lik nevneren i én av brøkene. Hvilken egenskap har nevnerne i disse uttrykkene?

- b** Velg tall slik at den minste fellesnevneren er lik nevneren i den ene brøken. Regn ut.

$$\text{i} \quad \frac{1}{\square} + \frac{1}{20}$$

$$\text{iii} \quad \frac{5}{\square} - \frac{7}{36}$$

$$\text{v} \quad \frac{3}{128} + \frac{\square}{\square}$$

$$\text{vii} \quad \frac{4}{\square} + \frac{3}{\square}$$

$$\text{ii} \quad \frac{22}{75} + \frac{14}{\square}$$

$$\text{iv} \quad \frac{33}{112} + \frac{13}{\square}$$

$$\text{vi} \quad \frac{20}{13} - \frac{\square}{\square}$$

$$\text{viii} \quad \frac{9}{\square} - \frac{\square}{102}$$

1.16

- a Tegn to rettvinklede trekanter og finn summen av de spisse vinklene. Forventet du å få dette svaret? Begrunn.

Summen av de spisse vinklene i en rettvinklet trekant er 90° .

- b Hvor stor er de spisse vinklene i en rettvinklet trekant hvis:

- i) den ene er dobbelt så stor som den andre?
- ii) den ene er 20° større enn den andre?
- iii) den ene er en femdel så stor enn den andre?
- iv) den ene er 50° mindre enn den andre?



- c Tegn en av trekantene som beskrives i b).

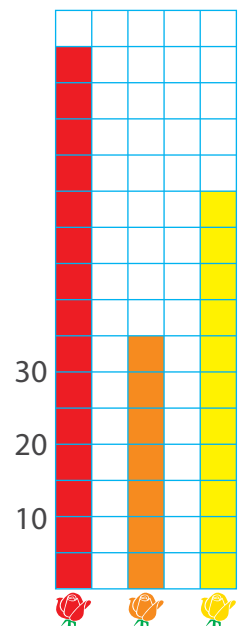
1.17

- a Fyll inn det som mangler – bruk diagrammet til høyre.

En blomsterbutikk hadde røde, oransje og gule roser. Det var ... røde roser, ... færre oransje roser, og ... så mange gule roser som det var røde og oransje til sammen. Hvor mange roser var det til sammen i butikken?

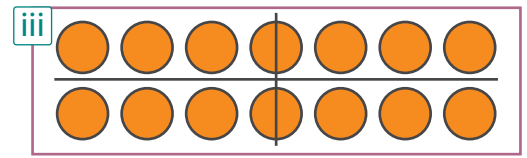
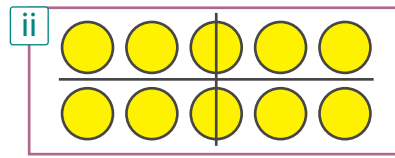
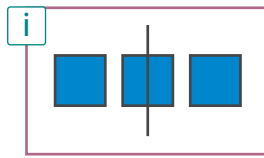
Løs oppgaven.

- b Blomsterselgeren vil lage buketter av alle rosene. Hvor mange buketter kan selgeren lage, og hvor mange roser blir til overs hvis antall roser i hver bukett skal være:



1.18

- a Lag kvotienter som passer til tegningene. Hva er verdiene til kvotientene?



- b Løs likningene og skriv svaret som **blandet tall**. (Husk: Et blandet tall er et tall som består av et helt tall og en ekte brøk.)

i $2x = 17$

iii $4z = 6$

v $15 : v = 2$

vii $15 : m = 10$

ii $2y = 99$

iv $4u = 26$

vi $18 : w = 4$

viii $30 : n = 12$

- c Lag to likninger til hvert punkt der den ukjente er en faktor i den ene likningen og en divisor i den andre, og der roten er:

i) $3\frac{1}{2}$

ii) et blandet tall som du velger selv.

1.19

- a Regn ut.

i $\frac{3}{10} + \frac{8}{15}$

iii $\frac{5}{12} - \frac{7}{30}$

v $\frac{3}{5} - \frac{7}{16}$

vii $\frac{10}{21} + \frac{15}{28}$

ii $\frac{3}{8} + \frac{3}{25}$

iv $\frac{5}{27} - \frac{1}{10}$

vi $\frac{11}{18} + \frac{2}{27}$

viii $\frac{4}{21} - \frac{3}{20}$

Strek under uttrykkene der den minste fellesnevneren er lik produktet av nevnerne i de to brøkene. Hvilken egenskap har nevnerne i disse uttrykkene?

- b** Velg tall slik at den minste fellesnevneren er lik produktet av de to nevnerne. Regn ut.

$$\text{i) } \frac{1}{6} + \frac{3}{\square}$$

$$\text{iii) } \frac{99}{100} - \frac{1}{\square}$$

$$\text{v) } \frac{15}{16} - \frac{2}{\square}$$

$$\text{vii) } \frac{11}{\square} + \frac{5}{\square}$$

$$\text{ii) } \frac{7}{10} - \frac{2}{\square}$$

$$\text{iv) } \frac{3}{\square} - \frac{4}{25}$$

$$\text{vi) } \frac{1}{\square} + \frac{10}{27}$$

$$\text{viii) } \frac{9}{\square} - \frac{8}{\square}$$

- c** Lag en sum og en differanse der:

- i) den ene nevneren er delelig med den andre.
 ii) **største felles faktor** for nevnerne er 1. (Husk: Største felles faktor for to tall a og b , er det største tallet som er både a og b er delelig med. Når største felles faktor er 1, sier vi at tallene er **relativt primiske**.)

Finn verdiene til uttrykkene.

1.20

- a** Les tekstoppgaven.

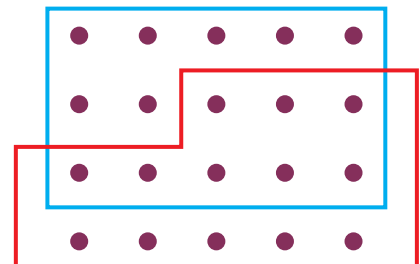
20 elever på 6. trinn har kjæledyr. De har enten hund eller katt eller begge deler. 15 elever har hund, og 13 elever har katt. Hvor mange elever har både hund og katt?

Hvis du legger sammen 15 og 13, får du et tall som er større enn antall elever. Hvorfor det, tror du?
 Hvilken mening gir uttrykket $(15 + 13) - 20$?
 Løs tekstoppgaven.



- b** Se på modellen og svar på spørsmålene.

- i) Hvor mange punkter er inni den røde figuren?
 ii) Hvor mange er inni den blå?
 iii) Hva er sammenhengen mellom modellen og oppgaveteksten?
 iv) Hva viser punktene som ligger innenfor både den røde og den blå figuren?



Løs tekstoppgaven på nytt ved hjelp av modellen. Sammenlikn de to løsningsstrategiene.

1.21

- a Har uttrykkene $24 : 6$ og $\frac{24}{6}$ samme verdi?

Vil uttrykkene $28 \cdot 45 : 36$ og $\frac{28 \cdot 45}{36}$ ha samme verdi? Sjekk ved å utføre regneoperasjonene.

- b Sammenlikn din løsning med følgende:

$$\frac{28 \cdot 45}{36} = \frac{(\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 7) \cdot (\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 5)}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}} = \frac{7 \cdot 5}{1} = 35$$

- c Regn ut ved å skrive som brøk og forkorte.

i $27 \cdot 50 : 54$

ii $36 \cdot 25 : 45$

iii $42 \cdot 64 : 112$

iv $90 \cdot 56 : 105$

1.22

- a Finn et tall som passer i ulikheten.

i) $\frac{1}{6} < x < \frac{1}{4}$

ii) $\frac{2}{9} < y < \frac{5}{12}$

iii) $\frac{10}{3} < z < \frac{18}{5}$

iv) $\frac{9}{4} < v < \frac{7}{3}$

- b Lag en dobbel ulikhet slik at:

i) $\frac{3}{4}$ passer, mens $\frac{1}{2}$ og 1 ikke passer.

ii) $\frac{1}{2}$ passer, mens 0 og $\frac{3}{4}$ ikke passer.

iii) 1 passer, mens $\frac{4}{5}$ og $\frac{5}{4}$ ikke passer.



1.23

a Prøv å regne ut $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{6}$.

b To elever startet slik:



Frida $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{6} = 3 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{6} = (3 + 2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = \dots$



Kenneth $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{6} = \frac{7}{2} + \frac{13}{6} = \dots$

Gjør ferdig utregningene deres og vis at svaret blir $5\frac{2}{3}$.

c Hva er ulikt mellom $3\frac{1}{2} + 2\frac{5}{6}$ og summen i a)?

Prøv å finne verdien til den nye summen ved å bruke begge strategiene i a).
Hva ble annerledes da du brukte Frida sin strategi?

Sjekk løsningen: $3\frac{1}{2} + 2\frac{5}{6} = (3 + 2) + \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6}\right) = 5 + \frac{8}{6} = 5 + 1 + \frac{2}{6} = 6\frac{1}{3}$

Algoritmer for å legge sammen blandede tall

Algoritme 1

Når vi skal legge sammen blandede tall, kan vi legge sammen heltall og brøker hver for seg. Hvis summen av brøkene blir en uekte brøk, finner vi heltallsverdien og legger denne sammen med de andre heltallene. Den ekte brøken som blir til overs, beholder vi og forkorter hvis vi kan.

Algoritme 2

Når vi skal legge sammen blandede tall, kan vi først gjøre tallene om til uekte brøker som vi så legger sammen. Deretter kan vi gjøre svaret om til et blandet tall.

d Regn ut.

$$\text{i} \quad 1\frac{4}{6} + 2\frac{1}{6}$$

$$\text{iv} \quad 4\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$$

$$\text{vii} \quad 3\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}$$

$$\text{ii} \quad 5\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4}$$

$$\text{v} \quad 5\frac{1}{3} + 6\frac{1}{6}$$

$$\text{viii} \quad 1\frac{3}{4} + 5\frac{1}{6}$$

$$\text{iii} \quad 3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{4}$$

$$\text{vi} \quad 2\frac{4}{5} + 1\frac{3}{10}$$

$$\text{ix} \quad 3\frac{3}{5} + 3\frac{2}{3}$$

1.24

a Hva er felles og hva er forskjellig for disse tekstoppgavene?

- I Nora syklet først 2 timer med en fart på 20 km/t. Deretter syklet hun 1 time med 30 km/t og 2 timer med 25 km/t. Hva var gjennomsnittsfarten?
- II Nora syklet først 2 timer med en fart på 20 km/t. Deretter tok hun en pause på 1 time, før hun syklet 2 timer med 25 km/t. Hva var gjennomsnittsfarten? (Pausen skal regnes med.)



I hvilken oppgave vil gjennomsnittsfarten være minst. Begrunn. Lag uttrykk som passer til oppgavene. Finn verdiene til uttrykkene.

b Hva må endres i opplysningene til den andre oppgaven hvis svaret skal kunne finnes ved hjelp av uttrykket $\frac{2 \cdot 20 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 25}{2 + 2 + 1}$? Løs den nye oppgaven.

c Lag en tekstoppgave der man skal finne en gjennomsnittsfart som er gitt ved uttrykket $\frac{3 \cdot 56 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 72}{\square}$.

Hvilket tall mangler i uttrykket? Løs den nye oppgaven.

1.25

- a Skriv ned likningene der roten vil være en brøk.

i $4a = 28$

iv $15 : d = 6$

vii $14k = 84$

x $72 : p = 36$

ii $4b = 14$

v $15e = 20$

viii $14m = 49$

xi $40 : q = 25$

iii $12 : c = 6$

vi $5f = 20$

ix $45 : n = 36$

xii $60 : r = 12$

Sjekk svaret ditt ved å løse likningene.

- b Endre et av tallene i likningen $4a = 28$ slik at roten til den nye likningen blir:

i $1\frac{3}{4}$

ii $9\frac{1}{2}$

- c Endre et av tallene i likningen $12 : c = 6$ slik at roten til den nye likningen blir et blandet tall der:

i brøken er $\frac{1}{2}$

ii heltallet er 2

1.26

- a To elever startet slik da de skulle finne verdien til $6\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6}$:

Elise $6\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} = \frac{25}{4} - \frac{17}{6} = \dots$

Martin $6\frac{1}{4} - 2\frac{5}{6} = 6\frac{3}{12} - 2\frac{10}{12} = 5 + \frac{15}{12} - 2 - \frac{10}{12} = (5 - 2) + \left(\frac{15}{12} - \frac{10}{12}\right) = \dots$

Hvorfor gjorde Martin $6\frac{3}{12}$ om til $5 + \frac{15}{12}$?
Gjør ferdig utregningene.

b Regn ut.

i $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3}$

iii $5\frac{1}{2} - 3\frac{3}{4}$

v $3\frac{1}{2} - 2\frac{3}{8}$

vii $4\frac{3}{8} - 1\frac{1}{12}$

ii $7\frac{3}{5} - 3\frac{4}{5}$

iv $8\frac{1}{6} - 4\frac{2}{3}$

vi $5\frac{3}{10} - 2\frac{2}{3}$

viii $13\frac{2}{5} - 2\frac{3}{4}$

c Finn et blandet tall som er slik at hvis du trekke dette tallet fra $5\frac{1}{10}$, så får du:

- i) en ekte brøk.
- ii) et blandet tall der heltallet er større enn 2.

d Finn et blandet tall som er slik at differansen mellom $12\frac{1}{6}$ og dette tallet blir et blandet tall der:

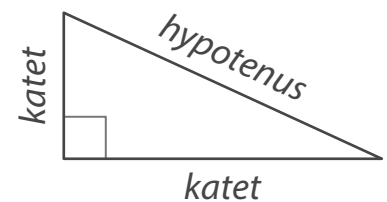
- i) heltallet er 3.
- ii) brøken er $\frac{1}{2}$.

1.27

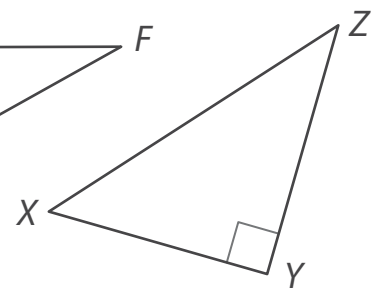
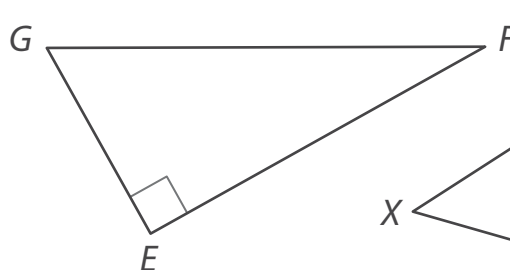
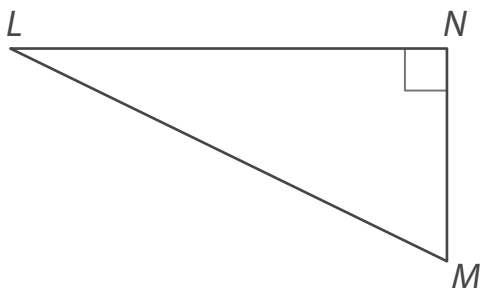
a Sidene i en rettvinklet trekant har egne navn.

Hva kan du si om **hypotenusen**?

Hva kan du si om **katetene**?



b Hva heter hypotenusen og katetene til disse trekantene?



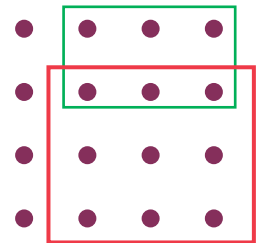
- c Tegn en rettvinklet trekant der katetene er 8 cm og 6 cm. Hvor lang ble hypotenusen? Skriv det på tegningen.

1.28

- a Sammenlikn tekstoppgavene. Hva er den vesentligste forskjellen mellom dem?
- I I en gruppe på 16 elever er det 10 som kan arabisk og 8 som kan fransk. Hvor mange elever kan begge språk hvis hver elev kan minst ett?
 - II I en annen gruppe på 16 elever er det 9 som kan tysk, 6 som kan spansk og 3 som kan begge språk. Hvor mange elever kan verken tysk eller spansk?



Hvilken av oppgavene passer modellen til høyre til?
Lag en modell som passer til den andre oppgaven.
Løs oppgavene ved hjelp av modellene.



- b Se hvordan to elever løste den ene oppgaven i a):

Kristian

$$9 + 6 = 15$$

$$15 - 3 = 12$$

$$16 - 12 = 4$$


Astrid

$$16 - (9 + 6 - 3) = 16 - 12 = 4$$

Hvilken oppgave er det Kristian og Astrid har løst? Forklar de to løsningsmetodene.

- c Endre den andre oppgaven slik at løsningen kan skrives slik: $18 - (9 + 8 - 4)$
Lag en modell som passer til den nye oppgaven og løs den.

1.29

- a Lag uttrykk som vil gi svar på følgende spørsmål:
- En bror er 13 år, og søsteren er 8 år. Hvor mye eldre er broren enn søsteren?
 - En grisunge veier 27 kg, og et lam veier 18 kg. Hvor mye lettere er lammet enn grisungen?
 - Den eldste broren er a år gammel og den yngste er b år. Hvor mye eldre er den eldste broren enn den yngste?



Finn verdiene til uttrykkene hvis det er mulig.

Finn verdier for a og b slik at svaret på det siste spørsmålet blir $3\frac{1}{2}$.

- b Finn ut hvor mye større eller mindre m er enn n i hvert tilfelle.

m	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{9}{14}$
n	$\frac{11}{12}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{23}{30}$	$\frac{5}{21}$	$\frac{17}{24}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{22}{35}$

1.30

- a Sammenlikn uttrykkene.

$$(6 \cdot 15) : (8 \cdot 10)$$

$$\frac{6 \cdot 15}{8 \cdot 10}$$

Vil uttrykkene ha samme verdi? Sjekk svaret ved å regne ut.

Gå tilbake til oppgave 1.21. Hvilke uttrykk ble sammenliknet der?

Hvordan kan man enklest finne verdien til uttrykkene som er skrevet med brøkestrek?

- b** Se hva **Emilie** har gjort og forklar hvordan hun har tenkt:



Emilie

$$(24 \cdot 30) : (25 \cdot 16) = \frac{24 \cdot 30}{25 \cdot 16} = \frac{(\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 3) \cdot (\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{5})}{(\cancel{5} \cdot 5) \cdot (\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2})} = \frac{3 \cdot 3}{5} = \frac{9}{5}$$

- c** Regn ut på en effektiv måte.

i $48 : (15 \cdot 16)$

iv $(39 \cdot 90) : (52 \cdot 36)$

ii $(32 \cdot 15) : (48 \cdot 45)$

v $(48 \cdot 63) : (54 \cdot 56)$

iii $56 : (42 \cdot 24)$

vi $(108 \cdot 126) : (162 \cdot 112)$

$$(a \cdot b) : n = \frac{a \cdot b}{n}$$

$$a : (m \cdot n) = \frac{a}{m \cdot n}$$

$$(a \cdot b) : (m \cdot n) = \frac{a \cdot b}{m \cdot n}$$

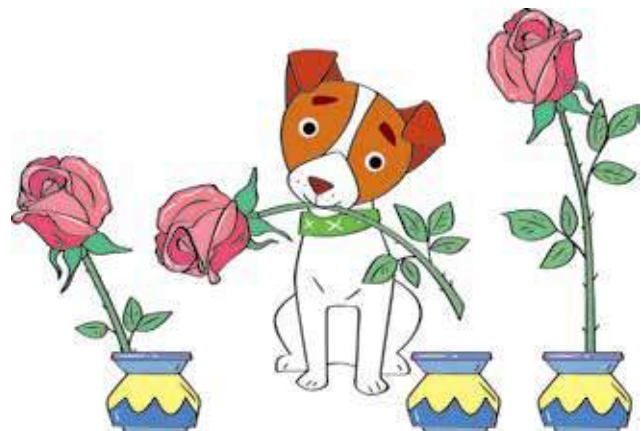
1.31

- a** Finn et blandet tall som passer i ulikheten.

i) $\frac{3}{2} < x < \frac{9}{4}$ **ii)** $\frac{11}{4} < y < \frac{23}{8}$ **iii)** $\frac{47}{10} < z < \frac{73}{15}$ **iv)** $\frac{65}{12} < v < \frac{50}{9}$

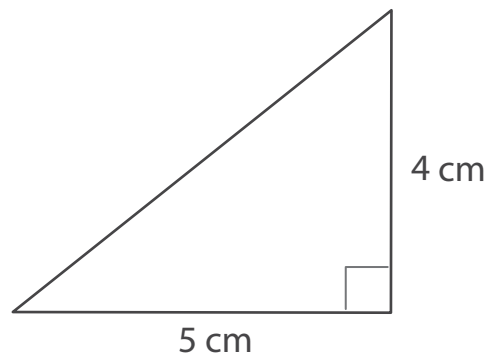
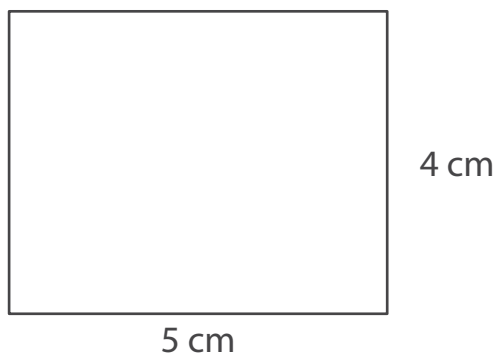
- b** Lag en dobbel ulikhet slik at:

- i)** $2\frac{1}{2}$ passer, mens 2 og 3 ikke passer.
ii) $1\frac{1}{3}$ passer, mens $\frac{10}{9}$ og $\frac{8}{5}$ ikke passer.
iii) $5\frac{9}{10}$ passer, mens $\frac{23}{4}$ og 6 ikke passer.



1.32

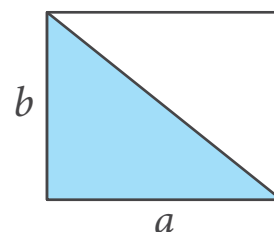
- a Finn arealet av rektangelet.



Hvordan kan du finne arealet av den rettvinklede trekanten?

- b La a og b være lengdene til katetene i en rettvinklet trekant, og la A være arealet.

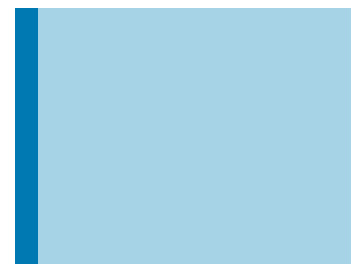
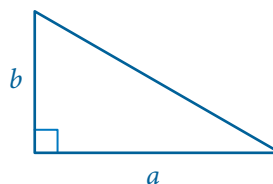
Lag en formel for hvordan du kan finne arealet av trekanten. Du kan bruke tegningen til høyre hvis du trenger det.



Arealet av en rettvinklet trekant

$$A = a \cdot b : 2$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$



- c Finn arealet av en rettvinklet trekant der katetene er:

i 8 cm og 5 cm

ii $\frac{1}{2}$ m og 15 dm

iii $1\frac{1}{2}$ m og 800 m



Bruk de måleenhetene du synes passer best.

Hjernetrim

1 Hvor mye større er verdien til b enn verdien til a ?

$$\text{a) } a = 1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$$

$$\text{b) } b = 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} + \dots + 99\frac{1}{2} + 100\frac{1}{2}$$

Finn verdiene til a og b .

2 Regn ut.

$$\text{a) } 1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4} + \dots + 79\frac{1}{4} + 80\frac{1}{4}$$

$$\text{c) } \frac{1}{75} + \frac{2}{75} + \frac{3}{75} + \dots + \frac{49}{75} + \frac{50}{75}$$

$$\text{b) } 1\frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} + 3\frac{3}{4} + \dots + 79\frac{3}{4} + 80\frac{3}{4}$$

$$\text{d) } \frac{1}{288} + \frac{3}{288} + \frac{5}{288} + \dots + \frac{21}{288} + \frac{23}{288}$$

3 a) Finn et mønster.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$$

b) Lag en sum av samme type som over, slik at verdien blir:

$$\text{i) } \frac{127}{128}$$

$$\text{ii) } \frac{511}{512}$$

4 Fyll inn tall som passer.

$$\text{a) } \frac{2}{\square} + \frac{7}{\square} = \frac{8+21}{12}$$

$$\text{d) } \frac{5}{\square} + \frac{\square}{33} = \frac{\square+40}{66} = \frac{5}{\square}$$

$$\text{b) } \frac{7}{18} + \frac{\square}{24} = \frac{\square+39}{\square}$$

$$\text{e) } \frac{\square}{25} + \frac{11}{\square} = \frac{48+55}{150}$$

$$\text{c) } \frac{\square}{16} - \frac{\square}{20} = \frac{35-12}{\square}$$

$$\text{f) } \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} = \frac{31}{32}$$

5 a) Sjekk at likhetene er sanne.

$$\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

Ser du et mønster? Hvilket?

b) Bruk mønsteret du fant i a) til å finne verdien til disse uttrykkene.

$$\text{i) } \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{39 \cdot 40}$$

$$\text{iii) } \frac{1}{10 \cdot 11} + \frac{1}{11 \cdot 12} + \frac{1}{12 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50}$$

$$\text{iv) } \frac{1}{100 \cdot 101} + \frac{1}{101 \cdot 102} + \dots + \frac{1}{999 \cdot 1000}$$

6 Regn ut.

$$\text{a) } \frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2}{49 \cdot 51}$$

$$\text{b) } \frac{2}{25 \cdot 27} + \frac{2}{27 \cdot 29} + \frac{2}{29 \cdot 31} + \dots + \frac{2}{73 \cdot 75}$$

$$\text{c) } \frac{3}{1 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{3}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{3}{34 \cdot 37}$$

$$\text{d) } \frac{5}{2 \cdot 7} + \frac{5}{7 \cdot 12} + \frac{5}{12 \cdot 17} + \dots + \frac{5}{67 \cdot 72}$$

7 a) Sjekk at likhetene er sanne.

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{28} + \frac{1}{21} = \frac{1}{12}$$

En **stambrok** er en brøk der telleren er 1 og nevneren er et naturlig tall.

b) Skriv disse brøkene som en sum av to stambroker.

$$\text{i) } \frac{1}{10}$$

$$\text{iii) } \frac{1}{15}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{14}$$

$$\text{iv) } \frac{1}{20}$$

Test deg selv

1 Regn ut.

a $\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$

b $\frac{1}{3} - \frac{2}{9}$

c $\frac{11}{12} - \frac{5}{6}$

d $\frac{5}{12} - \frac{3}{8}$

e $\frac{4}{15} - \frac{9}{10}$

2 Regn ut.

a $4\frac{3}{5} + 3\frac{1}{5}$

c $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{6}$

e $2\frac{3}{5} + 1\frac{7}{10}$

g $1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{2}$

b $5\frac{7}{8} - 2\frac{3}{8}$

d $3\frac{1}{5} - 1\frac{4}{5}$

f $4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{4}$

h $4 - 1\frac{11}{12} - 1\frac{3}{8}$

3 Lag en sum av to brøker slik at verdien til summen blir:

a 3

b $1\frac{4}{5}$

c $\frac{7}{12}$

d $5\frac{1}{12}$

4 Lag en differanse mellom to blandede tall slik at verdien til differansen blir:

a 4

b $\frac{1}{4}$

c $1\frac{1}{3}$

d $10\frac{1}{2}$

5 En buss kjørte først i 1 time med en fart på 72 km/t og deretter i 2 timer med 54 km/t. Finn gjennomsnittsfarten.

6 Kalle gikk i 3 timer med en fart på 5 km/t. Så hvilte han i 2 timer, før han gikk i 4 timer med en fart på 3 km/t. Finn gjennomsnittsfarten. (Pausen skal regnes med.)

7 Løs likningene.

a $2x = 21$

b $31 : y = 2$

c $3z = 34$

d $35 : u = 20$

8 I en trekant ABC er $\angle A = 75^\circ$ og $\angle B = 45^\circ$. Hvor stor er $\angle C$?

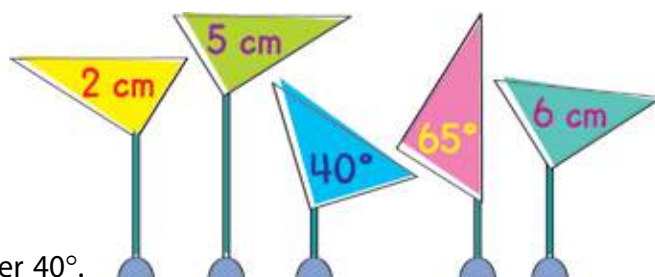
9 I en trekant KLM er $\angle K = \angle L$ og $\angle M = 36^\circ$. Hvor stor er $\angle K$ og $\angle L$?

10 Tegn en rettvinklet trekant der:

a) en av vinklene er 65° .

b) katetene er 2 cm og 5 cm.

c) hypotenusen er 6 cm og en av vinklene er 40° .



11 Finn arealet av en rettvinklet trekant hvis katetene er:

a 6 cm og 4 cm

b 5 dm og 25 cm



2

Multiplikasjon og divisjon med brøk og helt tall



2.1

a Regn ut.

$$\text{i} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\text{ii} \quad \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

Hvilken regneoperasjon kan gjentatt addisjon byttes ut med? Bytt ut regneoperasjonen og skriv ned likheter som passer.

b Regn ut.

$$\text{ii} \quad 9 \cdot \frac{1}{3}$$

$$\text{ii} \quad 8 \cdot \frac{5}{6}$$

$$\text{iii} \quad 6 \cdot \frac{7}{2}$$

Sander gjorde det slik: $9 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5+5+5+5+5+5+5+5+5}{6} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}} \cdot 5}{\underset{2}{\cancel{6}}} = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2}$

$$6 \cdot \frac{7}{2} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \cdot 7}{\underset{1}{\cancel{2}}} = 21$$

Er det han gjorde riktig? Begrunn.
Hvordan kan vi multiplisere et helt tall med en brøk?

Når vi skal multiplisere et helt tall med en brøk, multipliserer vi det hele tallet med telleren og beholder nevneren.

$$a \cdot \frac{m}{n} = \frac{a \cdot m}{n}$$

c Regn ut.

$$\text{i} \quad 6 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\text{iii} \quad 10 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\text{v} \quad 15 \cdot \frac{5}{6}$$

$$\text{vii} \quad 6 \cdot \frac{2}{9}$$

$$\text{ix} \quad 12 \cdot \frac{3}{8}$$

$$\text{ii} \quad 20 \cdot \frac{1}{4}$$

$$\text{iv} \quad 12 \cdot \frac{3}{4}$$

$$\text{vi} \quad 5 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\text{viii} \quad 27 \cdot \frac{7}{9}$$

$$\text{x} \quad 48 \cdot \frac{11}{12}$$

2.2

- a Løs tekstoppgaven.

Familien Hansen padlet 112 km på tre dager. Den første dagen padlet de halvparten så langt som den andre dagen og 16 km kortere enn den tredje dagen. Hvor langt padlet de hver dag?

- b Familien brukte 6 timer den første dagen, 6 timer den andre dagen og 8 timer den tredje dagen. Hvor fort padlet de hver dag?

- c Finn gjennomsnittsfarten ved å lage et uttrykk som passer. Skriv svaret som blandet tall.



2.3

- a Regn ut.

$$\text{i} \quad 1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{iii} \quad \frac{11}{12} - \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4} \right)$$

$$\text{v} \quad \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} \right)$$

$$\text{ii} \quad 2 - \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{iv} \quad \frac{1}{2} - \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{16} \right)$$

$$\text{vi} \quad \frac{7}{10} - \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{5} \right) - \frac{4}{15}$$

- b Bruk parenteser til å forandre rekkefølgen på regneoperasjonene i dette uttrykket, slik at verdien blir større enn 1.

$$\frac{9}{8} - \frac{7}{6} - \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$$

Sjekk svaret ved å regne ut.

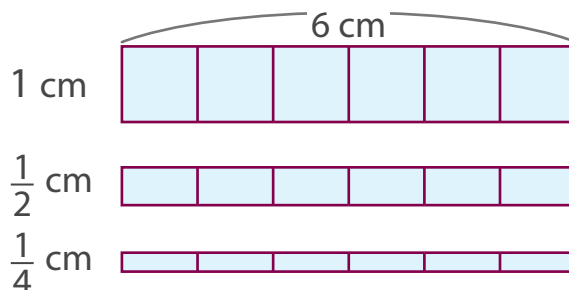
- c Bruk parenteser til å forandre rekkefølgen på regneoperasjonene, slik at verdien blir $\frac{1}{12}$.

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{4} - \frac{3}{10} + \frac{1}{6}$$

Sjekk svaret ved å regne ut.

2.4

- a Sammenlikn arealene av disse rektanglene.



Bruk tegningene til å finne verdiene til $\frac{1}{2} \cdot 6$ og $\frac{1}{4} \cdot 6$.

- b Lag liknende tegninger som illustrerer disse likhetene:

i) $\frac{3}{2} \cdot 4 = 6$

ii) $\frac{2}{3} \cdot 6 = 4$

iii) $\frac{4}{5} \cdot 10 = 8$

- c Regn ut.

i) $\frac{2}{3} \cdot 27$

iii) $\frac{5}{6} \cdot 16$

v) $\frac{5}{7} \cdot 84$

vii) $\frac{11}{15} \cdot 3$

ii) $10 \cdot \frac{3}{4}$

iv) $75 \cdot \frac{3}{5}$

vi) $84 \cdot \frac{7}{12}$

viii) $\frac{9}{16} \cdot 40$

- d Finn et naturlig tall k slik at verdien til $k \cdot \frac{5}{6}$ blir:

i) et naturlig tall

ii) et blandet tall der heltallet er 4

iii) et blandet tall der brøken er $\frac{1}{2}$

- e Lag oppgaver som passer til uttrykkene.

i) $\frac{7}{30} \cdot m$

ii) $n \cdot \frac{25}{8}$

La en medelev løse oppgavene.

2.5

- a Løs tekstoppgaven.

Et tog kjørte i 4 timer med en gjennomsnittsfart på 55 km/t. De første tre timene var farten 50 km/t. Hvor fort kjørte toget den siste timen?

- b Hvis du står fast, finn først ut hvor langt toget kjørte på de 4 timene. Finn deretter ut hvor langt toget kjørte den siste timen.



- c Endre opplysningene slik at toget vil måtte kjøre fortere enn 70 km/t den siste timen.
- d Lag en oppgave der man skal finne farten på en del av en strekning. Løs den nye oppgaven.

2.6

- a Regn ut.

i $3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{8} - 1\frac{1}{4}$

ii $1\frac{1}{2} - \left(3\frac{4}{5} - 2\frac{9}{10}\right)$

iii $2\frac{1}{3} - \left(10\frac{1}{2} - 7\frac{5}{6} - 1\frac{7}{12}\right)$

- b Bruk parenteser til å forandre rekkefølgen på regneoperasjonene i dette uttrykket, slik at verdien til uttrykket blir større enn 1.

$$1\frac{1}{12} - \frac{7}{10} - \frac{5}{8}$$

Sjekk svaret ved å regne ut.

- c Sett inn pluss eller minus slik at verdien til uttrykket blir $\frac{1}{8}$.

$$3\frac{1}{4} \square \left(2\frac{1}{2} \square \frac{5}{8}\right)$$

2.7

a Regn ut.

i $\frac{7}{2} \cdot 4$

ii $6 \cdot \frac{9}{4}$

iii $\frac{23}{10} \cdot 15$

b Hva er forskjellen mellom disse uttrykkene og de i a)?

i $3\frac{1}{2} \cdot 4$

ii $6 \cdot 2\frac{1}{4}$

iii $2\frac{3}{10} \cdot 15$

Vil verdiene være like? Begrunn.

c To elever startet slik da de skulle finne verdien til $2\frac{3}{10} \cdot 15$:



Jørgen $2\frac{3}{10} \cdot 15 = \left(2 + \frac{3}{10}\right) \cdot 15 = 2 \cdot 15 + \frac{3}{10} \cdot 15 = \dots$

Tonje $2\frac{3}{10} \cdot 15 = \frac{23}{10} \cdot 15 = \dots$

Forklar hvordan de har tenkt og gjør ferdig begge løsningene.

d Finn verdiene til uttrykkene.

i $2\frac{1}{2} \cdot 5$

iii $1\frac{2}{5} \cdot 15$

v $2\frac{3}{8} \cdot 20$

vii $14 \cdot 2\frac{4}{7}$

ii $3\frac{3}{4} \cdot 16$

iv $4\frac{5}{6} \cdot 9$

vi $18 \cdot 1\frac{5}{12}$

viii $34 \cdot 3\frac{5}{17}$

e Finn et naturlig tall m slik at verdien til $2\frac{5}{8} \cdot m$ blir:

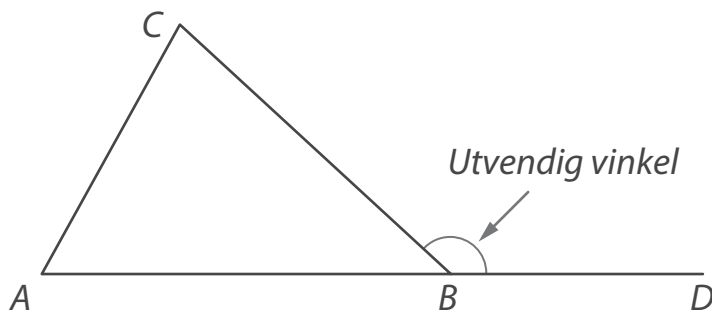
i større enn 20, men mindre enn 30

ii et blandet tall der heltallet er 10

iii et blandet tall der brøken er $\frac{1}{4}$

2.8

- a Se på tegningen. Hva er spesielt med $\angle DBC$?



Vi sier at $\angle DBC$ er en **utvendig vinkel** til trekant ABC. Hvorfor tror du den kalles det?

En **utvendig vinkel** til en mangekant er en vinkel du får hvis du forlenger en side forbi et hjørne, dvs. det er en nabovinkel til en vinkel i mangekanten.

(Husk: To vinkler som sammen danner en vinkel på 180° kalles **nabovinkler**.)

- b Tegn en vilkårlig trekant. Lag en utvendig vinkel ved hvert hjørne. Marker de utvendige vinklene med vinkeltegn.
- c En trekant har en utvendig vinkel som er spiss. Avgjør om trekanten er spissvinklet, rettvinklet eller stumpvinklet. Tegn en slik trekant.

- d Tegn en trekant slik at:

- i) en av de utvendige vinklene er rett.
ii) alle de utvendige vinklene er stump.

Hva slags type trekanter fikk du?



- e Hva kan du si om en trekant hvis alle de utvendige vinklene er like store? Tegn en slik trekant.

2.9

a Løs tekstoppgaven.

Arne brukte 6 timer på å gå 27 km, mens Kari brukte 4 timer på å gå 19 km. Hvem gikk fortest?

b Hvor langt ville Arne gått hvis han hadde gått i 8 timer med den samme farten som i sted? Hvor langt ville Kari gått hvis hun hadde gått i 6 timer med den samme farten?

c Lag to oppgaver som handler om bevegelse der den ene kan løses ved hjelp av uttrykket $45 : 30$ og den andre kan løses ved hjelp av uttrykket $1\frac{3}{4} \cdot 20$. Løs oppgavene.

2.10

a Avgjør, uten regne ut, om verdiene til uttrykkene blir naturlige tall. Begrunn.

i) $2\frac{5}{8} \cdot 72$

ii) $22 \cdot 3\frac{3}{4}$

iii) $2\frac{7}{12} \cdot 42$

iv) $4\frac{8}{15} \cdot 90$

Sjekk svaret ved å regne ut.

b Sett inn naturlige tall slik at verdiene også blir naturlige tall.

i) $\frac{3}{4} \cdot \square$

iv) $\frac{7}{9} \cdot \square$

vii) $3\frac{5}{14} \cdot \square$

ii) $\frac{7}{8} \cdot \square$

v) $1\frac{3}{5} \cdot \square$

viii) $4\frac{7}{18} \cdot \square$

iii) $\frac{5}{6} \cdot \square$

vi) $2\frac{11}{12} \cdot \square$

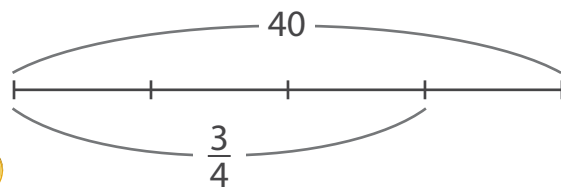
ix) $\frac{17}{25} \cdot \square$

Sjekk svaret ved å regne ut.

2.11

- a Løs tekstopp-gaven – bruk en av modellene nedenfor hvis du trenger det.

Ingunn hadde 40 kroner. Hun brukte $\frac{3}{4}$ av pengene til å kjøpe en sjokolade. Hvor mye kostet sjokoladen?



- b To elever løste opp-gaven slik:

Simen

$$40 : 4 = 10 \text{ (kr)}$$

$$3 \cdot 10 = 30 \text{ (kr)}$$



Eirin

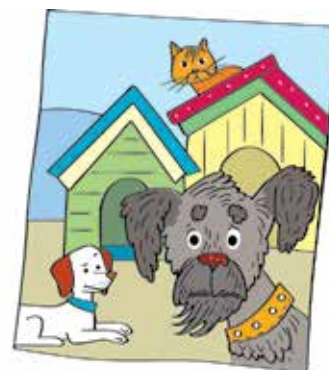
$$\frac{3}{4} \cdot 40 = 30 \text{ (kr)}$$

Forklar hvordan de tenkte.

Å finne en brøkdel av et tall er det samme som å multiplisere brøken med tallet.

- c Løs tekstopp-gavene.

- I I et dyrepensjonat er det 12 dyr. $\frac{2}{3}$ av dyrene er hunder. Hvor mange hunder er det i dyrepensjonatet?
- II Et fotballag spilte 52 kamper i løpet av en sesong. De vant $\frac{7}{13}$ av kampene. Hvor mange kamper vant laget?



- d Lag en egen opp-gave der man må finne en brøkdel av et tall. La en medelev løse opp-gaven.



2.12

a Løs oppgaven.

I en klasse er det 17 elever som liker å gå på ski og 15 som liker å spille sjakk. Det er 8 som både liker å gå på ski og å spille sjakk og 2 som ikke liker noen av delene. Hvor mange elever er det i klassen?

Prøv å finne en annen måte å løse oppgaven på.

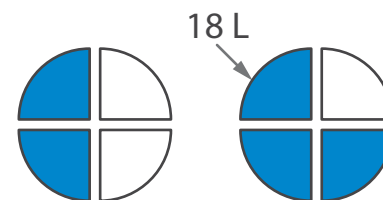
- b
- Hvor mange elever liker å gå på ski, men ikke å spille sjakk?
 - Hvor mange elever liker å spille sjakk, men ikke å gå på ski?



2.13

a Løs tekstoppgaven – bruk modellen hvis du trenger det.

En bonde kjøpte to like tønner med parafin. Hun brukte halvparten av parafinen i den ene tønne og $\frac{1}{4}$ av parafinen i den andre. Etterpå var det 18 L mer parafin i den ene tønne enn i den andre. Hvor mange liter var det plass til i hver tønne?



- b Emil har et akvarium som rommer like mye som de to tønnene til sammen. Akvariet har form som en eske. Hva kan lengden, bredden og høyden være?



c Hvor mye vann må man fylle i akvariet hvis man skal fylle:

i $\frac{2}{3}$ av volumet?

ii $\frac{5}{8}$ av volumet?

iii $\frac{7}{12}$ av volumet?

2.14

a Løs likningene.

$$\text{i) } \frac{1}{6} + x = \frac{3}{4}$$

$$\text{iii) } 1\frac{1}{2} - z = \frac{3}{5}$$

$$\text{v) } 4\frac{1}{4} - v = 3\frac{7}{10}$$

$$\text{ii) } y - \frac{13}{21} = \frac{9}{14}$$

$$\text{iv) } 2\frac{1}{3} + u = 3\frac{5}{6}$$

$$\text{vi) } w - 2\frac{3}{4} = 2\frac{2}{3}$$

b Lag en likning med løsning:

i) $\frac{1}{3}$

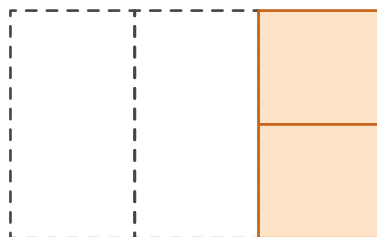
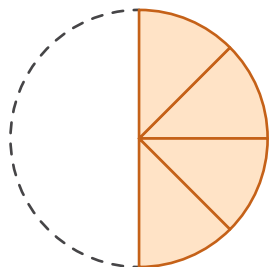
ii) $\frac{5}{8}$

iii) $\frac{8}{15}$

2.15

a Løs tekstoppgavene – bruk modellene hvis du trenger det.

- I En halv kake ble delt i 4 like store deler. Hvor stor del av hele kaken utgjør hver del?
- II En tredel av en kake er delt i 2 like store deler. Hvor stor del av hele kaken utgjør hver del?



b Lag tekstoppgaver som kan løses ved hjelp av disse uttrykkene:

$$\text{i) } \frac{1}{2} : 3$$

$$\text{ii) } \frac{1}{6} : 2$$

$$\text{iii) } \frac{1}{4} : 4$$

Løs oppgavene ved å lage passende modeller.

c) Hvor mange ganger større er verdien til det første uttrykket enn verdien til det andre?

i) $\frac{3}{4} : 2$ og $\frac{1}{4} : 2$

ii) $\frac{2}{3} : 4$ og $\frac{1}{3} : 4$

iii) $\frac{5}{6} : 3$ og $\frac{1}{6} : 3$

Sjekk svaret ved å finne verdiene til uttrykkene.

d) Regn ut.

i) $\frac{1}{8} : 2$

iii) $\frac{1}{5} : 4$

v) $\frac{3}{10} : 6$

ii) $\frac{3}{8} : 2$

iv) $\frac{4}{5} : 4$

vi) $\frac{5}{12} : 3$

2.16

a) Løs oppgaven aritmetisk.

Morten gikk i to timer med en fart på 6 km/t. Så tok han en matpause, før han gikk videre i tre timene med en fart på 4 km/t. Gjennomsnittsfarten på hele turen (inkludert pausen) var 4 km/t. Hvor lang var pausen?



b) Hvis du står fast, tenk over hvordan denne formelen kan hjelpe deg til å finne ut hvor lenge hele turen varte:

$$\text{gjennomsnittsfart} = \frac{\text{strekning}}{\text{tid}}$$

c) Hva ville gjennomsnittsfarten på turen vært hvis Morten i stedet for å ta pause, hadde brukt tiden til å padle med en fart på 12 km/t?

d) Lag en egen oppgave med gjennomsnittsfart. La en medelev løse den.

2.17

- a Finn verdiene til u , v og w .

$$u = 2\frac{1}{4} - \left(3\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}\right)$$

$$w = 8\frac{1}{2} - \left(5\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}\right) - 5\frac{1}{4}$$

$$v = \left(3\frac{7}{10} - \frac{1}{5} + 5\frac{1}{2}\right) : 18$$

- b Bruk svarene du fikk og sett inn pluss eller minus slik at likhetene blir sanne.

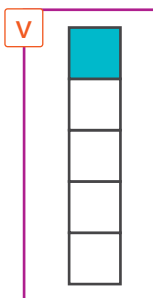
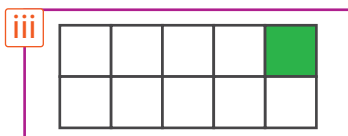
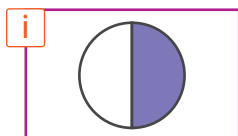
i $v \square u = \frac{1}{12}$

ii $w \square u = \frac{1}{3}$

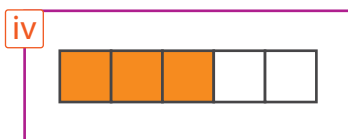
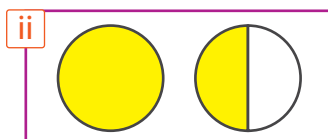
iii $u \square v \square w = \frac{1}{6}$

2.18

- a Skriv ned tall fra rammen som passer til de fargelagte delene av hver figur.



$1\frac{1}{2}$	0,1	$\frac{1}{2}$	0,6
1,5	$\frac{1}{5}$	0,2	$\frac{3}{5}$
0,5	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{2}$	



- b Hvilke av tallene i rammen har samme verdi? Lag likheter.

- c Regn ut.

i $\frac{1}{2} \cdot 6$

iii $1\frac{1}{2} \cdot 4$

v $\frac{1}{10} \cdot 30$

vii $0,2 \cdot 15$

ix $2,5 \cdot 8$

ii $6 \cdot 0,5$

iv $1,5 \cdot 4$

vi $0,1 \cdot 40$

viii $0,6 \cdot 25$

x $3,5 \cdot 12$

2.19

- a To elever gjorde slik da de skulle dele $\frac{9}{10}$ med 3:



Oskar

$$\frac{9}{10} : 3 = \frac{9}{10 \cdot 3} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

Silje

$$\frac{9}{10} : 3 = \frac{9:3}{10} = \frac{3}{10}$$



Forklar hva de har gjort.
Er det de har gjort riktig? Begrunn.

- b Prøv å bruke begge metodene i punkt a) for å regne ut $\frac{9}{10} : 4$.

Fikk du det til?
Hvorfor passer ikke metoden til Silje i dette tilfellet?

- c Anta at brøken $\frac{t}{n}$ skal deles med et naturlig tall a . Skriv ned resultatet som en brøk.

Når vi skal dele en brøk med et tall, kan vi enten gange nevneren med tallet eller dele telleren med tallet.

$$\frac{t}{n} : a = \frac{t}{n \cdot a}$$

$$\frac{t}{n} : a = \frac{t:a}{n}$$

- d Regn ut.

i $\frac{3}{8} : 3$

iv $\frac{4}{5} : 2$

vii $\frac{6}{7} : 9$

x $\frac{25}{11} : 10$

ii $\frac{3}{8} : 4$

v $\frac{4}{5} : 8$

viii $\frac{3}{5} : 15$

xi $\frac{32}{21} : 16$

iii $\frac{9}{10} : 6$

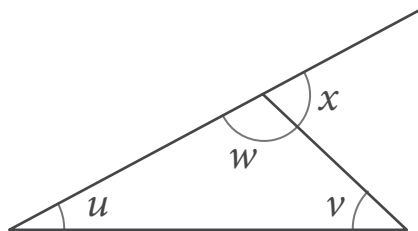
vi $\frac{16}{7} : 8$

ix $\frac{9}{7} : 12$

xii $\frac{21}{32} : 14$

2.20

- a Hvilken av vinklene på tegningen er en utvendig vinkel til trekanten?



Hva slags type vinkler er w og x ?

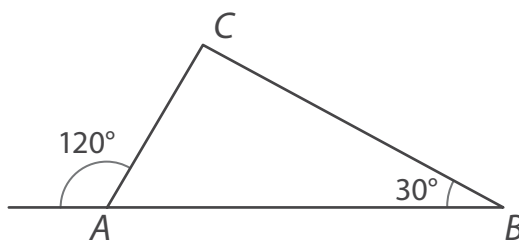
Hvor stor er summen av to nabovinkler?

Lag en likhet som viser sammenhengen mellom $\angle u$, $\angle v$ og $\angle w$.

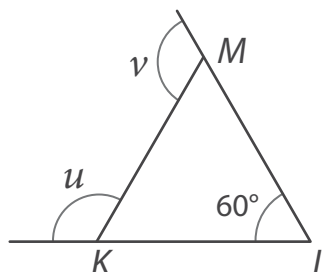
- b Bruk likhetene $\angle w + \angle x = 180^\circ$ og $\angle u + \angle v + \angle w = 180^\circ$ til å vise at $\angle x = \angle u + \angle v$.

En utvendig vinkel ved det ene hjørnet i en trekant er lik summen av vinklene ved de to andre hjørnene.

- c Hvor stor er $\angle A$ og $\angle C$ i trekanten?



- d Trekant KLM er likesidet. Hvor stor er $\angle u$ og $\angle v$?



- e Lag en oppgave der man skal finne en utvendig vinkel til en trekant. La en medelev løse den.

2.21

- a Løs tekstoppgaven. Lag en modell hvis du trenger det.
En hannkatt og en hunnkatt veier 8 kg til sammen. Hannkatten er 1 kg tyngre enn hunnkatten. Hvor mye veier hver katt?
- b De to kattene har en kattunge. Moren er 7 ganger tyngre enn ungen. Hvor mange ganger tyngre er faren enn ungen?
- c Løs tekstoppgaven.
Ei uke brukte Trym 3 timer på leksene i matematikk og norsk. Han brukte en halv time mer på matematikken enn på norsken. Hvor lang tid brukte Trym på hvert fag?



2.22

- a Skriv hvert uttrykk som brøk. Forkort brøken og skriv svaret som blandet tall.

$$\text{i} \quad (48 \cdot 54) : (72 \cdot 120)$$

$$\text{iii} \quad (42 \cdot 160) : (63 \cdot 32)$$

$$\text{ii} \quad (144 \cdot 90) : (64 \cdot 81)$$

$$\text{iv} \quad (288 \cdot 216) : (243 \cdot 256)$$

$$(a \cdot b) : (c \cdot d) = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$$

- b Erstatt bokstavene i uttrykket $(a \cdot b) : (c \cdot d)$ med flersifrede tall slik at verdien til uttrykket blir:

$$\text{i} \quad 1 \frac{1}{2}$$

$$\text{ii} \quad 2 \frac{1}{2}$$

$$\text{iii} \quad 1 \frac{3}{4}$$

2.23

a Regn ut.

i $\frac{3}{2} : 2$

ii $\frac{8}{3} : 4$

iii $\frac{15}{4} : 3$

b Hva er forskjellen mellom disse uttrykkene og de i a)?

i $1\frac{1}{2} : 2$

ii $2\frac{2}{3} : 4$

iii $3\frac{3}{4} : 3$

Vil verdiene være like? Begrunn.

c To elever starte slik da de skulle dele $3\frac{3}{4}$ med 3:

Aurora $3\frac{3}{4} : 3 = \left(3 + \frac{3}{4}\right) : 3 = 3 : 3 + \frac{3}{4} : 3 = \dots$

Einar $3\frac{3}{4} : 3 = \frac{15}{4} : 3 = \dots$

Forklar hvordan de tenkte og gjør ferdig begge løsningene.

d Regn ut på den måten du synes er best.

i $2\frac{4}{5} : 2$

iv $7\frac{1}{2} : 5$

vii $6\frac{1}{3} : 3$

ii $2\frac{1}{2} : 4$

v $8\frac{2}{5} : 2$

viii $2\frac{5}{8} : 7$

iii $4\frac{1}{2} : 3$

vi $3\frac{3}{4} : 5$

ix $6\frac{2}{5} : 16$

2.24

a Løs tekstoppgavene.

- I en klasse med 24 elever er det 10 elever som har vært i Bergen, 13 som har vært i Oslo og 5 som har vært begge steder. Hvor mange elever har verken vært i Bergen eller i Oslo?
- Amir skrev ned 7 naturlige tall. Fire av tallene var partall, to var delelig med 3 og ett var delelig med 6. Hvor mange av tallene var verken delelig med 2 eller 3?



b Gi eksempel på hvilke sju tall Amir kan ha skrevet.

c Lag en oppgave som likner på oppgave II). La en medelev løse oppgaven.

2.25

a Sett inn tall slik at likhetene blir sanne.

$$\text{i} \quad \frac{1}{2} : \square = \frac{1}{4}$$

$$\text{ii} \quad \frac{1}{2} : \square = \frac{1}{8}$$

$$\text{iii} \quad \frac{1}{3} : \square = \frac{1}{9}$$

$$\text{iv} \quad \frac{1}{5} : \square = \frac{1}{20}$$

Sjekk svaret ved hjelp av multiplikasjon.

Hvis $a : b = c$, så er $b \cdot c = a$.

b Sett inn tall slik at likhetene blir sanne.

$$\text{i) } \frac{3}{4} : \square = \frac{1}{8}$$

$$\text{ii) } \frac{4}{9} : \square = \frac{2}{27}$$

Camilla begynte slik: i) $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$

$$\text{ii) } \frac{4}{9} = \frac{12}{27}$$



Hvordan tror du tenkte hun?
Fullfør tankegangen til Camilla og finn divisorene i likhetene.

c Sett inn tallene som mangler.

$$\text{i) } \frac{1}{4} : \square = \frac{1}{12}$$

$$\text{v) } \frac{4}{5} : \square = \frac{1}{10}$$

$$\text{ix) } \frac{2}{5} : \square = \frac{1}{80}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{3} : \square = \frac{1}{15}$$

$$\text{vi) } \frac{5}{8} : \square = \frac{1}{16}$$

$$\text{x) } \frac{11}{12} : \square = \frac{1}{48}$$

$$\text{iii) } \frac{1}{6} : \square = \frac{1}{36}$$

$$\text{vii) } \frac{7}{10} : \square = \frac{1}{30}$$

$$\text{xi) } \frac{6}{11} : \square = \frac{3}{22}$$

$$\text{iv) } \frac{2}{3} : \square = \frac{1}{6}$$

$$\text{viii) } \frac{8}{9} : \square = \frac{1}{18}$$

$$\text{xii) } \frac{8}{15} : \square = \frac{2}{45}$$

2.26

a Sammenlikn disse likningene.

$$\text{i} \quad 3x = x + 48$$

$$\text{ii} \quad 3x = x + \frac{3}{4}$$

Kan du bruke samme løsningsstrategi på dem? Løs likningene.

Harald begynte å løse den andre likningen slik:

$$\begin{aligned} 3x &= x + \frac{3}{4} \\ 3x - x &= x + \frac{3}{4} - x \\ 2x &= (x - x) + \frac{3}{4} \end{aligned}$$



Gjør ferdig løsningen.

b Løs likningene.

$$\text{i} \quad 3x = x + 17$$

$$\text{iii} \quad 5z = z + \frac{2}{3}$$

$$\text{v} \quad 7v = 15 + v$$

$$\text{ii} \quad 3y = y + \frac{1}{2}$$

$$\text{iv} \quad 5u = 2u + \frac{3}{8}$$

$$\text{vi} \quad 9w = \frac{4}{5} + w$$

- c
- i) Finn to røtter i b) som er slik at verdien til summen er $\frac{7}{24}$.
 - ii) Finn to røtter som er slik at verdien til differansen er $\frac{1}{15}$.
 - iii) Finn tre røtter som er slik at verdien til summen er $11\frac{1}{4}$.

Hjernetrim

1 Fyll inn tall som passer.

a $1\frac{1}{\square} \cdot 32 = 36$

c $3\frac{2}{5} \cdot \square = 153$

e $5\frac{2}{7} \cdot \square = 111$

b $42 \cdot 2\frac{\square}{6} = 119$

d $3\frac{7}{\square} \cdot 4 = 14\frac{4}{5}$

f $\square\frac{9}{10} \cdot 5 = 19\frac{1}{2}$

2 Fyll inn tall som passer.

a $\frac{1}{4} : \square = \frac{1}{12}$

c $\frac{2}{\square} : 2 = \frac{1}{5}$

e $\frac{\square}{\square} : 15 = \frac{7}{300}$

b $\frac{3}{4} : \square = \frac{1}{8}$

d $\frac{\square}{6} : 20 = \frac{1}{24}$

f $\frac{\square}{\square} : 24 = \frac{2}{135}$

3 Gjennomsnittet av 99 tall er $\frac{1}{11}$. Etter at enda et tall ble tatt med, var gjennomsnittet $\frac{1}{10}$. Hvilket tall ble tatt med til slutt?

4 30 elever deltok på en matematikkolympiade. $\frac{2}{5}$ av elevene løste algebraoppgaven, $\frac{3}{10}$ løste geometrioppgaven og $\frac{1}{6}$ løste begge to.

Hvor mange elever løste minst én av de to oppgavene?
Hvor mange elever løste ikke noen av disse oppgavene?

5 Gjennomsnittsalderen i en familie som består av far, mor og barn, er 19 år. Hvis mormor på 64 år tas med, er gjennomsnittet $26\frac{1}{2}$ år. Hvor mange barn er det i familien?



Test deg selv

1 Regn ut.

a $\frac{1}{2} \cdot 12$

b $42 \cdot \frac{1}{6}$

c $36 \cdot \frac{3}{4}$

d $\frac{3}{8} \cdot 20$

e $1\frac{1}{3} \cdot 24$

f $14 \cdot 3\frac{1}{4}$

2 Sett inn tall slik at svarene blir hele tall.

a $\frac{1}{4} \cdot \square$

b $\square \cdot 1\frac{5}{6}$

c $\frac{3}{\square} \cdot 50$

d $\frac{\square}{18} \cdot 72$

e $2\frac{1}{\square} \cdot 21$

3 Regn ut.

a $\frac{1}{2} : 6$

b $\frac{2}{3} : 4$

c $\frac{9}{20} : 3$

d $1\frac{1}{3} : 8$

e $2\frac{3}{4} : 22$

4 Sett inn tall slik at likhetene blir sanne.

a $\frac{1}{3} : \square = \frac{1}{12}$

b $\frac{3}{4} : \square = \frac{1}{24}$

c $1\frac{1}{2} : \square = \frac{3}{8}$

5 Det er 36 kjeks på et fat. $\frac{4}{9}$ av disse er sjokoladekjeks. Hvor mange sjokoladekjeks er det på fatet?

6 Et tog kjørte i tre timer med en gjennomsnittsfart på 70 km/t. De to første timene hadde toget en fart på 60 km/t. Hva var farten den siste timen?

7 Løs likningene.

a) $x + 2\frac{1}{8} = 5\frac{3}{4}$

c) $10\frac{2}{5} - z = 7\frac{1}{2}$

e) $5v = 3\frac{1}{2} + v$

b) $y - \frac{5}{6} = 1\frac{1}{9}$

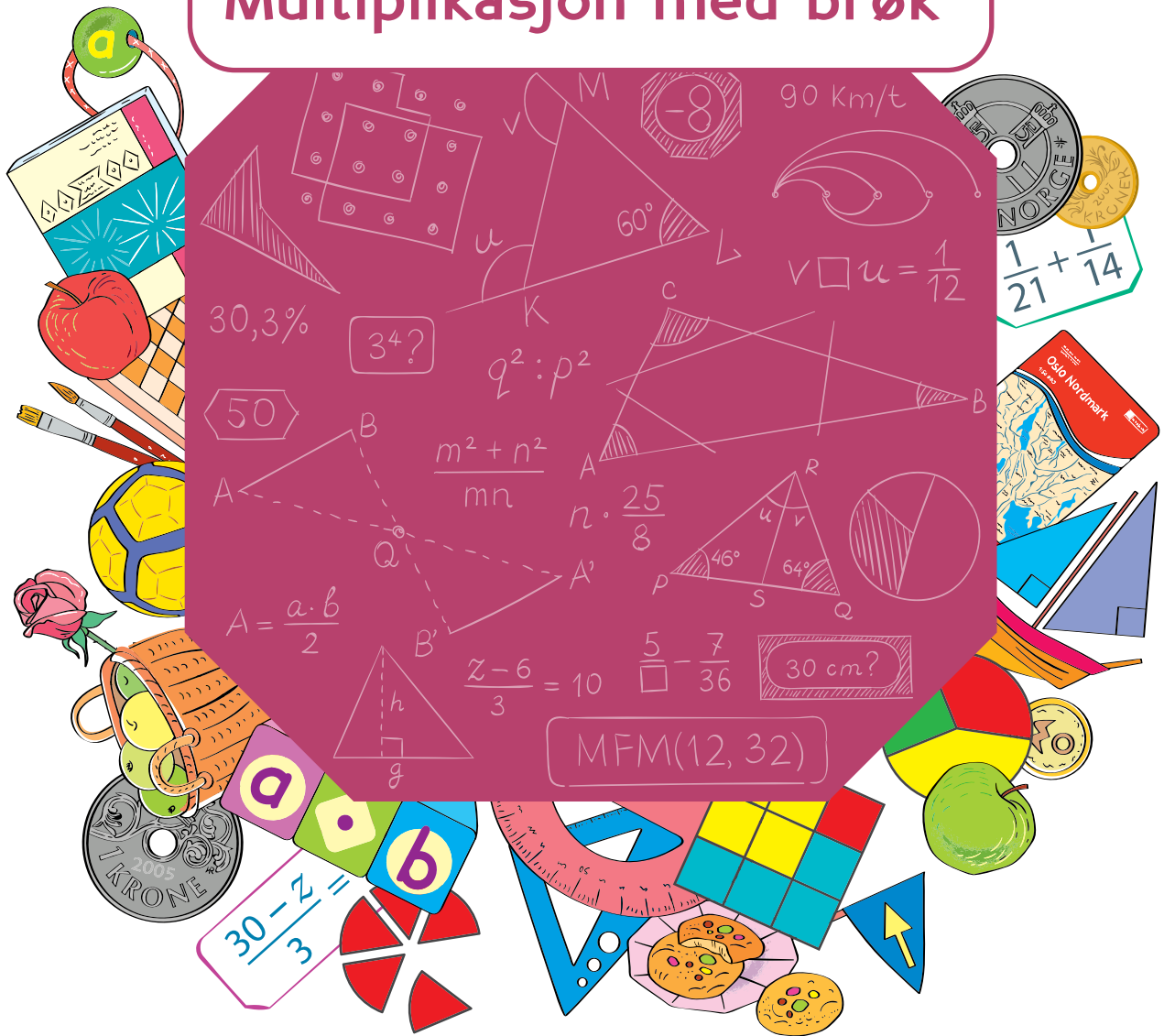
d) $7 + u = 3u$

f) $13w = 25 + 3w$

8 Tegn en trekant ABC der $\angle A = 50^\circ$ og $\angle B = 50^\circ$. Hvor stor er de utvendige vinklene til $\angle C$?

3

Multiplikasjon med brøk



3.1

a Regn ut.

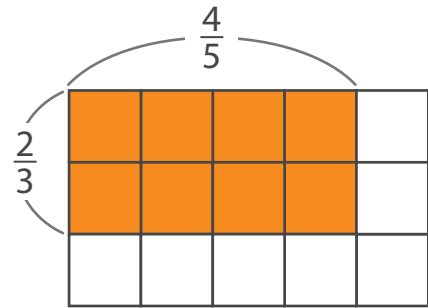
i $\frac{2}{3} \cdot 4$

ii $\frac{2}{3} : 5$

iii $\frac{2}{3} \cdot 4 : 5$

Hvordan kan vi finne verdien til $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$?

Bruk tegningen og forklar hvorfor $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.



b Lag liknende tegninger som passer til disse uttrykkene:

i $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$

ii $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}$

iii $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4}$

Finn verdiene til uttrykkene.

Når vi skal multiplisere to brøker, multipliserer vi teller med teller og nevner med nevner.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

c Regn ut og forkort hvis det er mulig. Hvis du får en uekte brøk, skriv svar som blandet tall.

i $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}$

iv $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{5}$

vii $\frac{13}{30} \cdot \frac{45}{26}$

x $\frac{20}{27} \cdot \frac{18}{35}$

ii $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$

v $\frac{12}{25} \cdot \frac{15}{16}$

viii $\frac{14}{15} \cdot \frac{20}{7}$

xi $\frac{24}{55} \cdot \frac{33}{32}$

iii $\frac{7}{4} \cdot \frac{1}{5}$

vi $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}$

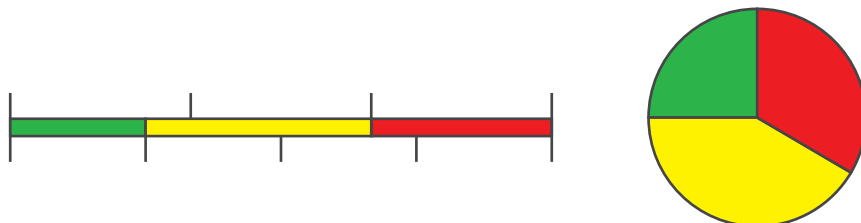
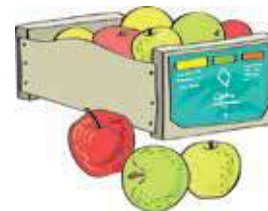
ix $\frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2}$

xii $\frac{51}{50} \cdot \frac{75}{34}$

3.2

- a Les oppgaveteksten og studer modellene.

I en kasse er det 72 epler. $\frac{1}{4}$ av eplene er grønne, $\frac{1}{3}$ er røde og resten er gule. Hvor mange epler av hver farge er det i kassen?



Modellen til høyre kalles et **sirkeldiagram**. Viser modellene informasjonen i teksten på en riktig måte?

Løs oppgaven.

- b Hva kan man endre i teksten hvis løsningen skal starte som vist her?

$$1. \frac{1}{6} \cdot 72 = 12$$

$$2. \frac{3}{8} \cdot 72 = \dots$$

Lag en tekstoppgave som passer og fullfør løsningen.

- c Sammenlikn denne tekstoppgaven med oppgaven i a) og løs den:

Tonje syklet 56 km. $\frac{1}{8}$ av strekningen gikk langs en bilvei, $\frac{2}{7}$ gikk gjennom en skog og resten gikk på en sykkelsti. Hvor langt syklet Tonje langs bilveien, gjennom skogen og på sykkelstien?



3.3

a Regn ut.

$$\text{i} \quad 25\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4} \cdot 11$$

$$\text{iii} \quad 3 \cdot \left(\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} \right)$$

$$\text{ii} \quad \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{10} \right) \cdot 30$$

$$\text{iv} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{7}{12} - \frac{9}{16} \right) \cdot 24$$

- b
- i) Et tall multipliseres med 16, og vi får 12. Hvilket tall er det?
- ii) Et tall multipliseres med $\frac{1}{16}$, og vi får $\frac{1}{8}$. Hvilket tall er det?
- iii) Et tall multipliseres med 12, og vi får et naturlig tall som er delelig med både 3 og 7. Foreslå to tall det kan være.

3.4

a Løs likningene.

$$\text{i} \quad 2(x - 1) = 5$$

$$\text{iii} \quad 6 : (4 - z) = 4$$

$$\text{ii} \quad 8(y + 3) = 30$$

$$\text{iv} \quad 54 : \left(1\frac{3}{4} + v \right) = 12$$

b Bruk svarene fra a) og finn verdiene til uttrykkene.

$$\text{i} \quad (x + z) \cdot y$$

$$\text{ii} \quad (x + y + z + v) : 19$$

$$\text{iii} \quad (x - z + v - y) : 24$$

3.5

- a Noen elever startet slik da de skulle finne verdien til $\frac{12}{35} \cdot \frac{21}{16}$:



Alva

$$\frac{12}{35} \cdot \frac{21}{16} = \frac{12 \cdot 21}{35 \cdot 16} = \frac{252}{560} = \frac{126}{280} = \dots$$

Torjus

$$\frac{12}{35} \cdot \frac{21}{16} = \frac{\overset{3}{\cancel{12}} \cdot \overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{35}} \cdot \underset{4}{\cancel{16}}} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \dots$$

Mari

$$\frac{12}{35} \cdot \frac{21}{16} = \frac{(2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 7)}{(5 \cdot 7) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)} = \dots$$

Forklar hvordan de tenkte og fullfør utregningene.

- b Regn ut på ulike måter.

i $\frac{25}{36} \cdot \frac{27}{40}$

ii $\frac{49}{20} \cdot \frac{9}{25}$

iii $\frac{48}{125} \cdot \frac{75}{32}$

Hvilken måte liker du best?

- c Regn ut.

i $\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{14}$

v $\frac{25}{17} \cdot \frac{34}{75}$

iii $\frac{26}{63} \cdot \frac{21}{13}$

vii $\frac{98}{45} \cdot \frac{135}{91}$

ii $\frac{16}{15} \cdot \frac{9}{8}$

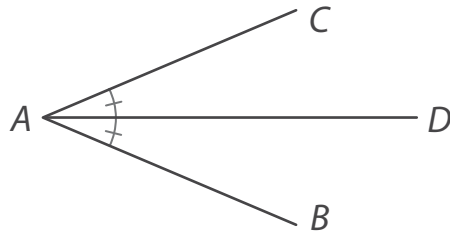
vi $\frac{32}{81} \cdot \frac{27}{64}$

iv $\frac{24}{25} \cdot \frac{40}{27}$

viii $\frac{144}{625} \cdot \frac{175}{192}$

3.6

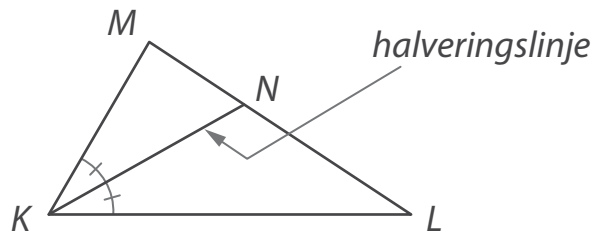
- a Se på tegningen. $\angle BAC$ er halvert slik at $\angle BAD = \angle DAC$.



Legg merke til at det er brukt streker for å vise at to vinkler er like store.

Husker du hva vi kaller en stråle som deler en vinkel i to like store vinkler?

- b På den neste tegningen er linjestykket KN i trekant KLM er tegnet slik at $\angle LKN = \angle NKM$. Vi sier at linjestykket KN er en **halveringslinje i trekanten KLM** .



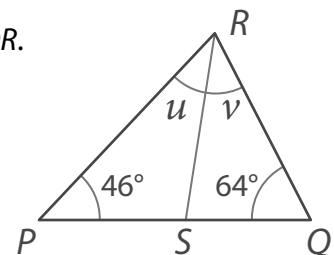
Hvor mange halveringslinjer har en trekant?

- c Tegn en trekant der en av vinklene er 70° . Tegn halveringslinjen til vinkelen.
- d Tegn en rettvinklet trekant der en av vinklene er 60° . Tegn halveringslinjen til den rette vinkelen.

Fikk du noen nabovinkler på tegningen din? Finn ut hvor store de er uten å måle dem.

- e Linjestykket RS på tegningen er halveringslinjen til $\angle R$ i trekant PQR .

Finn ut hvor stor vinklene u og v er uten å måle dem.

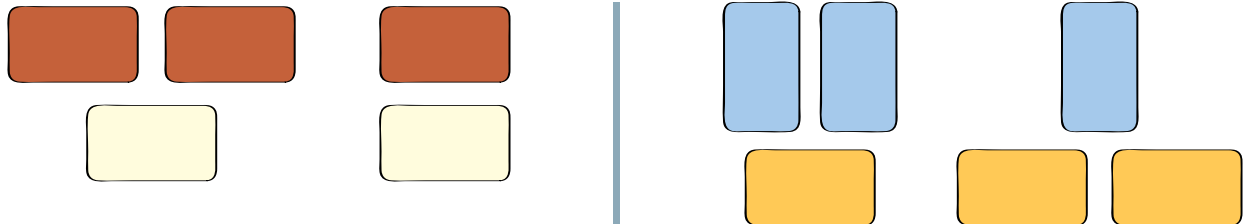


3.7

- a Sammenlikn tekstoppgavene. Hva er den mest vesentlige forskjellen mellom dem?
- I To små sjokoladekaker og en iskake koster til sammen 225 kr. En sjokoladekake og en iskake koster til sammen 145 kr. Hva koster hver kake?
- II To pensler og en malebok koster til sammen 110 kr. En pensel og to malebøker koster til sammen 145 kr. Hva koster hver ting?

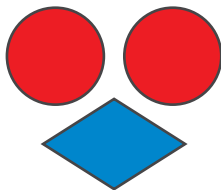


Hvilken modell passer til hvilken oppgave?

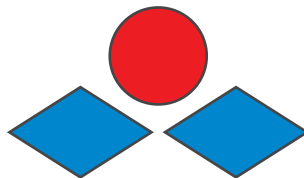


Løs den første oppgaven.
Prøv å løse den andre.

- b Hvis du står fast på den andre oppgaven, tenk deg at du kjøper tre pensler og tre malebøker. Hvor mye må du betale?
Hvor mye koster en pensel og en malebok til sammen?
Hvordan kan du finne prisen på en pensel og prisen på en malebok?
- c Lag en oppgave som passer til denne modellen. La en medelev løse den.



51



48



3.8

- a Noen elever startet slik da de skulle finne verdien til $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5}$:



Helle $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5} = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot 2\frac{4}{5} = 2 \cdot 2\frac{4}{5} + \frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5} = \dots$



Einar $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{14}{5} = \dots$

Peter $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5} = 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \dots$

Hadde alle rett? Begrunn.

La oss sette kryss over det som var feil:

~~$$2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5} = 2 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = \dots$$~~

Fullfør det som var rett og sjekk at svaret blir det samme.

- b Regn ut.

i $1\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}$

iii $\frac{5}{9} \cdot 5\frac{2}{5}$

v $1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2}$

vii $3\frac{3}{8} \cdot \frac{20}{27}$

ii $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{5}$

iv $2\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{5}$

vi $2\frac{5}{6} \cdot 1\frac{1}{5}$

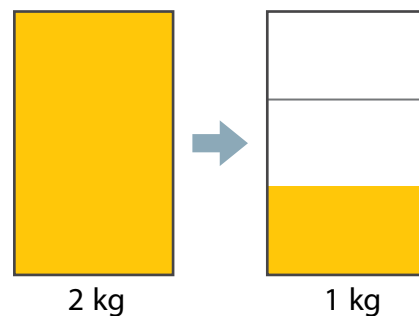
viii $\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{3}$

- c Finn to blandede tall som er slik at når du multipliserer dem, blir svaret:

- i) større enn 10, men mindre enn 12.
- ii) et blandet tall der heltallet er 6.
- iii) et blandet tall der brøken er $\frac{1}{8}$.

3.9

- a Løs tekstoppgaven – legg merke til tegningen.
Et glass med honning veide 2 kg da det var fullt. Da en tredel av honningen var igjen i glasset, veide det 1 kg. Hvor mye veide selve honningen da?
- b Hvor mye veier glasset når det er tomt?
- c Hva vil glasset veie hvis du fyller:
- $\frac{2}{3}$ av det med honning?
 - $\frac{5}{6}$ av det med honning?



3.10

- a Noen elever begynte slik da de skulle finne verdien til $1\frac{7}{8} \cdot 1\frac{7}{9} \cdot 2\frac{1}{10}$:

Albert

$$1\frac{7}{8} \cdot 1\frac{7}{9} = \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{9} = \frac{15 \cdot 16}{8 \cdot 9} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{10}{3} \cdot 2\frac{1}{10} = \dots$$



Sunniva

$$1\frac{7}{8} \cdot 1\frac{7}{9} \cdot 2\frac{1}{10} = \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{21}{10} = \frac{15 \cdot 16 \cdot 21}{8 \cdot 9 \cdot 10} = \frac{5040}{720} = \dots$$

Thomas

$$1\frac{7}{8} \cdot 1\frac{7}{9} \cdot 2\frac{1}{10} = \frac{15}{8} \cdot \frac{16}{9} \cdot \frac{21}{10} = \frac{(3 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 7)}{(2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5)} = \dots$$

Forklar hvordan de tenkte og fullfør utregningene.

b Regn ut.

i $\frac{11}{20} \cdot 1\frac{1}{5} \cdot 3\frac{1}{3}$

iii $4\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{3} \cdot 1\frac{5}{6} \cdot 1\frac{1}{4}$

v $1\frac{3}{4} \cdot \frac{15}{28} \cdot 4\frac{4}{5}$

ii $3\frac{3}{5} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 3\frac{5}{9} \cdot \frac{1}{2}$

iv $7\frac{1}{5} \cdot 13\frac{1}{3} \cdot \frac{25}{32}$

vi $5\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{22} \cdot 4\frac{1}{3} \cdot \frac{21}{26} \cdot 1\frac{5}{7}$

3.11

a Erstatt bokstavene med tall slik at verdiene til uttrykkene blir naturlige tall.

i) $10 - 1\frac{3}{4} \cdot a$

ii) $(\frac{5}{6} + \frac{3}{8}) \cdot b$

iii) $2\frac{1}{8} \cdot c - 1\frac{1}{4}$

iv) $2\frac{2}{3} \cdot d - 3\frac{7}{10} \cdot e$

Finn verdiene til uttrykkene.

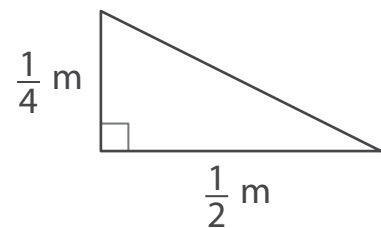
b Lag liknende oppgaver til disse uttrykkene og løs dem.

i) $(k - \frac{3}{4}) : 4$

ii) $2\frac{1}{8} \cdot m - 1\frac{1}{6} \cdot n$

3.12

a Finn arealet av den rettvinklede trekanten uttrykt i cm^2 og i dm^2 .



b Et kvadrat har samme areal som trekanten i a). Hvor lange er sidene målt i cm?

c Tegn en rettvinklet trekant der katetene er:

i) $\frac{1}{2}$ dm og 8 cm.

ii) 0,6 dm og 0,4 dm.

iii) $\frac{1}{10}$ m og $\frac{1}{20}$ m.

Finn arealene.

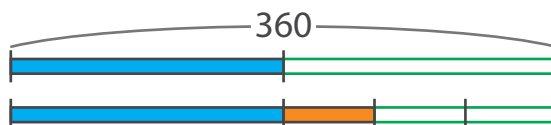
3.13

a Les tekstoppgavene.

- I En bokhandel hadde 360 matematikkbøker. De solgte halvparten av alle bøkene den ene måneden og en tredel av alle bøkene den neste. Hvor mange bøker hadde de igjen?
- II En bokhandel hadde 360 sangbøker. De solgte halvparten av alle bøkene den ene måneden og en tredel av de som var igjen den neste. Hvor mange bøker hadde de igjen?



Hva slags bøker ble det solgt flest av? Begrunn.
Hvilken av tekstoppgavene passer denne modellen til?



Løs de to oppgavene.

b Hvilken av oppgavene i a) likner denne tekstoppgaven på?

Et tog kjørte 180 km på tre timer. Det kjørte $\frac{3}{10}$ av strekningen den første timen og $\frac{4}{9}$ av det som var igjen den andre timen. Hvor langt kjørte toget den tredje timen?

Løs oppgaven.

3.14

a Sammenlikn likningene.

i) $12 - a = a$

ii) $15 - b = b$

iii) $15 - c = 2c$

Kan de løses på samme måte? Løs likningene.

b Løs likningene.

i) $\frac{3}{4} - x = x$

ii) $2\frac{1}{2} - 2y = 3y$

iii) $6\frac{2}{3} - 3z = z$

- c Bruk svarene fra b) og finn verdiene til uttrykkene.

$$\text{i} \quad (y - x) \cdot 12$$

$$\text{ii} \quad y \cdot z : 5$$

$$\text{iii} \quad x \cdot y \cdot z$$

3.15

- a Gjør tallene en og en halv ganger større.

$$\text{i} \quad 9$$

$$\text{ii} \quad 4\frac{1}{2}$$

$$\text{iii} \quad 2\frac{1}{3}$$

$$\text{iv} \quad 6\frac{3}{4}$$

$$\text{v} \quad 2\frac{4}{5}$$

- b Finn to tall blant svarene i a) som har sum lik:

$$\text{i} \quad 17$$

$$\text{ii} \quad 16\frac{7}{8}$$

- c Finn to tall blant svarene i a) som har differanse lik:

$$\text{i} \quad \frac{7}{10}$$

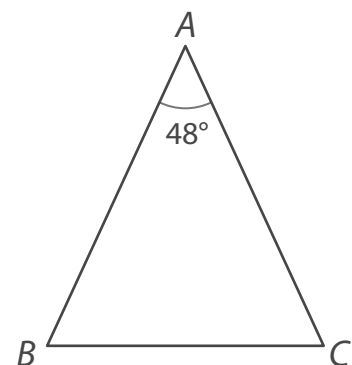
$$\text{ii} \quad 2\frac{11}{20}$$

3.16

- a Trekanten på tegningen er likebeint. Hvor stor er $\angle B$ og $\angle C$?

- b Tegn trekant ABC i ruteboken din. Tegn en utvendig vinkel til hjørnet B i trekanten.

Tegn halveringslinjen til den utvendige vinkelen. Hvor stor er de nye vinklene du fikk?



Hjernetrim

- 1 Hvor mange like faktorer er det i produktet på venstre side av likhetstegnet?

a $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{256}$

c $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \dots \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{729}$

b $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2048}$

d $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} \cdot \dots \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000000}$

- 2 Fyll inn eksponenter som passer.

a $\left(\frac{1}{2}\right)^{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^{\square}$

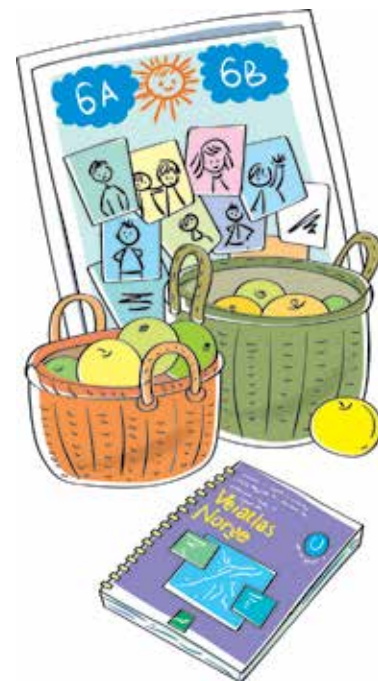
b $\left(\frac{1}{2}\right)^{18} = \left(\frac{1}{8}\right)^{\square}$

c $\left(\frac{1}{4}\right)^{12} = \left(\frac{1}{8}\right)^{\square}$

- 3 I 6A og 6B er det til sammen 54 elever. Jentene utgjør $\frac{6}{13}$ av elevene i 6A og $\frac{9}{14}$ av elevene i 6B. Hvor mange elever er det i hver klasse?

- 4 To kurver inneholdt til sammen 80 epler. Noen flyttet $\frac{1}{6}$ av eplene i den ene kurven over til den andre. Etterpå var det like mange epler i hver kurv. Hvor mange epler var det i hver kurv til å begynne med?

- 5 En bil kjørte fra en by til en annen med en fart på 66 km/t. Den snudde og kjørte tilbake samme vei med en fart på 78 km/t. Hva var gjennomsnittsfarten?



Test deg selv

1 Regn ut.

a $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$

c $1\frac{1}{8} \cdot 1\frac{1}{3}$

e $5\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{5} \cdot 1\frac{3}{4}$

b $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3}$

d $\frac{7}{16} \cdot 3\frac{1}{5}$

f $3\frac{3}{4} \cdot 6\frac{2}{3} \cdot 1\frac{4}{5} \cdot 2\frac{2}{9}$

2 Gjør tallene to og en halv ganger større.

a 14

b $\frac{7}{10}$

c $2\frac{4}{5}$

3 Ved kaien lå det 72 båter. $\frac{1}{6}$ av båtene var seilbåter, $\frac{5}{8}$ var kanoer og resten var motorbåter. Hvor mange båter var det av hver type?

4 I et tre var det 48 nøtter. Først tok Snipp en tredel av nøttene, og så tok Snapp halvparten av de som var igjen. Hvem tok flest nøtter?

5 Tegn en trekant ABC der $\angle A = 110^\circ$ og $\angle B = 30^\circ$. Tegn halveringslinjen til $\angle C$. Hvor stor er de to like vinklene ved C ?



4

Inverse tall



4.1

a Regn ut.

$$\text{i} \quad 2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\text{ii} \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3}$$

$$\text{iii} \quad \frac{2}{7} \cdot 3\frac{1}{2}$$

La du merke til noe?

Tallene 2 og $\frac{1}{2}$ er eksempler på **inverse tall**. Vi sier at 2 er det **inverse tallet** til $\frac{1}{2}$ og at $\frac{1}{2}$ er det inverse tallet til 2. Vi kan også si kort at 2 er **inversen** til $\frac{1}{2}$ og omvendt.

To tall a og b kalles **inverse tall** hvis produktet av dem er lik 1.

$$a \cdot b = 1$$

Vi sier også at a er **inversen til** b og at b er **inversen til** a .

b Finn inversene til disse tallene. Begrunn.

$$\text{i} \quad 1\frac{1}{2}$$

$$\text{iv} \quad \frac{2}{3}$$

$$\text{vii} \quad 1\frac{1}{4}$$

$$\text{ii} \quad 4\frac{1}{2}$$

$$\text{v} \quad 3\frac{1}{5}$$

$$\text{viii} \quad \frac{2}{9}$$

$$\text{iii} \quad \frac{4}{5}$$

$$\text{vi} \quad \frac{5}{16}$$



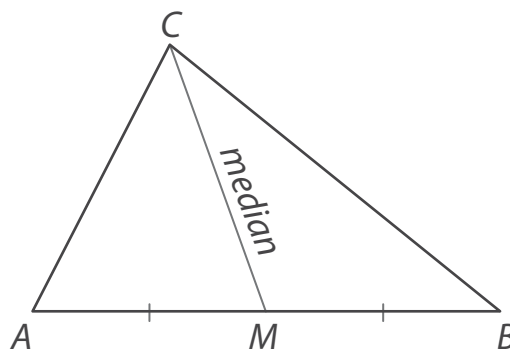
c Skriv ned 3 tall og finn inversene deres. Begrunn.

4.2

- a Tegn en trekant ABC . La M være punktet som deler AB i to like store deler. Vi sier da at M er **midtpunktet** på AB .

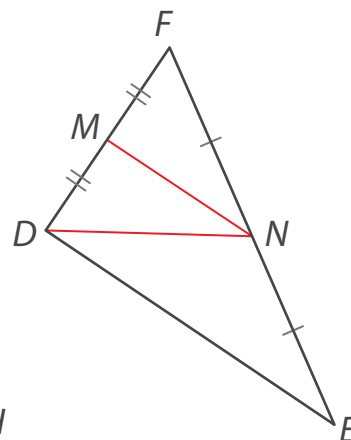
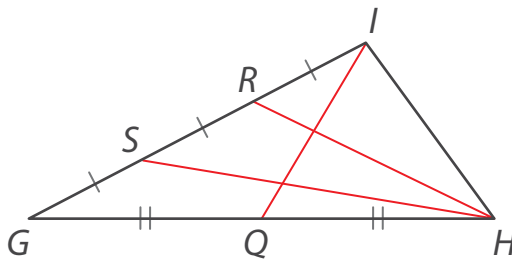
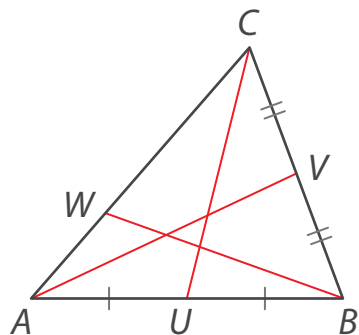
Tegn linjestykket CM . Dette linjestykket sier vi er en **median** i trekanten – se tegningen.

Legg merke til at det er brukt streker for å vise at linjestykkene AM og MB er like lange.



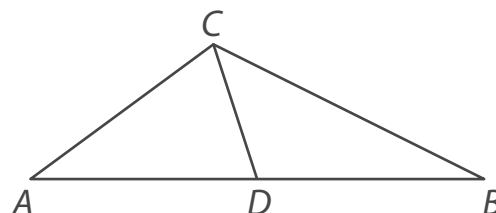
En **median** i en trekant er et linjestykke som forbinder et hjørne med midtpunktet på den motstående siden.

- b Se på trekantene ABC , DEF og GHI . Hvilke av de røde linjestykkene er medianer? Begrunn.



- c Tegn en trekant KLM der $KL = 6$ cm, $LM = 4$ cm og $MK = 5$ cm (bruk passer). Tegn inn medianer MP og KQ . Hvor lang er linjestykkene QM og PL ?

- d Omkretsen til trekant ABC er 13 cm. $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm og CD er en median. Finn lengdene til AD og DB (uten å måle).



4.3

- a Løs oppgaven uten å gjøre tidene om til andre tidsenheter.

Live brukte $2\frac{1}{4}$ timer på leksene sine. Hun brukte $\frac{1}{3}$ av tiden på matematikk. Tobias brukte $1\frac{2}{3}$ timer på leksene. Han brukte $\frac{2}{5}$ av tiden på matematikk. Hvem brukte lengst tid på matematikkleksen? Hvor mange minutter mer brukte vedkommende?



- b Kaja brukte 5 min mer enn Live på matematikkleksen. Hvor stor del av en time brukte hun?

4.4

- a Skriv ned det inverse tallet til $\frac{a}{b}$.
Vis at $\frac{a}{b}$ og $\frac{b}{a}$ er inverse tall.

Hvordan vil du beskrive inversen til en brøk?

En brøk der teller og nevner har byttet plass, kalles gjerne den **omvendte brøken**.

Inversen til en brøk $\frac{a}{b}$ er lik den omvendte brøken $\frac{b}{a}$.

- b Finn inversene til disse brøkene.

i) $\frac{4}{5}$ ii) $\frac{1}{8}$

- c Hvordan er det enklest å finne det inverse tallet til:

i et naturlig tall?

ii et blandet tall?

Vis med eksempler.

- d Finn de inverse tallene.

i 25

ii $3\frac{3}{4}$

- e Kan det inverse tallet til en ekte brøk være:

i en ekte brøk?

ii et blandet tall?

iii et naturlig tall?

Hvis du mener «ja», vis med et eksempel.
Hvis du mener «nei», begrunn hvorfor ikke.

- f Tallet n har samme verdi som inversen til n . Hvilket tall kan n være?
- g Det finnes et tall som ikke har noen invers. Hvilket tall er det? Begrunn.

4.5

- a Løs tekstoppgaven. Lag en modell hvis du trenger det.

Et spann med maling veide $5\frac{1}{2}$ kg da det var fullt. Da $\frac{1}{4}$ av malingen var igjen, veide spannet $2\frac{1}{2}$ kg. Hva veide malingen (uten spannet) til å begynne med?

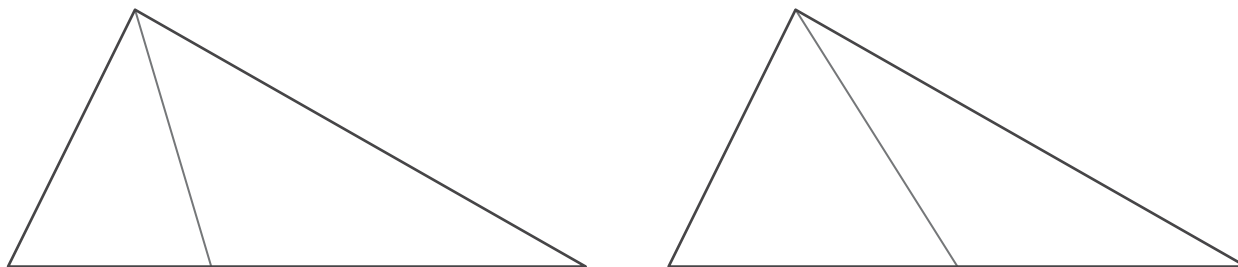
- b Hvis du står fast, tenk over hvor stor del av malingen som var brukt, og hvor mye lettere spannet var etterpå.

- c i) Hvor mye veier spannet når det er tomt?
ii) Hvor mye veier spannet når det er halvfullt?

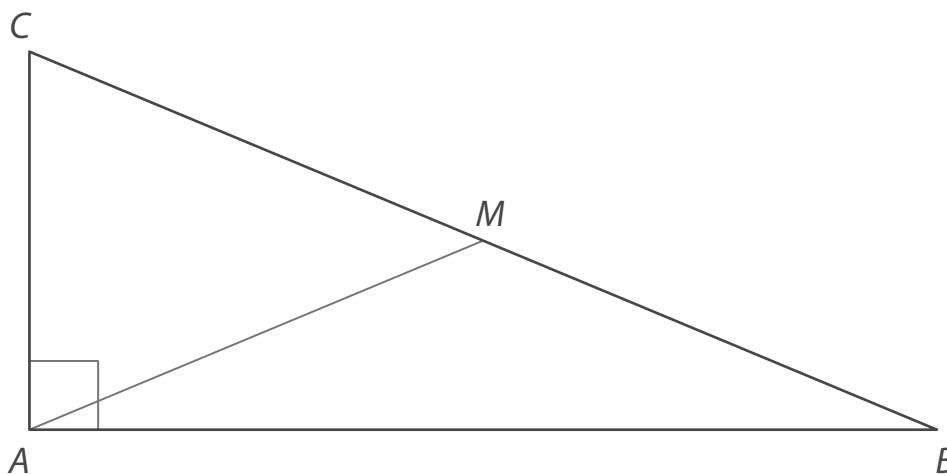


4.6

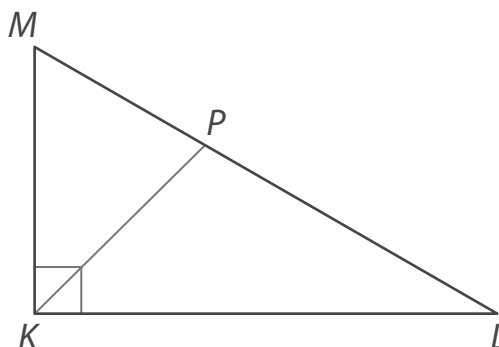
- a Se på linjestykkene som er tegnet i trekantene. Hvilket linjestykke er en median og hvilket er en halveringslinje? Begrunn.



- b Nedenfor ser du en rettvinklet trekant ABC der AM er en median. Omkretsen til trekanten er 30 cm, $MC = 6,5$ cm og $AC = 5$ cm. Hvor lang er AB ?



- c $\triangle KLM$ er en rettvinklet trekant der $\angle M = 60^\circ$ og KP er en halveringslinje. Hvor stor er $\angle KPL$?



4.7

a Sammenlikn tallene.

i $\frac{3}{5}$ og $\frac{2}{3}$

ii $\frac{5}{12}$ og $\frac{7}{16}$

iii $4\frac{5}{8}$ og $\frac{19}{4}$

iv $\frac{31}{15}$ og $2\frac{1}{12}$

Hvilket tallpar har den minste differansen?

b Finn to brøker med ulike nevner som er slik at differansen mellom brøkene er:

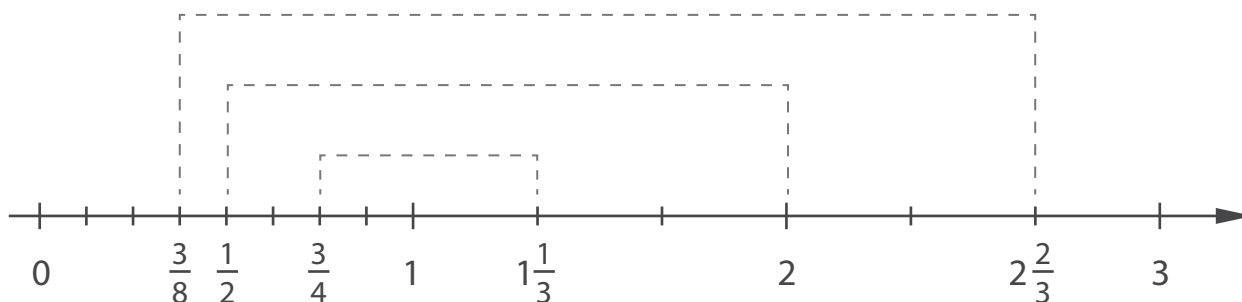
- i) mindre enn $\frac{1}{10}$.
- ii) større enn $\frac{1}{2}$, men mindre enn $\frac{3}{4}$.
- iii) større enn $\frac{5}{6}$, men mindre enn 1.

4.8

a Skriv ned de inverse tallene til 2 , $\frac{3}{4}$ og $2\frac{2}{3}$.

Sett av de tre tallene og inversene deres på en tallinje.

b Ser tegningen din omtrent ut som denne?



Hva kan du si om plasseringen til to inverse tall på en tallinje?

c Kan det inverse tallet til en ekte brøk ligge:

- i) til venstre for 1 på tallinjen?
- ii) til venstre for $1\frac{1}{4}$ på tallinjen?
- iii) til høyre for 10 på tallinjen?

Hvis du mener «ja», vis med et eksempel.
Hvis du mener «nei», begrunn hvorfor ikke.



d Et tall a passer inn i ulikheten $\frac{1}{8} < a < \frac{1}{5}$. Kan det inverse tallet til a kan være et naturlig tall? Hvis du mener «ja», vis med et eksempel.

Foreslå et blandet tall som kan være det inverse tallet til a .

4.9

a Regn ut.

i) $1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{9}$

iii) $(3\frac{1}{4} - \frac{1}{3}) \cdot 2\frac{2}{7}$

ii) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{15} - 1\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$

iv) $\frac{3}{8} \cdot 4\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} - \frac{18}{19}$

b Finn naturlige tall for a , b , c og d slik at:

- i) verdien til $3 - \frac{5}{12} \cdot a$ blir en ekte brøk.
- ii) verdien til $(1\frac{1}{4} - \frac{7}{8}) \cdot b$ blir en uekte brøk.
- iii) verdien til $\frac{3}{100} \cdot c - \frac{11}{16} \cdot d$ blir et naturlig tall.

4.10

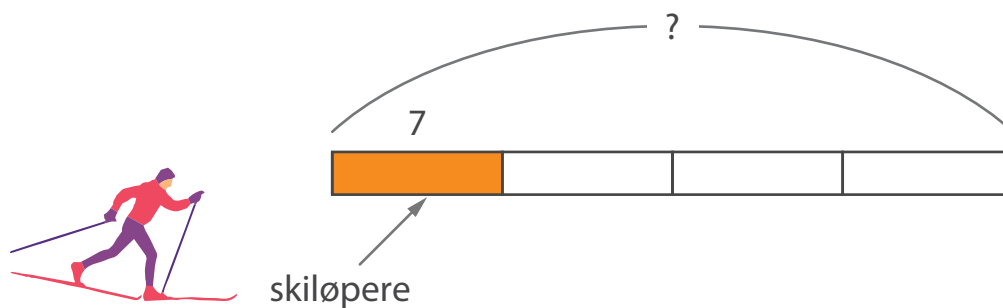
a Sammenlikn tekstoppgavene.

- I Det er 24 elever i 6A. $\frac{1}{4}$ av dem spiller sjakk. Hvor mange elever spiller sjakk?
- II Det er 7 aktive skiløpere i 6B. Disse utgjør $\frac{1}{4}$ av alle elevene. Hvor mange elever er det i 6B?

Løs oppgavene.



b Hvis du står fast på oppgave II), finn ut hvordan denne modellen kan hjelpe deg.

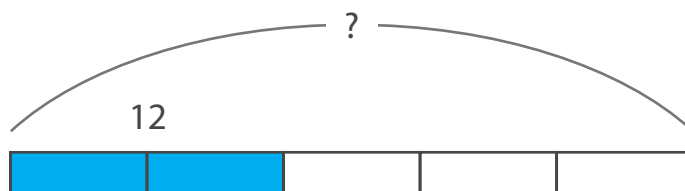


c Vil antall sjakkspillere i 6A bli større eller mindre hvis vi bytter ut $\frac{1}{4}$ med $\frac{1}{3}$?

Hva vil skje med antall elever i 6B hvis vi bytter ut $\frac{1}{4}$ med $\frac{1}{3}$?

Sjekk svaret ved å løse de nye oppgavene.

d Lag en tekstoppgave som passer til denne modellen. Løs oppgaven.



4.11

a Hva er felles for disse setningene?

1. Det ser ut som det blir regn i dag.
2. Hvis Rosenborg vinner i morgen, vinner de helt sikkert Eliteserien.
3. Sjansen for å få 7 rette i LOTTO er ikke stor.
4. Jeg får sikkert ikke hund i år heller.

b Tre elever svarte slik:

Ingrid I hver setning snakkes det om en hendelse – om noe som kan skje.

Simen Det snakkes om noe som kan eller ikke kan hende.

Nadia I hver setning sies det noe om hvor sannsynlig det er at noe vil skje.

Er du enig?

Hva slags hendelser er det snakk om i hver setning? Kan vi si på forhånd hva som vil skje?

***Sannsynlighetsteori** er en del av matematikken der man studerer hendelser og vurderer hvor stor sjanse det er for at en gitt hendelse inntreffer eller ikke.*

c Gi noen eksempler på hendelser som kan inntreffe i dagliglivet.

Har du noen gang opplevd at noe som var svært usannsynlig har skjedd?

Hva med noe som var svært sannsynlig – har det alltid skjedd?

d Gi et eksempel på noe som kan eller ikke kan hende deg i den nærmeste framtiden.

Hvilket av disse ordene ville du brukt om sannsynligheten for at hendelsen vil inntreffe?

umulig

lite trolig

trolig

helt sikkert

svært lite trolig

vanskelig å si

svært trolig

4.12

a Løs likningene.

$$\text{i} \quad x : 1\frac{1}{3} = 1\frac{3}{4}$$

$$\text{iv} \quad u : 1\frac{3}{8} = 3\frac{4}{11}$$

$$\text{vii} \quad k : 1\frac{7}{8} = 3\frac{1}{5}$$

$$\text{ii} \quad y + 1\frac{1}{3} = 1\frac{3}{4}$$

$$\text{v} \quad v + 1\frac{3}{8} = 3\frac{1}{4}$$

$$\text{viii} \quad m + 1\frac{5}{8} = 1\frac{4}{5}$$

$$\text{iii} \quad z - 2\frac{1}{4} = 1\frac{1}{6}$$

$$\text{vi} \quad w : 3\frac{3}{5} = 2\frac{7}{9}$$

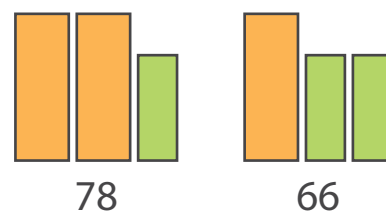
$$\text{ix} \quad n - 1\frac{4}{5} = 1\frac{3}{8}$$

b Strek under roten som er større enn $2\frac{1}{4}$, men mindre enn $3\frac{1}{4}$.

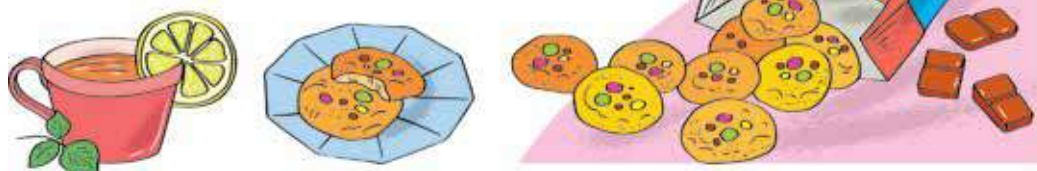
4.13

a Løs tekstoppgaven – legg merke til modellen.

To store og en liten pakke inneholder til sammen 78 kjeks, mens to små og en stor pakke inneholder til sammen 66 kjeks. Hvor mange kjeks er det i en stor og i en liten pakke?

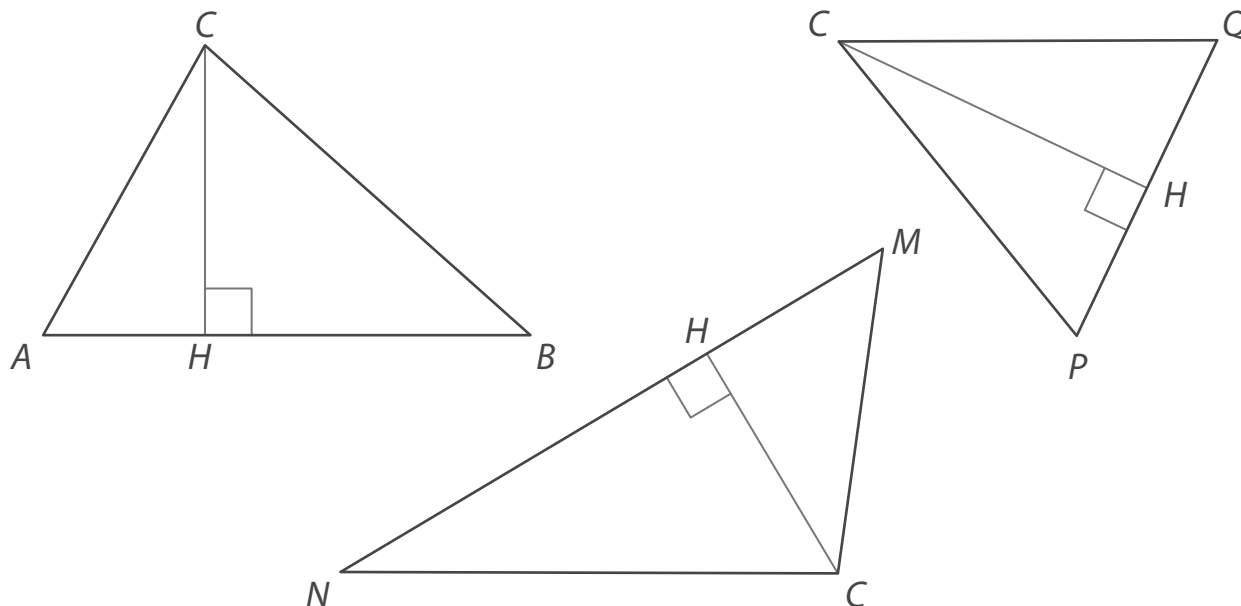


b Hvis du står fast, prøv først å finne ut hvor mange kjeks det er til sammen i tre store og tre små pakker. Hvor mange kjeks må det da være til sammen i en stor og en liten pakke? (Gå tilbake til oppgave 3.7 hvis du trenger det.)



4.14

- a Se på figurene. Hva kan du si om linjestykket CH i alle trekantene?



Linjestykket CH kalles en **høyde** i trekantene. Legg merke til at høyden står normalt (dvs. 90°) på den motstående siden. Vi kan skrive: $CH \perp AB$, $CH \perp MN$ og $CH \perp PQ$.

Hvor mange høyder har en trekant?

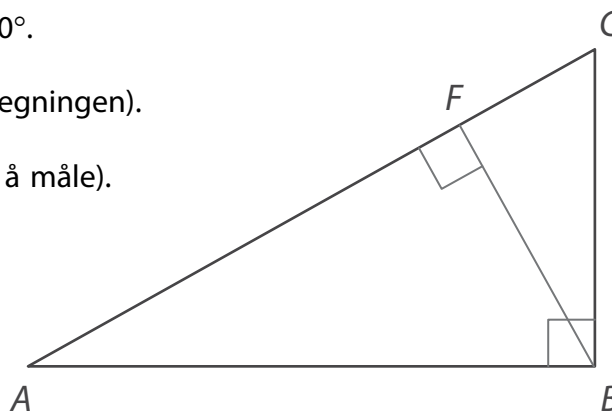
- b Tegn en spissvinklet trekant og tegn høyden fra et av hjørnene.
Tegn høydene fra de andre hjørnene.

Legg merke til at alle de tre høydene skjærer hverandre i samme punkt.

- c Tegn en trekant ABC der $\angle A = 30^\circ$ og $\angle B = 90^\circ$.

Tegn høyden fra den rette vinkelen (som på tegningen).

Finn ut hvor stor $\angle C$, $\angle FBA$ og $\angle CBF$ er (uten å måle).



4.15

a Løs likningene.

i $4 \cdot x = 1$

iii $\frac{3}{8} \cdot z = 1$

v $2\frac{1}{4} \cdot v = 1$

ii $12 \cdot y = 1$

iv $\frac{4}{7} \cdot u = 1$

vi $6\frac{2}{3} \cdot w = 1$

b Bruk resultatene fra a) og finn verdiene til disse uttrykkene.

i $(x - y) : 6$

ii $z \cdot u \cdot w$

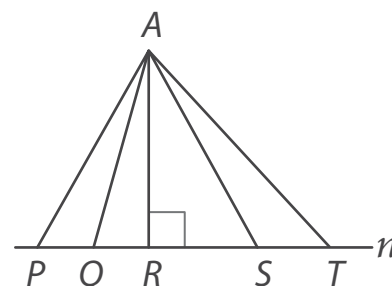
iii $(z - v) \cdot w$

4.16

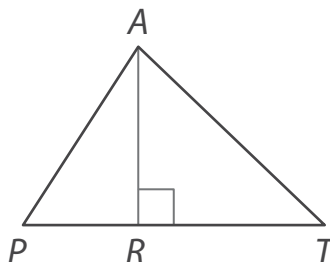
a Anta at den rette linjen n på tegningen er en vei og at du befinner deg i punkt A.

Hvilket linjestykke viser den korteste avstanden fra deg til veien?

Den **korteste avstanden fra et punkt til en rett linje** finner vi ved å måle langs normalen fra dette punktet ned på linjen.

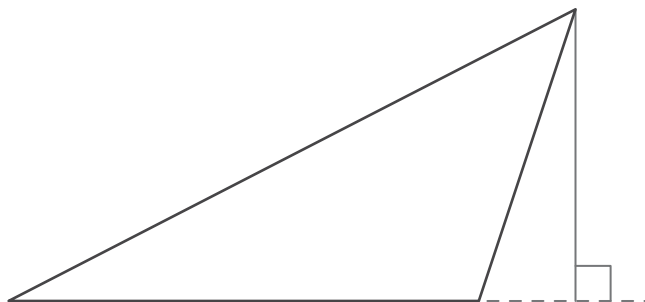


b Hva kaller vi linjestykket AR i trekanten PTA ?



Viljar mener at høyden er den korteste avstanden fra et hjørne til den motstående siden. Er du enig med ham?

- c Tegn en stumpvinklet trekant og tegn høyden fra en av de spisse vinklene. Se hvordan **Stine** gjorde det. Hva synes du om forslaget hennes?



Hva tenker du nå om det Viljar sa?

I en stumpvinklet trekant vil høydene fra hjørnene med de spisse vinklene ligge utenfor trekanten. For å tegne høyden må vi forlenge den motstående siden.

Tegn alle høydene i trekanten din.

*En **høyde** i en trekant er et linjestykke som går fra et hjørne i en trekant og står normalt på den motstående siden eller en forlengelse av denne.*

- d Tegn en rettvinklet trekant og tegn høydene fra alle hjørnene. Hvor mange nye linjestykker måtte du tegne? Hva er spesielt med høydene i en rettvinklet trekant?

Hjernetrim

- 1 Finn de to minste naturlige tallene som er slik at det inverse tallet til differansen er dobbelt så stor som det inverse tallet til summen.
- 2 Vis at summen av brøken $\frac{m}{n}$ og den omvendte brøken $\frac{n}{m}$ kan skrives som $\frac{m^2 + n^2}{mn}$.

$$\frac{m^2 + n^2}{mn}$$


- 3 Finn en verdi for a slik at summen av a og $\frac{1}{a}$ er lik:

a $\frac{10}{3}$

b $\frac{10\,001}{100}$

c $\frac{13}{6}$

d $\frac{25}{12}$



Hvis du står fast, tenk over at a kan være en brøk.

- 4 Et tall a er slik at hvis du øker verdien med 1, så vil verdien til det inverse tallet minke med $\frac{1}{6}$. Finn a .

Test deg selv

1 Finn de inverse tallene.

a 7

b $\frac{1}{3}$

c $\frac{3}{10}$

d $4\frac{3}{5}$

2 Tenk deg at du har to tall som er inverser til hverandre. Kan begge tallene være:

a ekte brøker?

b blandede tall?

c naturlige tall?

Hvis du mener «ja», vis med et eksempel.
Hvis du mener «nei», begrunn hvorfor ikke.

3 La m og n være to inverse tall. Finn en n som passer hvis:

a $2 < m < 3$

b $\frac{1}{4} < m < \frac{1}{3}$

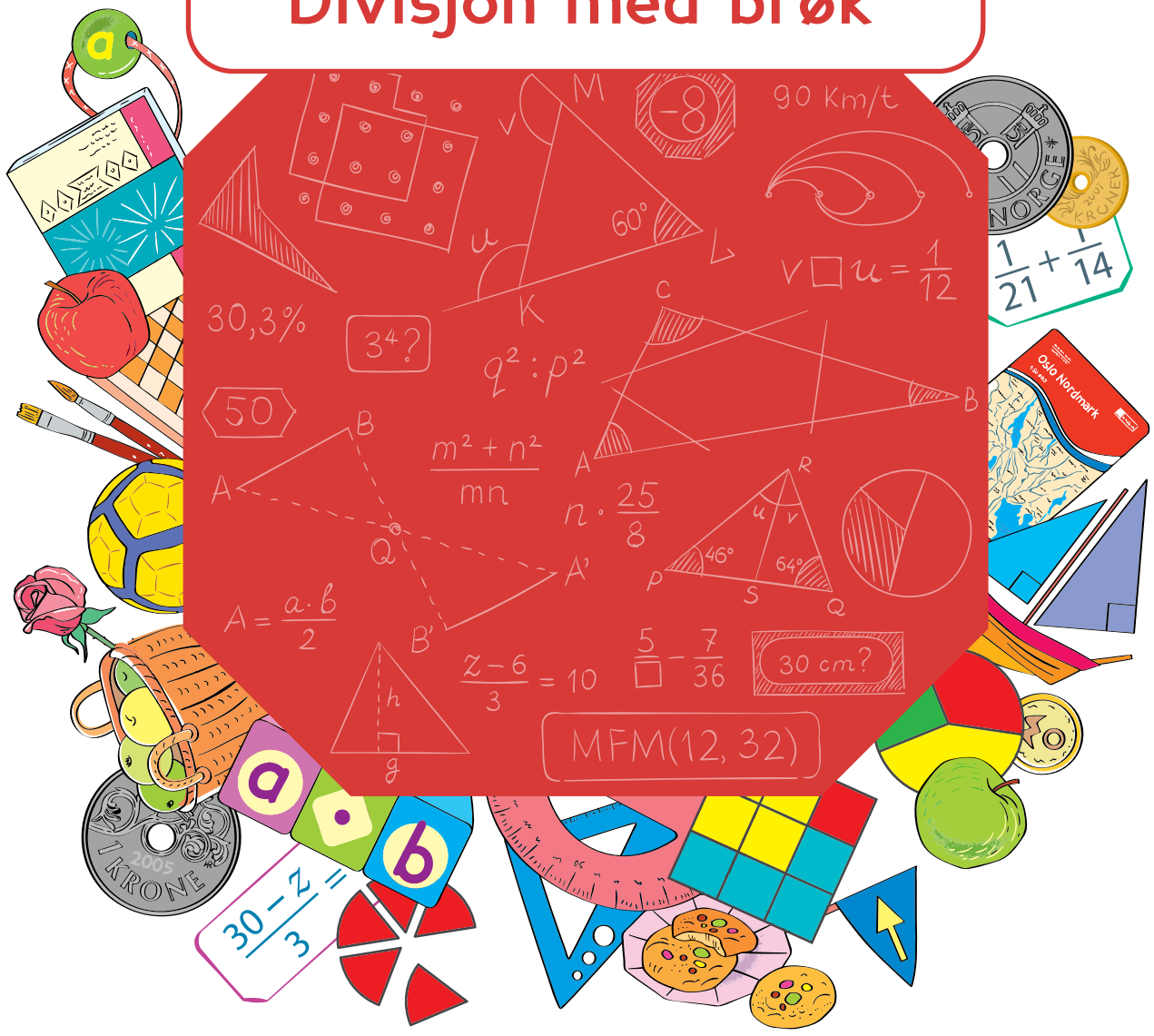
4 Et fotballag vant 10 kamper. Dette utgjorde $\frac{1}{3}$ av alle kampene de hadde spilt. Et ishockeylag vant også 10 kamper, noe som utgjorde $\frac{2}{5}$ av alle kampene de hadde spilt. Hvilket lag hadde spilt flest kamper?

5 I trekant ABC er $AC = 5$ cm, og BM er en median. Finn lengdene til AM og MC .

6 Tegn en spissvinklet, en rettvinklet og en stumpvinklet trekant. For hver trekant, tegn en høyde fra et av hjørnene med spiss vinkel.

5

Divisjon med brøk



5.1

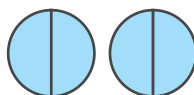
a Sammenlikn tekstoppgavene.

- I To brødre fisket. Den eldste fikk 6 fisker, mens den yngste fikk 3. Hvor mange ganger større var fangsten til den eldste broren?
- II To søstre drakk melk. Den eldste drakk 2 glass, mens den yngste drakk et halvt. Hvor mange ganger mer melk drakk den eldste søsteren?



Må man bruke den samme regneoperasjonen for å løse de to oppgavene? Løs den første oppgaven.

Løs den andre – se på tegningen.



Hva blir verdien til $2 : \frac{1}{2}$?

b Lag tegninger som kan hjelpe deg med å finne ut hvor mange ganger større:

i 4 er enn $\frac{1}{2}$

ii $1\frac{1}{2}$ er enn $\frac{1}{4}$

iii $\frac{3}{4}$ er enn $\frac{1}{8}$

c Bruk resultatene i b) til å si hva svaret på disse divisjonene er.

i $4 : \frac{1}{2}$

ii $1\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

iii $\frac{3}{4} : \frac{1}{8}$

Hvordan kan vi dele et tall med en brøk der telleren er 1?

Når vi skal dividere et tall med en brøk med teller 1, kan vi multiplisere tallet med nevneren i brøken.

$$a : \frac{1}{n} = a \cdot n$$

- d Finn svaret ved hoderegning.

i $8 : \frac{1}{2}$

iii $15 : \frac{1}{4}$

v $1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$

ii $25 : \frac{1}{2}$

iv $10 : \frac{1}{10}$

vi $2\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$

- e Regn ut.

i $3\frac{1}{2} : \frac{1}{10}$

iii $1\frac{1}{4} : \frac{1}{16}$

v $2\frac{1}{6} : \frac{1}{24}$

vii $2\frac{3}{4} : \frac{1}{12}$

ii $1\frac{1}{3} : \frac{1}{9}$

iv $1\frac{2}{5} : \frac{1}{15}$

vi $2\frac{1}{2} : \frac{1}{32}$

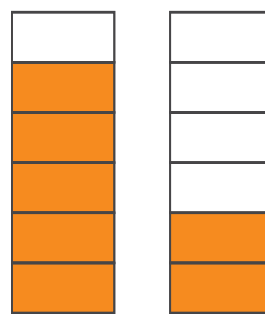
viii $3\frac{5}{7} : \frac{1}{28}$

5.2

- a Løs tekstoppgaven – se på modellen.

En tønne veier $7\frac{1}{2}$ kg når $\frac{5}{6}$ av den er fylt med honning.
Den samme tønnen veier $3\frac{3}{4}$ kg når $\frac{1}{3}$ av den er fylt med honning. Hvor mange kg honning er det plass til i tønnen?

- b Hvor mye veier tønnen når den er tom?
- c Hvor mye vil tønnen med honning veie når den er helt full?
- d Hvor stor del av tønnen er fylt med honning hvis den veier 5 kg?



$7\frac{1}{2}$

$3\frac{3}{4}$



5.3

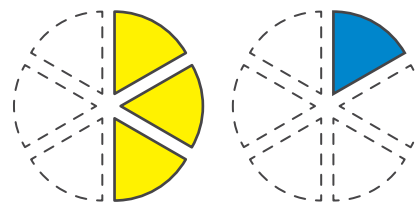
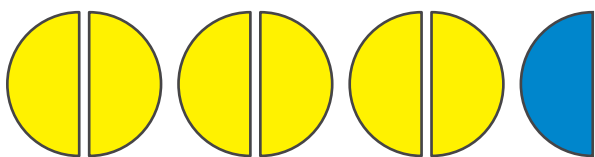
a Svar på spørsmålene.

i) Hvor mange ganger større er 24 enn 6?

ii) Hvor mange ganger større er 3 enn $\frac{1}{2}$?

iii) Hvor mange ganger større er $\frac{1}{2}$ enn $\frac{1}{6}$?

Hvis du står fast på de to siste, bruk disse tegningene.



Hvilken regneoperasjon må du bruke for å finne svar på spørsmålene?

b Regn ut.

i $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$

iv $1\frac{5}{12} : \frac{1}{60}$

vii $3\frac{5}{6} : \frac{1}{18}$

x $2\frac{7}{10} : \frac{1}{100}$

ii $1\frac{4}{5} : \frac{1}{35}$

v $1\frac{3}{5} : \frac{1}{15}$

viii $\frac{1}{21} : \frac{1}{14}$

xi $\frac{1}{21} : \frac{1}{7}$

iii $\frac{1}{7} : \frac{1}{21}$

vi $\frac{1}{6} : \frac{1}{3}$

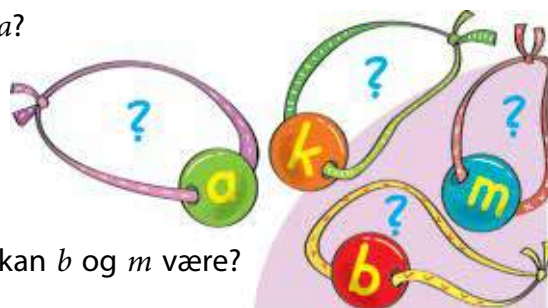
ix $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$

xii $1\frac{7}{18} : \frac{1}{72}$

c i) Et tall a deles med $\frac{1}{3}$, og svaret er 27. Hva er a ?

ii) 28 deles med $\frac{1}{k}$, og svaret er 140. Hva er k ?

iii) Et tall b deles med $\frac{1}{m}$, og svaret er 288. Hva kan b og m være?



5.4

a Regn ut.

$$\text{i) } \left(\frac{2}{5} + \frac{4}{7}\right) \cdot \frac{7}{17}$$

$$\text{ii) } \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) : 6$$

$$\text{iii) } \left(1\frac{4}{9} + \frac{7}{12}\right) \cdot \frac{36}{73}$$

b Finn naturlige tall a og b slik at ulikhetene blir sanne.

$$\text{i) } 5 < \left(\frac{3}{8} + \frac{7}{10}\right) \cdot a < 5\frac{1}{2}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{5} < \left(1\frac{1}{3} - \frac{5}{7}\right) : b < \frac{1}{3}$$

5.5

a Lag en modell som passer til oppgaven.

På en skole ble det arrangert en matematikkonkurranse. Elevene ble delt inn i 24 grupper. 14 grupper løste oppgaven i sannsynlighetsregning, 11 løste oppgaven i geometri og 7 løste begge oppgavene. Hvor mange grupper løste verken oppgaven i sannsynlighetsregning eller i geometri?



b Hvis du trenger hjelp, gå tilbake til oppgave 1.28.

c i) Hvor mange grupper løste kun oppgaven i sannsynlighetsregning?

ii) Hvor mange grupper løste kun oppgaven i geometri?

d Sammenlikn denne oppgave med den i a).

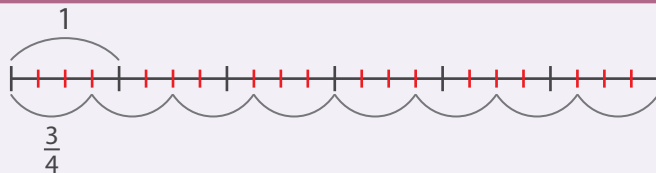
I en klasse med 24 elever er det 14 elever som har en bror, 11 som har en søster og 7 som verken har noen bror eller søster. Hvor mange elever har både en bror og en søster?

Lag en modell og løs oppgaven.

5.6

- a) Hvor mange linjestykker med lengde $\frac{1}{4}$ cm er det plass til langs et linjestykke med lengde 6 cm? Lag en tegning som viser svaret.
- b) Hvor mange linjestykker med lengde $\frac{3}{4}$ cm er det plass til langs det samme linjestykket? Begrunn.

Theo viste tankegangen sin slik:



Forklar hvordan han tenkte.

- c) Hvilket uttrykk har størst verdi? Svar uten å regne ut.

i) $3 : \frac{1}{4}$ eller $3 : \frac{3}{4}$

ii) $8 : \frac{1}{3}$ eller $8 : \frac{2}{3}$

Hvor mange ganger større er verdien til det største uttrykket enn verdien til det minste? Begrunn.

Finn verdien til uttrykkene.

Forklar hvordan et helt tall kan deles med en brøk.

- d) Finn svaret ved hoderegning.

i) $9 : \frac{1}{4}$

ii) $20 : \frac{2}{3}$

iii) $21 : \frac{3}{5}$

iv) $21 : \frac{7}{8}$

v) $30 : \frac{5}{9}$

vi) $30 : \frac{6}{13}$

- e) Regn ut.

i) $10 : \frac{4}{5}$

iii) $6 : \frac{9}{10}$

v) $3 : \frac{3}{8}$

vii) $6 : \frac{5}{6}$

ii) $8 : \frac{6}{25}$

iv) $13 : \frac{10}{7}$

vi) $9 : \frac{6}{5}$

viii) $12 : \frac{10}{9}$

5.7

- a Tenk deg at du kaster en mynt. Hva tror du det er størst sjanse for å få – «kron» eller «mynt»? Begrunn.



Vi regner med at mynten er symmetrisk (rettferdig) og at begge sidene derfor har lik sjanse for å komme opp.

I slike tilfeller sier vi at hendelsene har **lik sannsynlighet** for å inntreffe.

- b Tenk deg at du kaster to mynter. Hva tror du det er størst sjanse for å få – «2 kron», «2 mynt» eller «1 kron og 1 mynt»? Begrunn.

Kast to mynter 20 ganger og registrer resultatet i en tabell.

Kast nr.	2 kron	2 mynt	1 kron og 1 mynt
1			
2			
3			
...			

Hva tenker du nå om hva som har størst sjanse?

- c **Synne** satte opp denne tabellen for kast av to mynter.

mynt 1	mynt 2
0	0
0	1
1	0
1	1

Hvordan tror du hun har tenkt? Knekk «koden» som ligger bak tabellen.

Hvordan kan du bruke tabellen til å avgjøre hva som er mest sannsynlig av «2 kron», «2 mynt» eller «1 kron og 1 mynt»?

d **Sebastian** kaster en terning og mener at hendelsene «antall øyne er partall» og «antall øyne er oddetall» er like sannsynlige. Er du enig? Begrunn.

e Vi kaster tre mynter. Hvilken av disse hendelsene er mest sannsynlig?

3 kron

3 mynt

2 kron og 1 mynt

f Vi kaster to terninger. Hvilken av disse hendelsene er mest sannsynlig?

summen av antall øyne er 2



summen av antall øyne er 3



5.8

a Finn inversene til disse tallene.

i $a = \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$

iii $c = \frac{1}{10} - \frac{1}{16}$

v $e = \frac{1}{10} - \frac{1}{14}$

ii $b = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

iv $d = \frac{1}{15} + \frac{1}{10}$

b Finn naturlige tall m og n slik at verdien til $1 : \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$ blir:

i) et naturlig tall.

ii) et blandet tall.

c Lag en liknende oppgave som passer til uttrykket $1 : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$. Løs oppgaven.

5.9

- a Løs oppgaven – legg merke til det som står i rammen og at det er brukt ulike måleenheter for tid i teksten.

$$\text{gjennomsnittsfart} = \frac{\text{strekning}}{\text{tid}}$$

Et tog kjørte i 1 time og 15 min og hadde en gjennomsnittsfart på 56 km/t. De første 45 minuttene kjørte toget i 60 km/t. Hvor fort kjørte det resten av tiden?

- b La oss endre opplysningene i oppgaven ved å bytte ut 45 min med 50 min. Resten av teksten lar vi stå. Løs den nye oppgaven.
- c Lag en tekstopp-gave der det er nødvendig å finne farten på en del av en strekning. La en medelev løse oppgaven.

5.10

- a Finn verdiene til uttrykkene.

i $8 : 12$

ii $12 : \frac{3}{7}$

iii $20 : \frac{5}{4}$

- b Finn verdiene til disse uttrykkene og sammenlikn med resultatet i a).

i $8 \cdot \frac{1}{12}$

ii $12 \cdot \frac{7}{3}$

iii $20 \cdot \frac{4}{5}$

Hvilken hypotese vil du sette opp?
Er du enig i det som står her?

Når vi skal dividere et naturlig tall med en brøk, kan vi multiplisere tallet med den omvendte brøken.

$$n : \frac{a}{b} = n \cdot \frac{b}{a} = \frac{n \cdot b}{a}$$

c Utfør divisjonene ved å bruke multiplikasjon.

i $36 : \frac{3}{4}$

iii $45 : \frac{9}{7}$

v $12 : \frac{8}{5}$

vii $15 : \frac{6}{7}$

ii $36 : \frac{4}{5}$

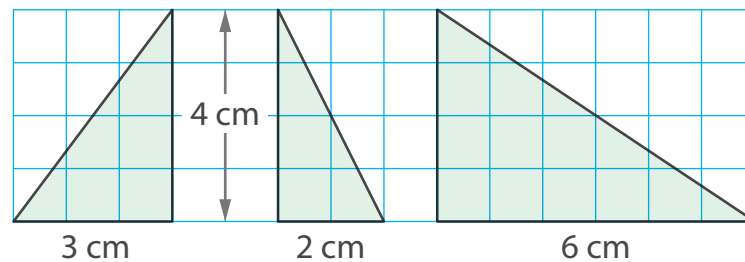
iv $5 : \frac{2}{3}$

vi $9 : \frac{4}{9}$

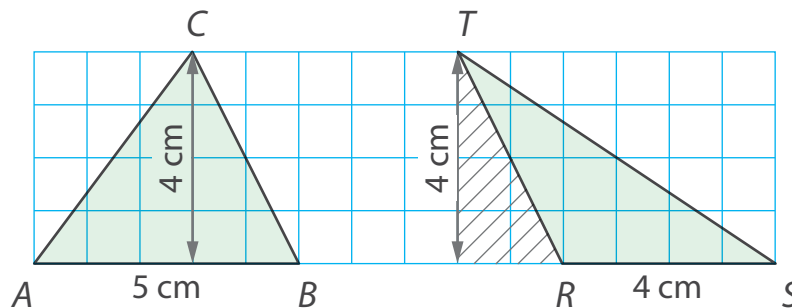
viii $12 : \frac{75}{6}$

5.11

a Finn arealet av de rettvinklede trekantene. Du kan gå tilbake til oppgave 1.32 hvis du trenger det.



b Hva er endret på denne tegningen? Hva er ikke endret?

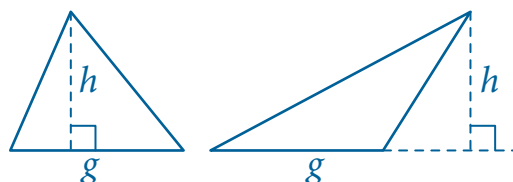


Hva er arealet av de nye trekantene ABC og RST?

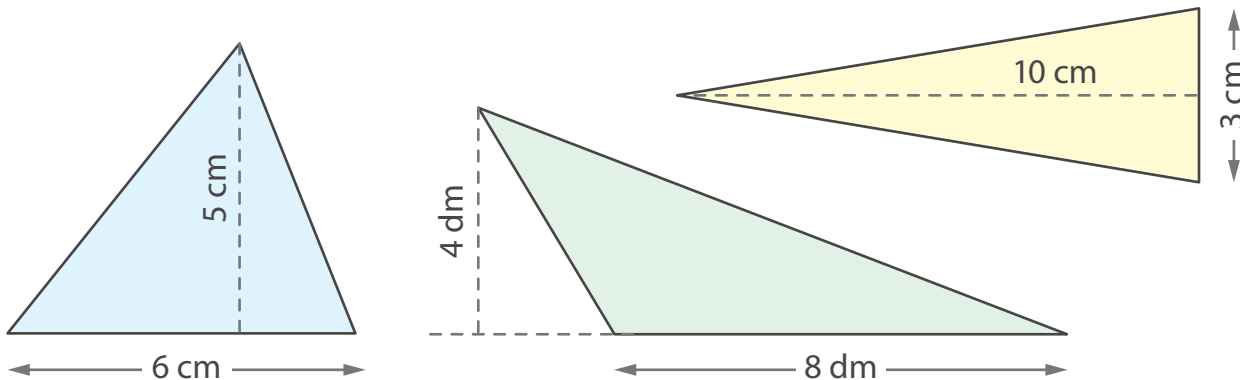
Hvordan kan vi finne arealet av en trekant med grunnlinje g og tilhørende høyde h ?

Arealet av en trekant

$$A = \frac{g \cdot h}{2}$$



- c Finn arealet av trekantene.



5.12

- a Sammenlikn likningene.

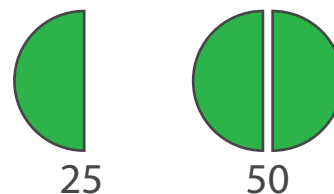
$$2x = 25$$

$$\frac{1}{2}y = 25$$

Er det x eller y som vil ha størst verdi? Begrunn.
Løs likningene.

- b Sammenlikn hvordan du løste den andre likningen med det disse elevene har gjort:

Odin Siden halvparten av y skal være lik 25, må y være dobbelt så stor som 25. Derfor er $y = 25 \cdot 2 = 50$, se tegningen.



Lise På venstre siden av likhetstegnet står et produkt, der den ene faktoren er ukjent. For å finne den ukjente faktoren kan jeg bruke divisjon: $y = 25 : \frac{1}{2}$. Det er 50 halve i 25 hele, derfor er $y = 50$.

Mattias Vi kan multiplisere med 2 på begge sider av likhetstegnet. Da får vi $y = 2 \cdot 25 = 50$.

c Løs likningene.

$$\text{i) } \frac{1}{2}x = 13$$

$$\text{iii) } \frac{1}{3}z = 36$$

$$\text{v) } \frac{1}{6}s = \frac{1}{2}$$

$$\text{vii) } \frac{1}{8}u = 5\frac{1}{4}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{4}y = 16$$

$$\text{iv) } \frac{1}{4}r = 4\frac{1}{2}$$

$$\text{vi) } \frac{1}{10}t = 2\frac{1}{2}$$

$$\text{viii) } \frac{1}{12}v = 1\frac{1}{6}$$

5.13

a Regn ut.

$$9 : \frac{3}{4}$$

Tenk over hva man kan gjøre for å finne verdien til $\frac{9}{5} : \frac{3}{4}$.

b To elever gjorde slik:

Milla: Vi fant at $9 : \frac{3}{4} = 12$. Tallet 9 er 5 ganger større enn $\frac{9}{5}$. Derfor er 12 være 5 ganger større enn verdien til $\frac{9}{5} : \frac{3}{4}$. Derfor er $\frac{9}{5} : \frac{3}{4} = \frac{12}{5}$.

Stian: Når vi skal dele et tall med en brøk, kan vi gange med den omvendte brøken. Derfor er $\frac{9}{5} : \frac{3}{4} = \frac{9}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{9 \cdot 4}{5 \cdot 3} = \frac{12}{5}$.

Når vi skal dividere et tall med en brøk, kan vi multiplisere tallet med den omvendte brøken.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

c Regn ut – bruk hoderegning hvis du klarer.

$$\text{i) } \frac{1}{2} : \frac{1}{8}$$

$$\text{v) } \frac{3}{4} : \frac{1}{16}$$

$$\text{ix) } \frac{32}{25} : \frac{16}{75}$$

$$\text{ii) } \frac{1}{6} : \frac{1}{2}$$

$$\text{vi) } \frac{2}{3} : \frac{4}{9}$$

$$\text{x) } \frac{11}{24} : \frac{5}{36}$$

$$\text{iii) } \frac{1}{6} : \frac{1}{9}$$

$$\text{vii) } \frac{2}{7} : \frac{5}{12}$$

$$\text{xi) } \frac{4}{3} : \frac{2}{15}$$

$$\text{iv) } \frac{1}{4} : \frac{1}{10}$$

$$\text{viii) } \frac{35}{18} : \frac{28}{27}$$

$$\text{xii) } \frac{10}{13} : \frac{20}{39}$$

5.14

a Løs oppgaven.

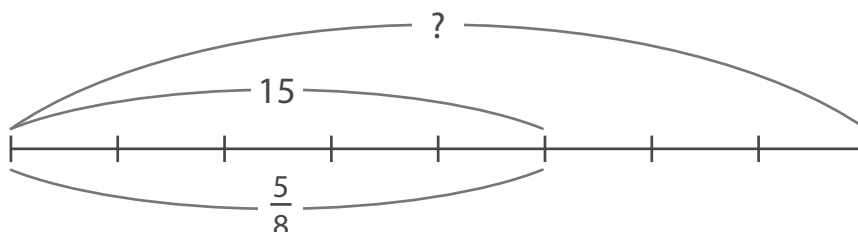
I en bokhylle er det 15 krimbøker. Disse utgjør $\frac{1}{8}$ av alle bøkene. Hvor mange bøker er det i bokhyllen?



b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

I en bokhylle er det 15 matematikkbøker. Disse utgjør $\frac{5}{8}$ av alle bøkene. Hvor mange bøker er det i bokhyllen?

Bruk denne modellen til å løse oppgaven.



c Se hvordan noen elever løste oppgaven:

Ingrid $15 : 5 = 3$
 $3 \cdot 8 = 24$

Rikke $15 : \frac{5}{8} = 24$

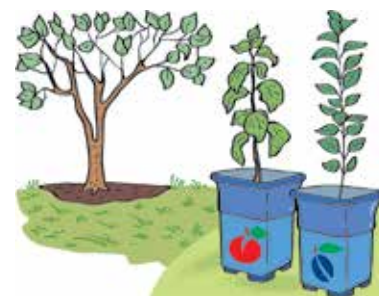


Daniel Vi kan sette opp en likning: $\frac{5}{8}x = 15$
 $x = 15 : \frac{5}{8} = 24$

Forklar hvordan de tenkte.

d Løs oppgavene.

- I** Anne leste 24 sider i en bok. Dette utgjorde $\frac{3}{7}$ av hele boka. Hvor mange sider var det i boka?
- II** En bonde plantet noen epletrær og 55 plommetrær. Epletrærne utgjorde $\frac{7}{12}$ av alle trærne. Hvor mange trær plantet bonden?



5.15

a Regn ut.

$$\text{i} \quad \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \right) \cdot 1\frac{1}{3}$$

$$\text{iv} \quad 12 : 15 - 2\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{18}$$

$$\text{ii} \quad \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{27} \right) : 28$$

$$\text{v} \quad \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{11} \right)$$

$$\text{iii} \quad \frac{3}{8} \cdot 2\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{4}$$

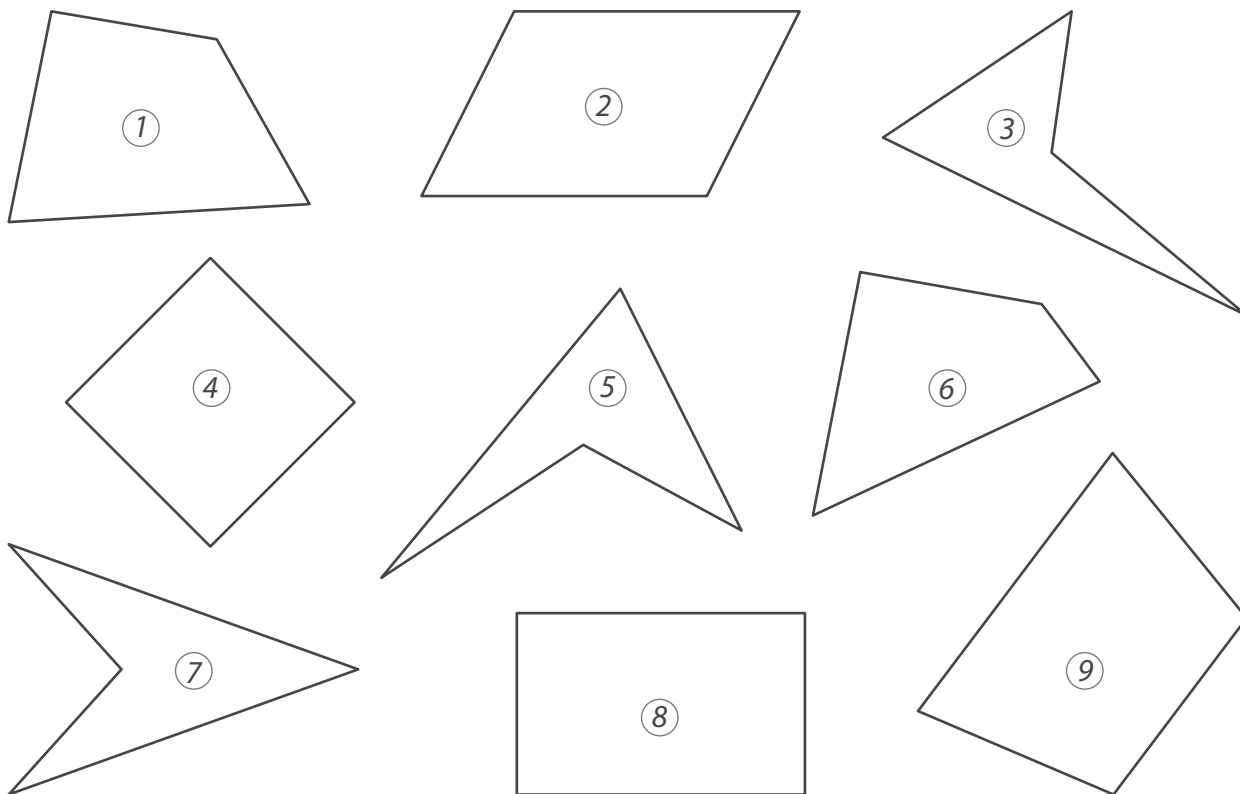
$$\text{vi} \quad \left(\frac{2}{3} \cdot 42 - \frac{3}{4} \cdot 24 \right) : 4$$

b Se på tallene du fikk til svar og finn:

- i)** to tall som har sum lik $\frac{17}{40}$. Strek under tallene med rødt.
- ii)** to tall som har produkt lik $\frac{1}{36}$. Strek under tallene med blått.
- iii)** et tall som er dobbelt så stort som et av de andre. Strek under begge tallene med grønt.

5.16

- a Foreslå et felles navn for disse figurene.



Del firkantene i to grupper. Begrunn.

- b **Hassan** samlet firkantene 3, 5 og 7 i en gruppe? Hvordan tror du han tenkte? Disse firkantene sier vi er **konkave**. De andre firkantene på tegningen er **konvekse**.
- c Tegn en konveks og en konkav firkant. Tegn de to diagonalene i hver av dem. (Husk: En **diagonal** er et linjestykke som forbinder to hjørner som ikke ligger på samme sidekant.) På hvilken måte er diagonalene ulikt plassert?
- d Legger du merke til andre ting som skiller konkave firkanter fra konvekse? Hva da?

5.17

- a Tenk over hvordan man enklest kan finne verdien til $1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{9}$?

Finn verdien – ta med utregning.

- b Inger begynte slik:

$$1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{9} = \frac{5}{3} : \frac{10}{9} = \frac{5}{3} \cdot \frac{9}{10} = \dots$$

Forklar hvordan hun tenkte og fullfør utregningen.

- c Finn svaret ved hoderegning.

i $3 : 1\frac{1}{2}$

iii $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$

v $18 : 4\frac{1}{2}$

vii $40 : 2\frac{1}{2}$

ii $7 : 3\frac{1}{2}$

iv $10 : 2\frac{1}{2}$

vi $10\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$

viii $45 : 1\frac{1}{2}$

- d Regn ut.

i $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$

iv $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$

vii $6\frac{1}{2} : 8\frac{2}{3}$

x $3\frac{4}{15} : 4\frac{9}{10}$

ii $4\frac{1}{2} : 3\frac{3}{4}$

v $1\frac{1}{3} : 1\frac{3}{5}$

viii $1\frac{3}{4} : 2\frac{1}{10}$

xi $2\frac{3}{16} : 3\frac{3}{20}$

iii $2\frac{1}{4} : 1\frac{7}{8}$

vi $1\frac{1}{4} : 2\frac{1}{2}$

ix $3\frac{1}{9} : 2\frac{11}{12}$

xii $37\frac{1}{2} : 22\frac{1}{2}$

5.18

- a Tenk deg at du kaster en vanlig terning. La oss se på følgende hendelser:

Antall øyne er et naturlig tall

Antall øyne er delelig med 3

Antall øyne er et primtall

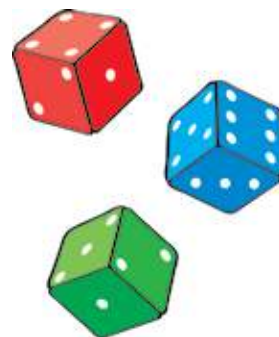
Antall øyne er et tall som er større enn seks

Den første hendelsen er en hendelse som **alltid** vil inntreffe, mens den siste er en hendelse som **aldri** vil inntreffe.

En **tilfeldig hendelse** er en hendelse som vi ikke kan forutsi. Det kan være at hendelsen inntreffer, men det kan også være at den ikke inntreffer.

- b Tenk deg at du kaster to terninger. Avgjør hvilke av disse hendelsene som alltid vil inntreffe, aldri vil inntreffe eller kanskje vil inntreffe.

- i) Summen av antall øyne er mindre enn to.
- ii) Produktet av antall øyne er mindre enn 37.
- iii) Produktet av antall øyne er et partall.
- iv) Summen av antall øyne er både et primtall og et partall.
- v) 120 er delelig med antall øyne på hver terning.
- vi) Det største antall øyne delt på det minste er lik $3\frac{1}{2}$.



- c Du kaster tre mynter. Foreslå en hendelse som:

i alltid vil inntreffe

ii aldri vil inntreffe

iii kanskje vil inntreffe

5.19

- a Se hvordan noen elever begynte da de skulle løse likningen $\frac{3}{4}x = 21$.

Astrid $\frac{3}{4}x = 21$
 $x = 21 : \frac{3}{4}$

Trym $\frac{3}{4}x = 21$
 $\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}x = \frac{4}{3} \cdot 21$

Magnus $\frac{3}{4}x = 21$
 $\frac{1}{4}x = 21 : 3$
 $\frac{1}{4}x = 7$

Yasmin $\frac{3}{4}x = 21$
 $4 \cdot \frac{3}{4}x = 4 \cdot 21$
 $3x = 84$

Henrik



$$\frac{3}{4}x = 21$$



$$\frac{1}{4}x = 7$$



...

- b Løs likningene.

i $\frac{3}{4}x = 36$

iii $\frac{4}{5}z = 48$

v $\frac{7}{12}v = 91$

vii $\frac{4}{5}p = 18$

ii $\frac{2}{3}y = 10$

iv $\frac{5}{6}u = 90$

vi $\frac{2}{3}w = 3$

viii $\frac{3}{10}q = 1$

- c Erstatt bokstavene i likningen $\frac{m}{n}x = 12$ med naturlige tall, slik at roten blir:

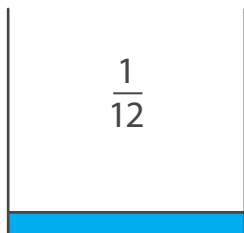
i et naturlig tall

ii et blandet tall der brøken er $\frac{1}{2}$

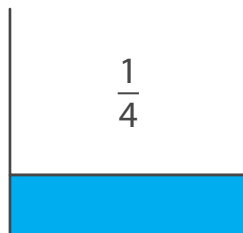
5.20

- a) Bruk tegningene til å løse oppgaven.

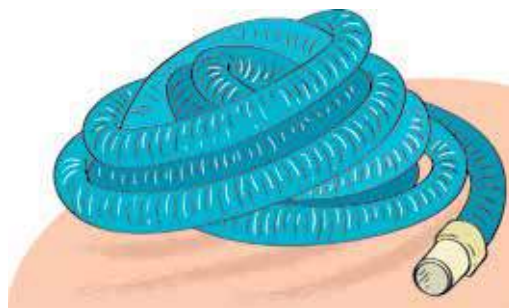
For å fylle vann i et basseng, kan man velge mellom to slanger. Det vil ta 12 timer å fylle bassenget med den ene slangen og 4 timer å fylle det med den andre. Hvor stor del av bassenget vil hver slange rekke å fylle i løpet av 1 time?



Slange 1
Etter 1 time



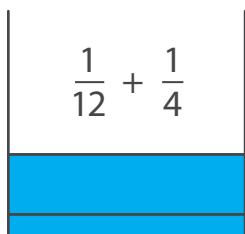
Slange 2
Etter 1 time



- b) Tenk deg at begge slangene brukes samtidig.

i) Hvor stor del av bassenget vil da være fylt etter 1 time?

ii) Hvor lang tid vil det ta å fylle hele bassenget?



Begge slangene samtidig
Etter 1 time

- c) Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

En maler bruker 2 timer på å male en husvegg, mens lærlingen hans bruker 6 timer. Hvor stor del av vegg vil hver av dem male på en time? Hvor lang tid vil det ta å male hele vegg hvis de jobber sammen?

Lag en modell som passer og bruk den til å løse oppgaven.



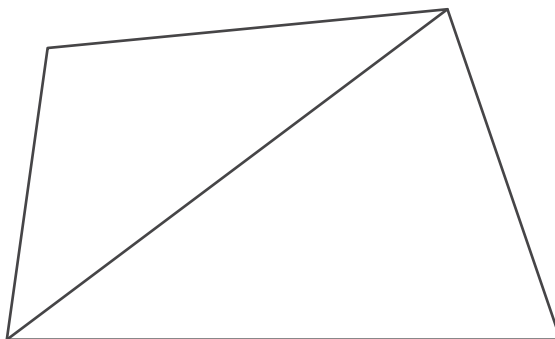
5.21

- a Tegn en firkant og finn summen av alle vinklene i firkanten.
Tegn en annen firkant og gjør det samme.

Fikk du samme eller nesten samme svar?

Sett opp en hypotese basert på observasjonene dine.

- b Prøv å forklare at summen av vinklene i en firkant er 360° – du kan bruke tegningen.



Hvis du står fast, prøv å svare på følgende spørsmål:

Hva slags figurer deler diagonalen firkanten inn i?

Vet du hva summen av vinklene i hver av disse figurene er?

- c Tegn en firkant $ABCD$ der $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 130^\circ$ og $\angle C = 85^\circ$.
Hvor stor er $\angle D$?
- d Tegn en firkant der to av vinklene er rette (dvs. 90°).
Hvor stor er summen av de to andre vinklene?
- e Tegn en firkant der alle vinklene er like store. Hvor store er vinklene?

5.22

a Hvor mange ganger større er det første tallet enn det andre?

i 32 og 8

iii 35 og 15

ii 30 og 12

iv $2\frac{1}{10}$ og $1\frac{1}{2}$

b Tallet a er 18 ganger større enn $2\frac{1}{2}$. Finn a .

Hvor mange ganger større er a enn 30?

c 81 er $2\frac{1}{4}$ ganger større enn b . Finn b .

Hvor mange ganger større er b enn 8?

d Sammenlikn tallene a og b . Hvor mange ganger større er det ene tallet enn det andre?

5.23

a To av sidene i et rektangel er 8 cm. Det er $1\frac{1}{3}$ ganger så langt som de to andre sidene.

Finn omkretsen og arealet av rektangelet.

b Tegn rektangelet.

c Velg enten punkt i) eller ii). (Fargelegg slik at områdene ikke overlapper hverandre.)

i) Fargelegg $\frac{1}{4}$ av rektangelet grønt og $\frac{5}{12}$ gult.

ii) Fargelegg $\frac{3}{8}$ av rektangelet rødt og $\frac{1}{6}$ blått.

5.24

- a Hvert av tallene nedenfor er en og en halv ganger større enn et ukjent tall. Finn det ukjente tallet.

$$\text{i} \quad 7\frac{1}{2}$$

$$\text{ii} \quad 2\frac{1}{4}$$

$$\text{iii} \quad \frac{1}{3}$$

$$\text{iv} \quad 4\frac{1}{5}$$

$$\text{v} \quad \frac{99}{100}$$

- b Hvert av tallene nedenfor er $3\frac{1}{2}$ ganger større enn et ukjent tall. Finn det ukjente tallet.

$$\text{i} \quad 63$$

$$\text{ii} \quad 4\frac{2}{3}$$

$$\text{iii} \quad \frac{1}{4}$$

$$\text{iv} \quad 8\frac{3}{4}$$

$$\text{v} \quad \frac{21}{22}$$

- c Hvert av tallene nedenfor er $1\frac{3}{5}$ ganger større enn et ukjent tall. Finn det ukjente tallet.

$$\text{i} \quad 72$$

$$\text{ii} \quad 20$$

$$\text{iii} \quad 2\frac{2}{15}$$

$$\text{iv} \quad 10\frac{6}{25}$$

$$\text{v} \quad \frac{104}{105}$$

Hjernetrim

1 Hvor mange ganger større er verdien til det andre uttrykket enn verdien til det første?

a $1:2:3:4$ og $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{4}$

c $1:2:3:4$ og $(1:2):(3:4)$

b $1:2:3:4$ og $1:(2:(3:4))$

d $1:2:3:4$ og $1:\left(\frac{1}{2}:\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{4}\right)\right)$

2 Vi har et tall og legger til halvparten av tallet. Så tar vi det nye tallet og legger til halvparten av det nye tallet. Resultatet er 324. Hvilket tall startet vi med?

3 Hvor mange ganger større er y enn x ? (a , b og c kan være hvilke som helst tall ulik 0.)

a $a:x=8$ og $a:y=\frac{1}{8}$

c $c:x=12$ og $c:y=\frac{1}{24}$

b $b:x=27$ og $b:y=\frac{1}{27}$

4 Likningene $2\frac{1}{2}(x-a)=20$ og $1\frac{1}{4}(y-b)=20$ har samme rot (dvs. $x=y$). Hvilket av tallene a og b er størst? Hvor mye større?

5 Finn det minste tallet som er slik at når vi deler det med brøkene $\frac{21}{50}$, $\frac{28}{81}$ og $\frac{35}{64}$ får vi naturlige tall.

6 En butikk hadde et lager med sykler. Den første dagen solgte de $\frac{1}{3}$ av lageret og 6 sykler i tillegg. Den andre dagen solgte de $\frac{1}{4}$ av lageret og 8 sykler i tillegg, og den tredje solgte de de 16 syklene som var igjen. Hvor mange sykler solgte de i løpet av de tre dagene?

Test deg selv

1 Regn ut.

a $9 : \frac{1}{2}$

c $3\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$

e $\frac{1}{4} : \frac{1}{6}$

g $2\frac{1}{4} : \frac{3}{16}$

b $14 : \frac{2}{3}$

d $6 : \frac{15}{16}$

f $\frac{2}{5} : \frac{4}{7}$

h $1\frac{1}{3} : \frac{8}{9}$

2 Hvert av tallene nedenfor er en og halv ganger større enn et ukjent tall. Finn det ukjente tallet.

a 18

b 36

c $3\frac{3}{4}$

d $6\frac{1}{4}$

3 Hvert av tallene nedenfor er to og halv ganger større enn et ukjent tall. Finn det ukjente tallet.

a 1

b 65

c $3\frac{3}{4}$

d $\frac{1}{6}$

4 Hvor mange ganger større er:

a 35 enn 14?

b $7\frac{1}{2}$ enn $1\frac{1}{2}$?

c $5\frac{1}{3}$ enn $\frac{4}{9}$?

5 Lag et sirkeldiagram som passer til tekstoppgaven. Løs oppgaven.

Halvparten av kjeksene på et fat er med sjokolade, en firedel er med nøtter og resten er uten fyll. Hvor mange kjeks er det på fatet hvis det er 9 kjeks uten fyll?

6 Løs likningene.

a $\frac{1}{6}x = 2\frac{1}{2}$

b $\frac{1}{20}y = 1\frac{3}{4}$

c $\frac{3}{8}z = 15$

7 I en firkant ABCD er $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 110^\circ$ og $\angle C = 120^\circ$. Hvor stor er $\angle D$?

6.1

- a Er disse likhetene sanne? Begrunn.

$$4\frac{1}{3} + 5\frac{11}{15} = 5\frac{11}{15} + 4\frac{1}{3}$$

$$\left(2\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) + 1\frac{7}{8} = 2\frac{5}{6} + \left(\frac{3}{4} + 1\frac{7}{8}\right)$$

Hvilke lover for addisjon kan knyttes til likhetene?

- b Regn ut – prøv å finne en mest mulig effektiv metode.

i $\frac{13}{25} + \frac{13}{18} + \frac{12}{25} + \frac{5}{18}$

iv $1\frac{7}{10} + 2\frac{1}{3} + 3\frac{4}{5} + 4\frac{1}{6}$

ii $2\frac{5}{12} + 3\frac{7}{10} + 3\frac{1}{3} + 2\frac{1}{20}$

v $\frac{6}{7} + \frac{8}{11} + \frac{9}{14} + \frac{17}{22}$

iii $\frac{7}{12} + \frac{7}{15} + 1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{5}$

vi $\frac{1}{28} + \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{15}$

- c Lag en sum med brøker som er slik at når du skal finne verdien kan det være lurt å bruke:

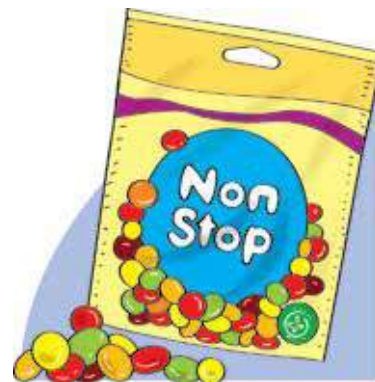
i den kommutative loven for addisjon

ii den assosiative loven for addisjon

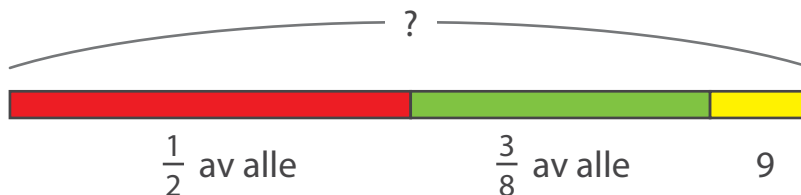
La en medelev finne verdiene.

6.2

- a Sammenlikn oppgavene. Hva er den mest vesentlige forskjellen mellom dem?
- I Mia har 48 Non Stop. Halvparten av dem er røde, $\frac{3}{8}$ er grønne og resten er gule. Hvor mange Non Stop av hver farge har Mia?
- II Mats har noen Non Stop. Halvparten av dem er røde, $\frac{3}{8}$ er grønne og 9 er gule. Hvor mange Non Stop har Mats?



Hvilken av oppgavene passer denne modellen til?



Løs begge oppgavene.

- b Hva må endres i opplysningene til oppgave II) hvis den nye oppgaven skal kunne løses slik som dette?

$$1. \quad \frac{1}{3} + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$$

$$2. \quad 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$$

$$3. \quad 9 : \frac{1}{9} = 81$$

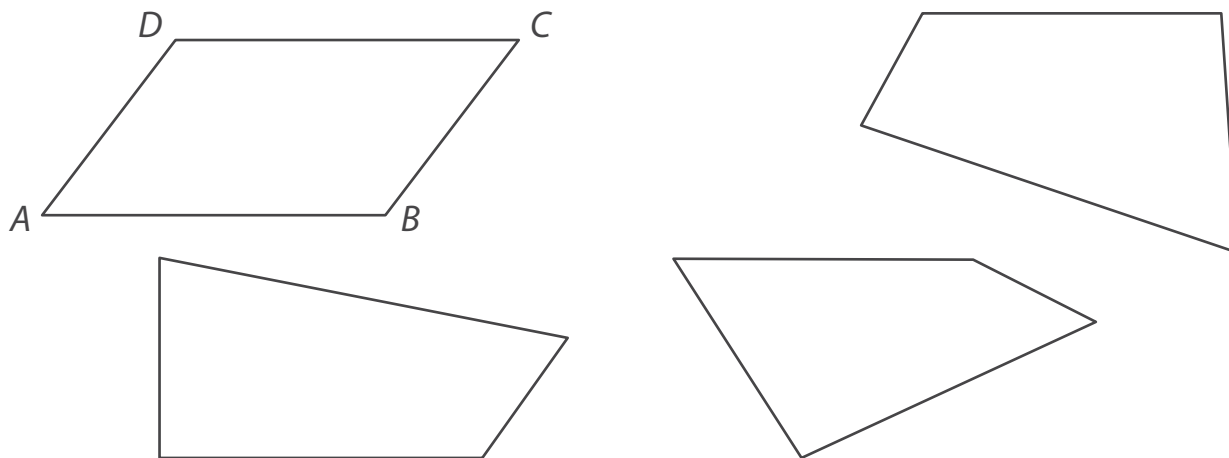
- c Hvilken av oppgavene over likner denne oppgaven på?

I en skog er det tre typer trær. Det er bjørker som utgjør $\frac{5}{12}$ av alle trærne, furuer som utgjør $\frac{3}{8}$ og 25 eiker. Hvor mange trær vokser i skogen?

Løs oppgaven.

6.3

- a Hva er den vesentligste forskjellen mellom firkant $ABCD$ og de andre firkantene?

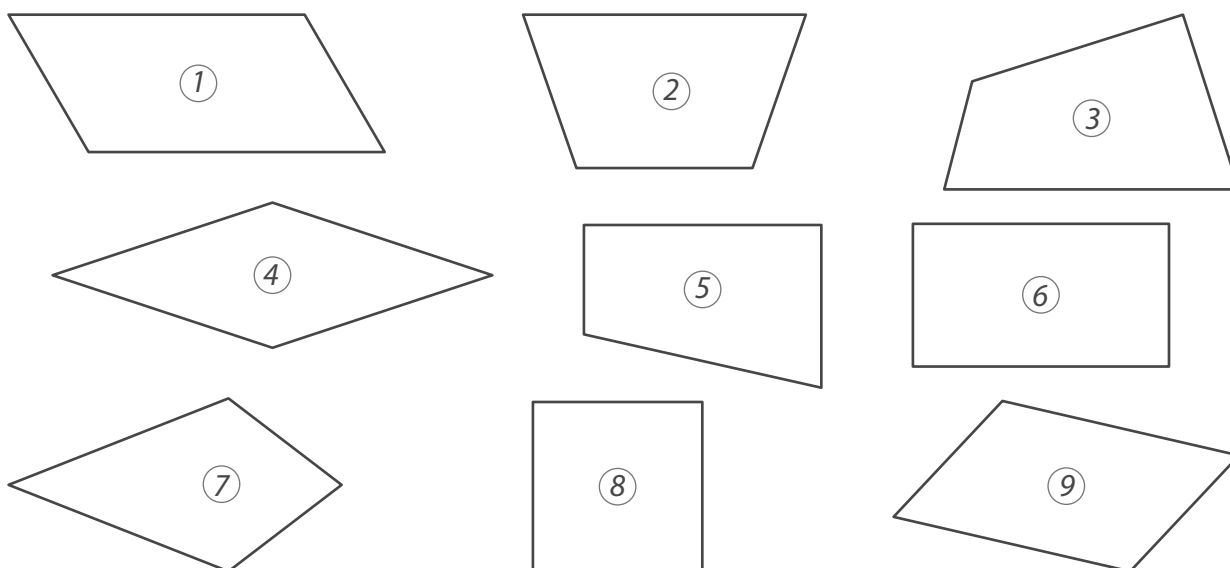


Firkant $ABCD$ kalles et **parallelogram**.

Hvor tror du ordet parallelogram kommer fra? Hvilken egenskap viser navnet til?

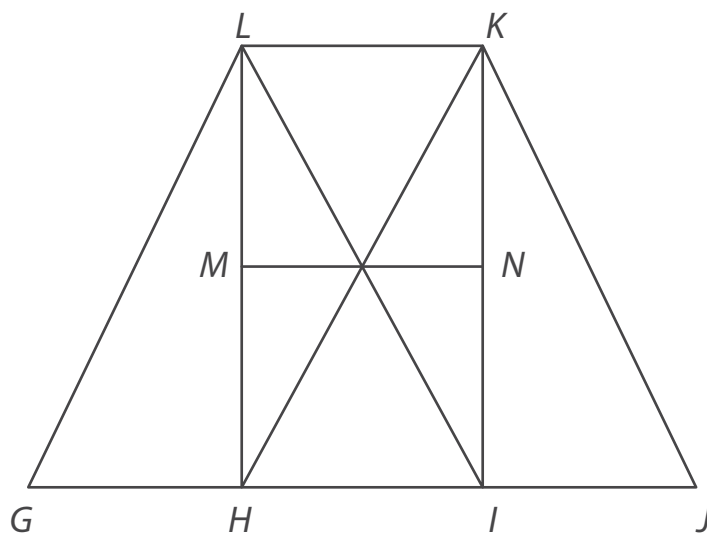
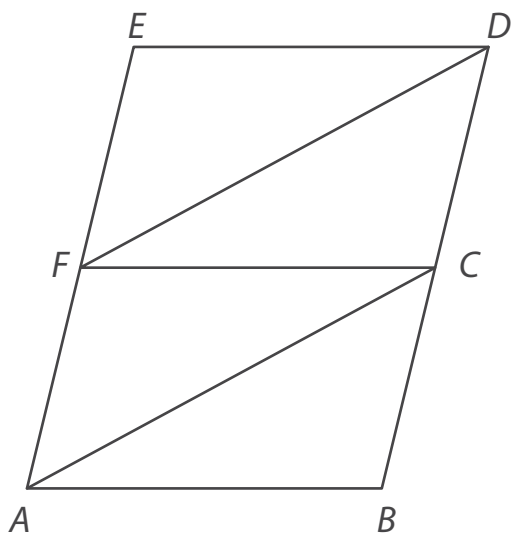
Et **parallelogram** er en firkant der to og to sider er parallelle.

- b Skriv ned numrene til alle parallelogrammene.



Kan vi si at rektangler og kvadrater er parallelogram? Begrunn svaret.

- c Hvor mange parallellogrammer er det på tegningene? Skriv ned navnene til de du finner.



Skriv ned navnene på de parallellogrammene som også er rektangler.
Skriv ned navnene på de rektangelene som også er kvadrater.

6.4

- a Er disse likhetene sanne?

$$3\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{25} = \frac{6}{25} \cdot 3\frac{1}{3}$$

$$\left(4\frac{1}{6} \cdot \frac{9}{10}\right) \cdot 6\frac{2}{3} = 4\frac{1}{6} \cdot \left(\frac{9}{10} \cdot 6\frac{2}{3}\right)$$

Hvilke lover for multiplikasjon kan knyttes til likhetene?

- b Regn ut.

i $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{11} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{11}{5}$

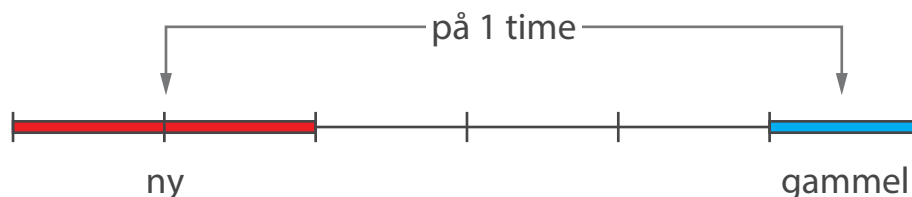
ii $\left(\frac{1}{36} \cdot 4\frac{1}{2}\right) \cdot 2$

iii $2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{19}{28} \cdot \frac{2}{25}$

6.5

- a Les tekstoppgaven og prøv å løse den trinn for trinn. Bruk modellen hvis du trenger det.

Med den nye plenklipperen tar det 3 timer å klippe plenen i en park. Med den gamle tar det 6 timer. Hvor lang tid tar det hvis man bruke begge klipperne samtidig?



- b **Asgeir** løste oppgaven slik:

La arealet til plenen være 1.

1. $1 : 3 = \frac{1}{3}$
2. $1 : 6 = \frac{1}{6}$
3. $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
4. $1 : \frac{1}{2} = 2$

Forklar hva Asgeir har funnet i hvert trinn.

- c Les teksten.

Tina kjører strekningen Arendal-Oslo på 3 timer, mens Kalle som har en gammel lastebil, bruker 6 timer. De starter i hver sin by og kjører mot hverandre. Hvor lang tid tar det før de møtes?

Hva er felles for denne oppgaven og oppgaven i a)?
Kan modellen over brukes for å løse denne oppgaven også?
Løs oppgaven.



6.6

- a I en skål er det ett grønt og tre røde epler. Du tar et eple uten å se. Hvilken av disse hendelsene vil helt sikkert inntreffe, og hvilken vil helt sikkert ikke inntreffe?

du tar et eple

eplet du tar er gult



eplet du tar er grønt

eplet du tar er rødt

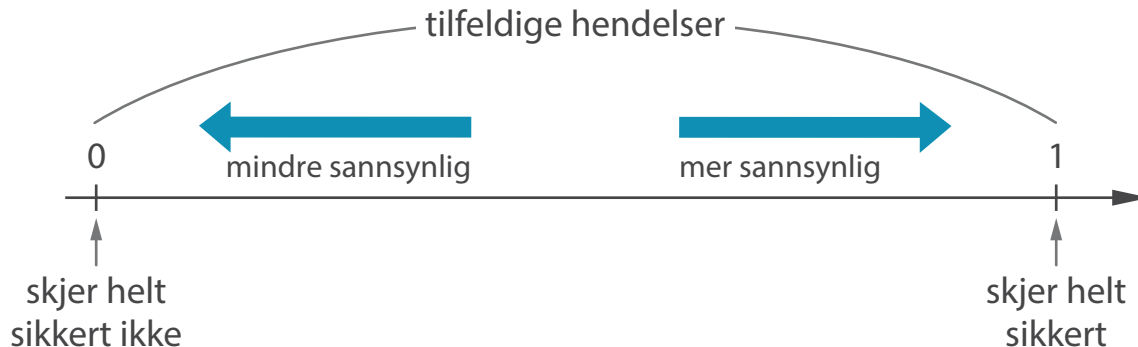
I sannsynlighetsregning bruker vi tall for å si hvor sannsynlig en hendelse er. Jo større sjans det er for at noe vil skje, desto større tall bruker vi. Tallet kalles **sannsynligheten** for hendelsen.

Matematikerne har blitt enige om at:

sannsynligheten for hendelser som aldri inntreffer er 0

sannsynligheten for hendelser som alltid inntreffer er 1

sannsynligheten for tilfeldige hendelser er et tall mellom 0 og 1



- b Gå tilbake til situasjonen i a). Hvilket tall syns du vi bør sette på sannsynligheten for å trekke et rødt eple? Begrunn.

Sofie tenkte slik:

«Det er fire epler i skålen. Tre av disse er røde. Hvis du trekker flere ganger etter hverandre, vil du over tid få et rødt eple tre av fire ganger. Derfor kan vi knytte tallet $\frac{3}{4}$ til hendelsen «eplet er rødt». Vi kan derfor si at sannsynligheten for å trekke et rødt eple er $\frac{3}{4}$.»

Tenkte du på samme måte som Sofie?

Forklar hvorfor sannsynligheten for å trekke et grønt eple er $\frac{1}{4}$.

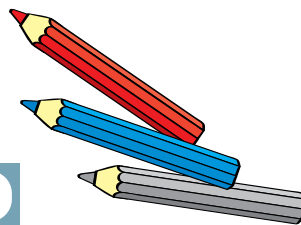
- c** Det er 1 rød, 2 blå og 3 grå blyanter i en boks. Du trekker en blyant uten å se.

Finn sannsynligheten for at blyanten er:

i rød

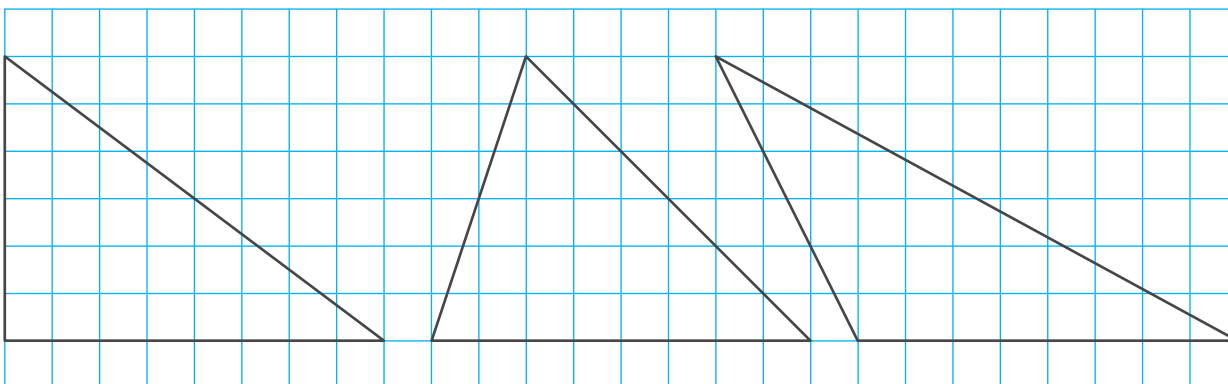
ii blå

iii enten grå eller blå



6.7

- a** Hva er likt og ulikt for trekantene?



Finn arealet av trekantene. Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 5.11. La du merke til noe ved svaret? Forventet du å få et slikt resultat?

- b** Tegn en trekant der den ene siden er dobbelt så lang som grunnlinjen i trekantene over, mens høyden på denne siden er like lang som høyden i trekantene over. Hva er arealet av trekanten?
- c** Tegn en trekant der:
- arealet er 3 ganger så stort som arealet av trekantene i a).
 - arealet er halvparten så stort som arealet av trekantene i a).

6.8

- a Se på disse uttrykkene.

$$(a + b) \cdot c$$

$$a \cdot c + b \cdot c$$

Finn verdien til uttrykkene hvis:

i $a = 1\frac{1}{3}$, $b = \frac{5}{6}$ og $c = 72$

ii $a = 2\frac{3}{14}$, $b = 1\frac{3}{7}$ og $c = 1\frac{5}{9}$

La du merke til noe? Forventet du å få et slikt resultat?
Hva heter loven som kan knyttes til dette resultatet?

- b Regn ut ved å bruke den distributive loven for multiplikasjon.

i $(\frac{2}{5} + \frac{6}{7}) \cdot 35$

iii $(1\frac{1}{12} + \frac{3}{8} + 1\frac{2}{9}) \cdot 72$

v $\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \cdot 3\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{2}$

ii $1\frac{1}{4} \cdot (\frac{4}{5} + 6\frac{2}{3})$

iv $\frac{1}{25} \cdot 2\frac{3}{7} + \frac{1}{25} \cdot 6\frac{1}{2}$

vi $3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{12} + 2\frac{1}{12} \cdot 2\frac{2}{5} - 1\frac{1}{10} \cdot 2\frac{1}{12}$

6.9

- a Løs oppgaven aritmetisk. Bruk modellen hvis du trenger det.

På en filmfestival ble det vist 48 filmer – noen på engelsk og noen på fransk. Det var $\frac{1}{3}$ så mange franske filmer som engelske. Hvor mange filmer var på fransk, og hvor mange var på engelsk?



- b Prøv å løse oppgaven i a) algebraisk (dvs. sett opp en likning som passer og løs den).

- c To elever satte opp følgende likninger:

Oliver $x + \frac{1}{3}x = 48$

Andrea $y + 3y = 48$

Hvordan tror du de tenkte?

Løs likningene. Hvorfor fikk du ikke samme svar?

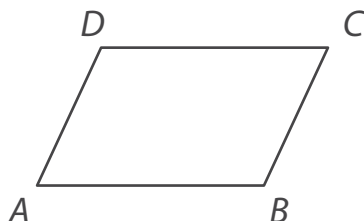
- d Løs oppgaven.

Summen av to tall er 270. Det ene tallet er $\frac{2}{3}$ så stort som det andre. Finn tallene.

6.10

- a Gå tilbake til oppgave 6.3 og velg et av parallellogrammene der. Mål lengdene til alle sidene. Hva legger du merke til?

I et parallellogram er de motstående sidene **parvis like lange**.



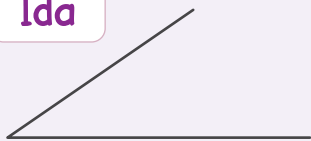
$$AB = CD$$

$$AD = BC$$

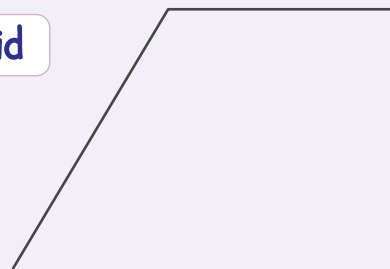
- b Tegn et parallellogram med sider 4 cm og 3 cm.

Se hvordan to elever valgte å begynne:

Ida



Farid



Hva må de passe på når de skal tegne de to siste sidene?
Gjør ferdig tegningene deres. Hva er forskjellen mellom dem?

- c) Tegn et parallelogram der
- sidene er 6 cm og 4 cm.
 - to av sidene er dobbelt så lange som de to andre.
 - omkretsen er 2 dm.

6.11

- a) Løs likningen $1\frac{1}{4}x = 20$.

Noen elever begynte slik:

Maiken

$$1\frac{1}{4}x = 20$$

$$x = 20 : 1\frac{1}{4}$$

$$x = 20 : \frac{5}{4}$$

...

Thor

$$1\frac{1}{4}x = 20$$

$$\frac{5}{4}x = 20$$

$$\frac{1}{4}x = 20 : 5$$

...

Åsne

$$1\frac{1}{4}x = 20$$

$$4 \cdot 1\frac{1}{4}x = 4 \cdot 20$$

$$5 \cdot x = \dots$$

William



20



20



4



$x =$

Forklar hvordan hver elev har tenkt og fullfør løsningene.

b Løs likningene.

$$\text{i} \quad 1\frac{1}{4}x = 40$$

$$\text{iii} \quad 4\frac{2}{3}z = 28$$

$$\text{v} \quad 10\frac{1}{2}v = 105$$

$$\text{ii} \quad 2\frac{1}{2}y = 15$$

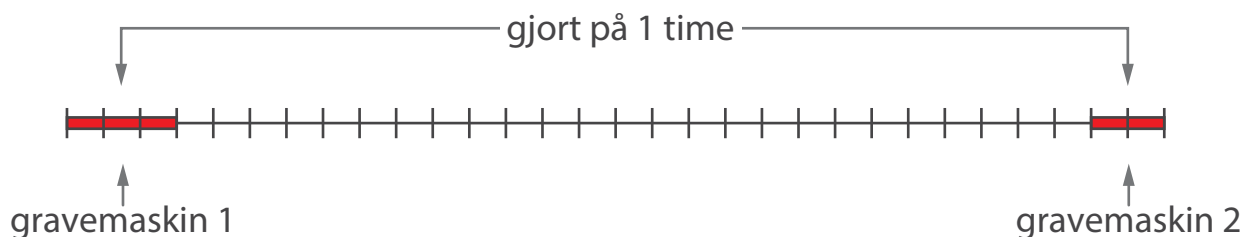
$$\text{iv} \quad 1\frac{1}{15}u = 48$$

$$\text{vi} \quad 2\frac{4}{5}w = 21$$

6.12

a Løs oppgaven trinn for trinn. Bruk modellen hvis du trenger det.

Et byggefirma skal grave ut tomten til et hus. De har én gravemaskinen som kan gjøre jobben på 10 timer og en annen som kan gjøre den på 15 timer. Hvor lang tid vil det ta hvis de bruker begge maskinene samtidig?



b Hva har dette uttrykket å gjøre med løsningen til oppgaven?

$$1 : \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right)$$

c Løs oppgaven trinn for trinn.

Tom bruker 30 min på å gå fra A til B, mens Tone bruker 6 min på å sykle den samme strekningen. Tom og Tone starter samtidig fra hvert sitt sted og beveger seg mot hverandre. Hvor lang tid tar det før de møtes?

d Lag et sammensatt uttrykk som kan hjelpe deg å finne svar på oppgaven i c).

6.13

- a I en pose er det 2 hvite og 3 røde kuler. Kulene er helt like med unntak av fargen. Du trekker en kule uten å se. Hva er sannsynligheten for at kulen er:

i hvit?

ii rød?

- b Hvis du står fast på det første punktet, tenk over:

- hvor mange kuler du har å velge blant.
- hvor mange hvite kuler du har å velge blant.

- c Legg sammen de to sannsynlighetene du fikk. Hvorfor er summen av sannsynlighetene lik 1?

- d La oss legge noen blå kuler i posen. Du velger selv hvor mange. Lag en ny oppgave der man skal finne sannsynligheten for en hendelse. Løs oppgaven.

6.14

- a Hvor mye må du legge til eller trekke fra det første tallet for å få det andre?

i $\frac{1}{2} \rightarrow \frac{9}{20}$

iii $\frac{11}{16} \rightarrow \frac{11}{24}$

v $1\frac{2}{9} \rightarrow 2\frac{1}{12}$

ii $\frac{5}{6} \rightarrow \frac{3}{5}$

iv $\frac{13}{30} \rightarrow \frac{27}{50}$

vi $\frac{4}{35} \rightarrow \frac{2}{15}$

- b Bruk det du fant i a) til å finne verdiene til disse uttrykkene.

i $\left(\frac{27}{50} - \frac{13}{30}\right) \cdot 3\frac{3}{4}$

ii $\left(\frac{11}{16} - \frac{11}{24}\right) : 3\frac{2}{3}$

iii $\left(\frac{2}{15} - \frac{4}{35}\right) \cdot 7\frac{1}{2}$

6.15

a Løs den første oppgaven aritmetisk og den andre algebraisk. Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 6.9.

I En bonde har to åkrer der han dyrker poteter og gulrøtter. Åkrene har et samlet areal på 40000 m^2 , og gulrotåkeren er $\frac{1}{4}$ så stor som potetåkeren. Hvor stor er hver åker?

II På en skole hadde de en matematikklubb med 36 elever. Det var $\frac{4}{5}$ så mange jenter som gutter. Hvor mange gutter og jenter var med i klubben?



b Neste år endret sammensetningen i matematikklubben seg slik at oppgaven kunne løses ved hjelp av likningen $x + \frac{2}{3}x = 40$. Hvor mange gutter og jenter kan det ha vært i klubben det året?

c Løs oppgaven.

I en vase er det 34 roser i tre ulike farger. Det er $\frac{1}{4}$ så mange gule som røde og $\frac{1}{6}$ så mange hvite som røde. Hvor mange roser av hver farge er det i vasen?

6.16

a Den ene siden i et rektangel er 12 cm, mens den andre er $1\frac{1}{4}$ ganger så lang. Finn arealet av rektanlet.

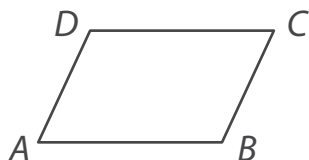
b Arealet av rektanlet fra a) er $2\frac{2}{9}$ ganger så stort som arealet av et kvadrat. Finn sidene i kvadratet.
Hvor mange ganger lengre er omkretsen av rektanlet enn omkretsen av kvadratet?



6.17

- a Tegn 3 ulike parallellogrammer og mål alle vinklene.
Hva legger du merke til?

I et parallellogram er de motstående vinklene **parvis like store**.



$$\angle A = \angle C$$

$$\angle B = \angle D$$

- b Tegn et parallellogram der to av sidene er 4 cm og to av vinklene er 35° . Hvor stor er de andre vinklene?
- c Tegn et parallellogram der sidene er 2 cm og 5 cm, og to av vinklene er 120° . Hvor stor er de andre vinklene?
- d Hvor stor er de andre vinklene i et parallellogram hvis to av dem er:
- tre ganger så stor som de andre.
 - 20° større enn de andre.
 - 40° mindre enn de andre.

6.18

- a Løs likningene.

$$\text{i} \quad \frac{5}{8}x = 40$$

$$\text{iv} \quad 1\frac{1}{2}u = 12$$

$$\text{vii} \quad k : \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$$

$$\text{x} \quad 1 : p = \frac{2}{7}$$

$$\text{ii} \quad \frac{4}{5}y = 2$$

$$\text{v} \quad 3\frac{3}{4}v = 7\frac{1}{2}$$

$$\text{viii} \quad m : 2\frac{1}{2} = \frac{3}{5}$$

$$\text{xi} \quad 10 : q = 12\frac{1}{2}$$

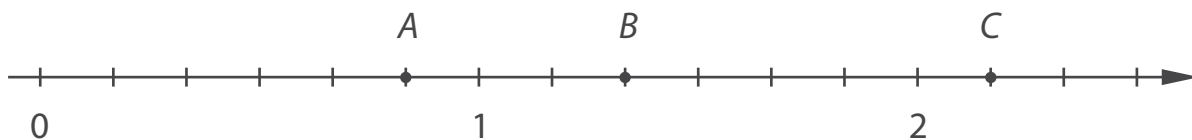
$$\text{iii} \quad \frac{7}{10}z = 28$$

$$\text{vi} \quad 2\frac{7}{9}w = 6\frac{2}{3}$$

$$\text{ix} \quad 1 : n = \frac{1}{2}$$

$$\text{xii} \quad 100 : r = 4\frac{4}{9}$$

- b** Lag tre likninger som har løsning lik plasseringene til A , B og C .



6.19

- a** Les tekstoppgaven.

Det tar 28 sek for en kano med 1 person å krysse en kanal, mens det tar 21 sek for en kano med 2 personer. De to kanoene starter samtidig fra hver sin side av kanalen. Hvor lang tid tar det før de møtes?

Lag et uttrykk som viser hvor lang tid det tar. Finn verdien til uttrykket og svar på spørsmålet.



- b** Hva må endres i oppgaveteksten hvis svaret skal være gitt ved verdien til dette uttrykket?

$$1 : \left(\frac{1}{45} + \frac{1}{36} \right)$$

Lag en oppgave og svar på spørsmålet.

- c** Lag en oppgave om to objekter som beveger seg mot hverandre og som kan løses ved hjelp av dette uttrykket:

$$1 : \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{24} \right)$$

La en medelev løse oppgaven.

6.20

- a Hva må du gange eller dele det første tallet med for å få det andre?

$$\text{i} \quad \frac{1}{3} \rightarrow \frac{8}{3}$$

$$\text{iii} \quad \frac{64}{125} \rightarrow \frac{1}{250}$$

$$\text{v} \quad 3\frac{3}{7} \rightarrow \frac{8}{21}$$

$$\text{ii} \quad \frac{3}{10} \rightarrow 1\frac{4}{5}$$

$$\text{iv} \quad \frac{5}{4} \rightarrow \frac{5}{16}$$

$$\text{vi} \quad 4\frac{1}{2} \rightarrow 6\frac{3}{4}$$

- b Bruk det du fant i a) til å finne verdiene til disse uttrykkene.

$$\text{i} \quad 3\frac{3}{7} : \frac{8}{21} : 12$$

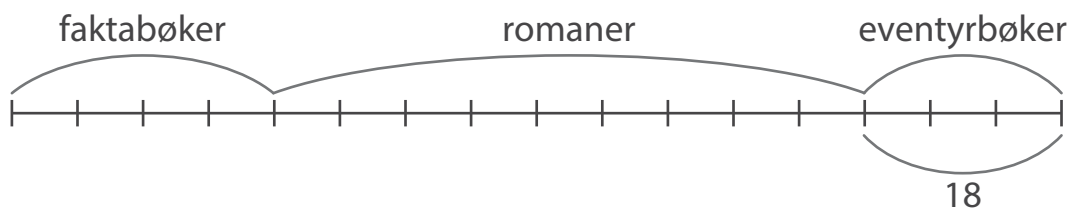
$$\text{ii} \quad \left(\frac{5}{4} : \frac{5}{16}\right) : \left(\frac{64}{125} : \frac{1}{250}\right)$$

$$\text{iii} \quad \left(\frac{1}{3} : \frac{8}{3}\right) \cdot \left(4\frac{1}{2} : 6\frac{3}{4}\right)$$

6.21

- a Løs oppgaven aritmetisk. Bruk modellen hvis du trenger det.

I en bokhylle er $\frac{1}{4}$ av alle bøkene faktabøker, $\frac{9}{16}$ er romaner og de siste 18 bøkene er eventyrbøker. Hvor mange bøker er det til sammen i bokhyllen?



- b Ville det vært færre eller flere bøker i bokhyllen hvis faktabøkene hadde utgjort $\frac{3}{8}$ av alle bøkene? Sjekk svaret ved å løse den nye oppgaven.

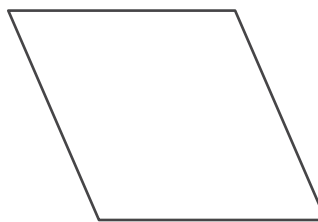
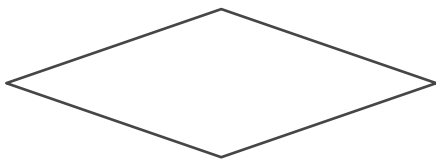
- c Sammenlikn denne oppgaven med den i a).

På en gård er det gjess, kyllinger og ender. Gjessene utgjør $\frac{1}{4}$ av alle fuglene, kyllingene utgjør $\frac{9}{16}$, og det er 18 færre ender enn gjess. Hvor mange fugler er det på gården?

Lag en modell som passer til oppgaven og løs den.

6.22

- a Mål sidene i parallellogrammene.



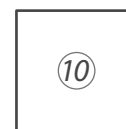
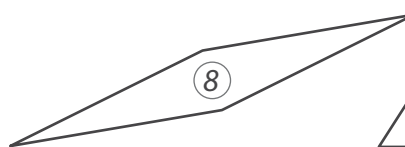
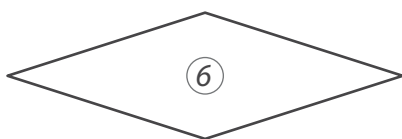
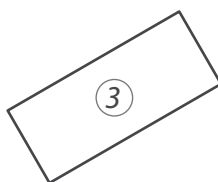
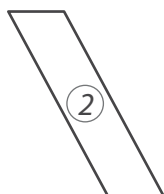
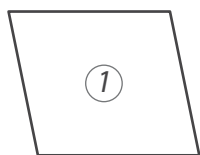
La du merke til noe?

Disse parallellogrammene kalles **romber**.

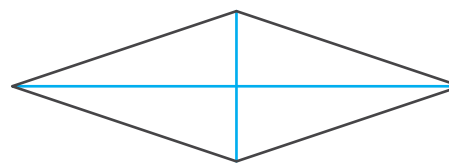
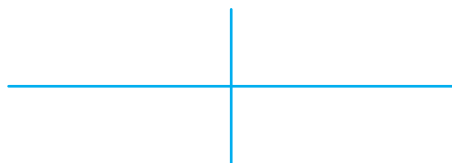
*En **rombe** er en firkant der alle sidene er like lange.*

I en rombe er alltid to og to sider parallelle.

- b Skriv ned numrene til alle rombene.



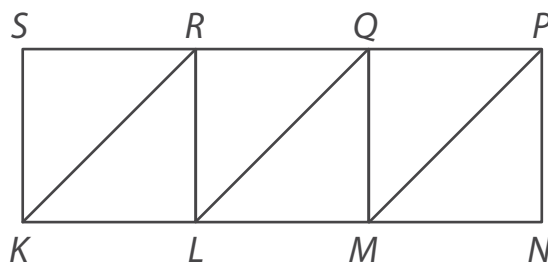
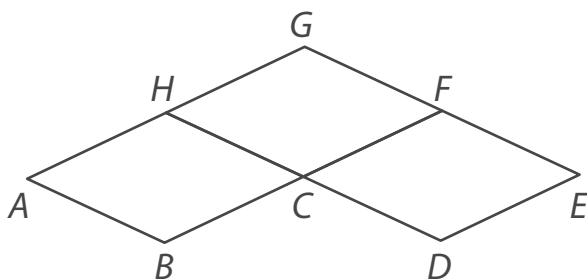
- c I en rombe står diagonalene vinkelrett på hverandre og deler hverandre i to like deler. Denne egenskapen gjør at vi kan tegne en rombe slik:



Bruk denne metoden og tegn to romber.

Tegn en rombe med rette vinkler. Hva annet kan vi kalle denne romben?

- d** Hvor mange parallellogrammer er det på hver tegning? Skriv ned navnene til de du finner.



Skriv ned navnene til de parallellogrammene som også er romber.

6.23

- a** Sammenlikn tekstoppgavene. Hva er den vesentligste forskjellen mellom dem?

- I** For å fylle vann i et basseng, kan man bruke to ulike slanger. Den ene fyller bassenget på 14 min, mens den andre bruker 70 min. Hvor lang tid tar det å fylle bassenget hvis begge slangene brukes samtidig?
- II** To båter starter samtidig og kjører mot hverandre fra motsatte sider av en innsjøen. De møtes etter 10 min. Det tar 14 min for ene båten å krysse hele innsjøen. Hvor lang tid tar det for den andre?

Løs oppgavene trinn for trinn.

- b** Hvilket av disse uttrykkene kan brukes for å finne svaret i oppgave I)? Hvilket passer til oppgave II)? Begrunn.

$$1 : \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{14} \right)$$

$$1 : \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{14} \right)$$

$$1 : \left(\frac{1}{14} + \frac{1}{70} \right)$$

- c** Hvilken av oppgavene i a) likner denne på?

Hvis to pumper står på samtidig, tar det 3 timer å pumpe vannet ut av et basseng. Det vil ta 4 timer for den ene pumpen å gjøre jobben alene. Hvor lang tid vil det ta for den andre?

Løs oppgaven.

6.24

a Regn ut.

$$\text{i} \quad \frac{1}{2} - \frac{4}{5} : 8$$

$$\text{iv} \quad 1\frac{1}{2} \cdot 3 - 2\frac{1}{4} : \frac{9}{16}$$

$$\text{ii} \quad \frac{5}{12} \cdot 2 - \frac{2}{3} : 4$$

$$\text{v} \quad \left(\frac{3}{4} + 1\frac{1}{3}\right) : \left(8\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{6}\right)$$

$$\text{iii} \quad 1 : \left(\frac{8}{9} : \frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right)$$

$$\text{vi} \quad \left(\frac{13}{14} + \frac{4}{21} - \frac{5}{42}\right) : 2\frac{1}{2}$$

b Erstatt bokstavene med naturlige tall slik at:

i) verdien til $\frac{1}{4} + 3\frac{3}{8} : m$ blir en ekte brøk.

ii) verdien til $\frac{3}{5} \cdot n - 6\frac{1}{4} : n$ blir et blandet tall med heltall 1.

6.25

a I en eske er det 1 gul, 3 blå og 4 røde brikker. En elev trekker en brikke uten å se. Hva er sannsynligheten for at brikken er:

i gul?

ii blå?

iii rød?



b Vil sannsynlighetene i a) bli større eller mindre hvis vi i tillegg legger 2 grønne brikker i esken? Sjekk svaret ved å løse den nye oppgaven.

c Her er starten på en tekstoppgave:

Yvonne kjøpte røde, blå og grønne ballonger til bursdagen sin.

Fortsett teksten slik at det blir en oppgave der man skal finne sannsynligheten for noe. Be en medelev løse oppgaven din.

6.26

- a Sammenlikn likningene.

$$3x = 2x + 15$$

$$\frac{1}{2}y = \frac{1}{3}y + 15$$

Kan de løses på samme måte? Løs likningene.

- b Sammenlikn hvordan du løste den andre likningen med det disse elevene har gjort:

Malik

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}y &= \frac{1}{3}y + 15 \\ \frac{1}{2}y - \frac{1}{3}y &= \frac{1}{3}y - \frac{1}{3}y + 15 \\ \frac{1}{6}y &= 15 \\ \dots\end{aligned}$$

Olivia

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}y &= \frac{1}{3}y + 15 \\ 6 \cdot \frac{1}{2}y &= 6 \cdot \left(\frac{1}{3}y + 15\right) \\ 3y &= 6 \cdot \frac{1}{3}y + 6 \cdot 15 \\ \dots\end{aligned}$$

Forklar hvordan de har tenkt og fullfør løsningene.

- c Løs likningene.

i $x = \frac{3}{4}x + 24$

iv $3u = 16 + \frac{1}{3}u$

vii $\frac{2}{5}p = \frac{1}{10}p + 1\frac{1}{2}$

ii $2y = 15 + \frac{1}{2}y$

v $\frac{1}{3}v = \frac{1}{4}v + \frac{1}{2}$

viii $2\frac{1}{5}q = 1\frac{3}{4}q + 1\frac{1}{8}$

iii $3z = \frac{1}{2}z + 30$

vi $\frac{5}{6}w = \frac{2}{3} + \frac{3}{4}w$

ix $2\frac{1}{6}r = \frac{2}{9} + 1\frac{1}{2}r$

6.27

- a Les tekstoppgaven.

Siv og Harald leser begge en bok på 120 sider. Den første dagen leser hver av dem $\frac{2}{5}$ av boka. Neste dag leser Siv halvparten av hele boka, mens Harald leser halvparten av det som er igjen. Hvor mange sider har hver av dem igjen å lese?

Kan du si hvem som har flest sider igjen uten å løse oppgaven? Begrunn. Sjekk svaret ved å løse oppgaven. Lag en modell hvis du trenger det.

- b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

Miriam leser en bok på 120 sider. Den første dagen leser hun $\frac{1}{3}$ av boken, den andre leser hun $\frac{1}{4}$ av det som er igjen og den tredje leser hun $\frac{1}{5}$ av det som nå er igjen. Hvor mange sider har hun igjen å lese?

Løs oppgaven.

6.28

- a Del kvotientene i to grupper (uten å regne ut), én for de som har verdi lik en ekte brøk og én for de som har verdi lik en uekte brøk. Begrunn valget.

i	$\frac{5}{8} : \frac{3}{8}$	iii	$1\frac{8}{9} : 1\frac{2}{3}$	v	$\frac{35}{18} : 2\frac{1}{24}$	vii	$\frac{33}{5} : 6\frac{3}{4}$	
	ii	$\frac{13}{10} : \frac{13}{9}$	iv	$1\frac{1}{2} : \frac{25}{16}$	vi	$\frac{100}{3} : 33\frac{1}{4}$	viii	$\frac{37}{72} : \frac{40}{81}$

- b Sjekk svarene ved å utføre divisjonene.

- c Bruk tallene $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{6}$ og $2\frac{2}{3}$ og lag en kvotient som har verdi:

- i) mindre enn $\frac{1}{10}$.
- ii) større enn 10.
- iii) større enn $\frac{1}{2}$, men mindre enn 1.
- iv) lik et naturlig tall.
- v) lik et blandet tall der brøken er $\frac{3}{5}$.

6.29

- a Tegn to ulike romber med sider 4 cm. Hva er forskjellen mellom rombene dine?
- b Tegn en rombe der to av vinklene er 30° . Finn de andre vinklene.
- c Tegn en rombe med en omkrets på 20 cm, der to av vinklene er 40° større enn de to andre.
- d Tegn en rombe med en omkrets på 28 cm, der to av vinklene er 4 ganger så stor som de andre.

6.30

- a Sammenlikn tekstoppagene og løs dem.
- i) Nadia kan gjøre en jobb på 12 timer, mens Fredrik kan gjøre den samme jobben på 6 timer. Hvor lang tid vil det ta hvis de gjør jobben sammen?
- ii) For å fylle vann i et akvarium, kan man bruke tre ulike kraner. Med den første kranen tar det 12 min å fylle akvariet. Med den andre tar det 6 min, og med den tredje tar det 4 min. Hvor lang tid vil det ta hvis alle kranene står på samtidig?



- b Hva må endres i oppgave II) hvis svaret skal være gitt ved verdien til dette uttrykket?

$$1 : \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right)$$

Lag en ny tekstoppgave og løs den.

- c Sammenlikn denne oppgaven med de forrige.

Tre ulike maskiner lager samme type vare. For å lage et bestemt antall av varen bruker den første maskinen 18 t, den andre 12 t og den tredje 9 t. Hvor lang tid vil det ta å lage det samme antallet hvis de tre maskinene jobber samtidig?

Løs den nye oppgaven.

6.31

- a Det er tre kattunger i en kurv – en svart, en grå og en hvit: ● ● ○
Du tar opp to av dem uten å se. Tegn alle måter det kan gjøres på.
Hva er sannsynligheten for at:

i det er en svart og en grå katt?

ii én av kattene er svart?

- b Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den.

Det er én brun og tre svarte valper i en kurv. Du tar opp to valper uten å se. Hva er sannsynligheten for at det er en brun og en svart? Hva er sannsynligheten for at begge er svarte?

Hvis du står fast, gi valpene navnene B, S1, S2 og S3 og skriv opp alle måter valpene kan trekkes på.

- c Legg sammen sannsynlighetene du fikk i b).
Hvordan vil du forklare at svaret blir 1?

6.32

- a Regn ut.

i $\left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) \cdot 12$

iii $36 \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{18}\right) \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{16}\right) \cdot 48$

v $18 \cdot \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{36}\right) + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right) \cdot 9$

ii $\frac{1}{3} \cdot 2\frac{4}{5} + 2\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$

iv $10\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{7}\right)$

vi $\frac{1}{8} \cdot 1\frac{1}{6} + \frac{3}{8} \cdot 2\frac{5}{6} + \frac{5}{8} \cdot 2\frac{5}{6} + \frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{6}$

- b Erstatt bokstavene med tall slik at:

i) verdien til $x \cdot \left(\frac{5}{14} + \frac{7}{20}\right)$ blir et naturlig tall.

ii) verdien til $24 \cdot \left(\frac{9}{16} - \frac{y}{32}\right)$ blir en ekte brøk.

iii) verdien til $\left(\frac{1}{2} - \frac{49}{100}\right) \cdot z$ blir et blandet tall der heltallet er 10.

6.33

- a Les tekstoppgavene. Hva er den vesentligste forskjellen mellom dem?
- I I en bokhylle handler $\frac{1}{4}$ av bøkene om matematikk, $\frac{1}{2}$ av dem handler om norsk litteratur og de siste 27 handler om historie. Hvor mange bøker er det til sammen i bokhyllen?
 - II I et bokskap handler $\frac{1}{4}$ av bøkene om fysikk, $\frac{1}{2}$ av de som er igjen handler om kjemi og de siste 27 handler om biologi. Hvor mange bøker er det til sammen i bokskapet?

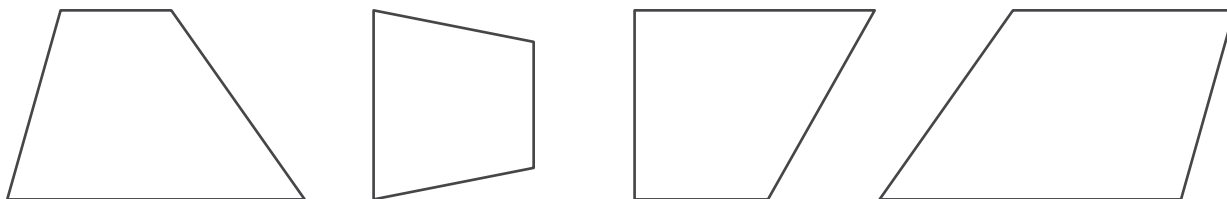
Løs tekstoppgavene.

- b Endre et av tallene i oppgave II) slik at det blir flere bøker i bokskapet enn i bokhyllen. Løs den nye tekstoppgaven.
- c Sammenlikn denne oppgaven med de forrige og løs den.

I en kurv er det epler, pærer, appelsiner og bananer. Eplene utgjør $\frac{1}{3}$ av alle fruktene, mens pærene utgjør $\frac{1}{3}$ av de som er igjen. Videre er det 14 appelsiner og 14 bananer. Hvor mange frukter er det i kurven?

6.34

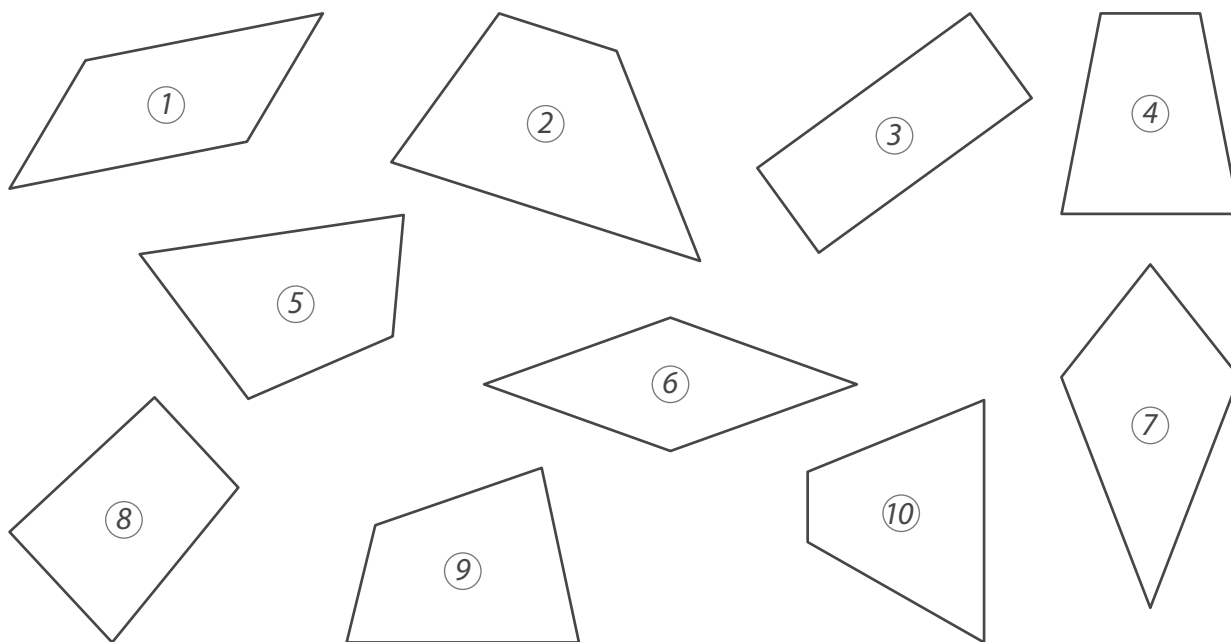
- a Hva er likt for disse firkantene?



Firkantene over kalles **trapeser**.
Hva er en viktig egenskap ved et trapes?

Et **trapes** er en firkant der minst to av sidene er parallelle.

- b** Skriv ned numrene til alle trapesene.



- c** Tegn to trapeser der kun to av sidene er parallelle.

6.35

- a** Løs likningene.

i $x = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}x$

iv $1\frac{1}{2} - u = u$

vii $7\frac{1}{2} - 2m = 3m$

ii $5 - y = y$

v $\frac{1}{6} - v = v$

viii $2\frac{2}{3} - \frac{3}{4}n = 1\frac{1}{4}n$

iii $3z = 42 + 1\frac{1}{2}z$

vi $7\frac{1}{2} - w = w$

ix $12\frac{1}{2} - 1\frac{1}{6}p = 1\frac{1}{3}p$

- b** Erstatt a i likningen $a - x = x$ med et tall slik at roten til likningen blir:

i et naturlig tall

ii en ekte brøk

iii et blandet tall

6.36

- a Løs oppgaven ved å lage et sammensatt uttrykk som du finner verdien til.

For å fylle vann i et basseng kan man bruke tre ulike slanger. Den ene kan fylle bassenget på 6 timer. Den andre kan fylle det på 8 timer, mens den tredje vil bruke 24 timer. Hvor lang tid vil det ta å fylle bassenget hvis alle slangene brukes samtidig?

- b La oss endre noen av opplysningene. La oss si at den tredje slangen er festet til en pumpe som pumper vann **ut** av bassenget. Hvordan må vi endre på uttrykket som «modellerer» løsningen i dette tilfellet?

Vis at det i dette tilfellet vil ta 4 timer å fylle bassenget med vann.

- c Hva må endres i oppgaveteksten hvis svaret skal være gitt ved verdien til dette uttrykket?

$$1 : \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{24} \right)$$

Hvor lang tid vil det nå ta å fylle bassenget?

- d Lag en oppgave om å fylle vann i et basseng der svaret er gitt ved verdien til dette uttrykket.

$$1 : \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{12} \right)$$

Prøv å løse oppgaven. Fikk du det til? Hvorfor ikke?
Endre på uttrykket slik at den nye oppgaven har en løsning.

6.37

- a Et rett, rektangulært prisme har sidekanter a , b og c , der:

1. $a = 7\frac{1}{2}$ dm.
2. b er $1\frac{1}{3}$ ganger så lang som a .
3. c er $1\frac{1}{2}$ ganger så lang som b .

Hva er volumet til prismet målt i liter?

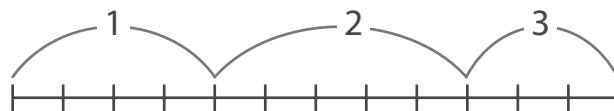
- b** En terning rommer 3 ganger så mye som prismet. Finn lengden til sidekantene i terningen.
- c** Et annet rett, rektangulært prisme rommer like mye som figurene over til sammen. Høyden i dette prismet er $12\frac{1}{2}$ dm. Hva kan sidene i grunnflaten være? Kom med et forslag.

6.38

- a** Løs oppgaven.

Et tog kjørte mellom to byer. Det tilbakela $\frac{1}{3}$ av veien den første timen og $\frac{5}{12}$ av veien den andre timen. Resten ble kjørt den tredje timen. Hvor langt kjørte toget hver time hvis det kjørte 16 km lengre den andre timen enn den første?

- b** Hvis du står fast, se på modellen. Kontroller at den passer til opplysningene. Hvor stor del av hele veien utgjør 16 km?



- c** Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den.

Håkon gikk på ski mellom to hytter. Han gikk $\frac{3}{8}$ av veien den første timen og $\frac{1}{3}$ av veien den andre timen. Resten gikk han den tredje timen. Hvor langt var det mellom hyttene hvis Håkon gikk 2 km lengre den første timen enn den tredje?

6.39

- a** Regn ut.

i $15 : 2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10}$

iii $35 : 28 \cdot 26 : 65$

ii $\frac{5}{12} : 20 : 1\frac{1}{4}$

iv $2\frac{1}{4} : 1\frac{7}{8} : \frac{3}{20} : 5\frac{1}{3}$

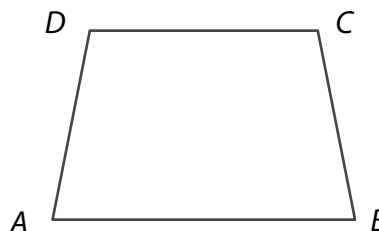
- b** Vivian valgte seg to uttrykk fra a), satte inn parenteser og fant ut at verdiene til de nye uttrykkene var 20 og $3\frac{1}{8}$.

Hvilke uttrykk valgte Vivian, og hvor satte hun parentesene?

- c** Sett inn parenteser i de andre uttrykkene slik at verdiene ikke endres.

6.40

- a** Se på trapeset $ABCD$.
Mål sidene som ikke er parallelle.
Mål vinklene i trapeset.
La du merke til noe?



Et trapes der to av sidene er like lange og vinklene i hver ende av de parallelle sidene er like store, kalles et **likebeint trapes**.

- b** Tegn et likebeint trapes der:
- den lengste av de parallelle sidene er 5 cm.
 - den korteste av de parallelle sidene er 5 cm.
 - en av parallelle sidene er 4 cm og en av vinklene er 70° . Finn de andre vinklene i trapeset.
- c** Et likebeint trapes har en omkrets på 30 cm og to parallelle sider som er 10 cm og 7 cm. Hvor lang de to like sidene?

6.41

- a** Regn ut.

$$\text{i) } \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9} - \frac{3}{4} \right) \cdot 7\frac{1}{5}$$

$$\text{iii) } \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6} \right) \cdot 2\frac{4}{19} \cdot \left(\frac{17}{21} - \frac{9}{14} \right)$$

$$\text{ii) } 6\frac{1}{2} - 1\frac{13}{15} \cdot 2\frac{5}{7} \cdot 1\frac{1}{4}$$

$$\text{iv) } \left(4\frac{5}{11} \cdot 1\frac{4}{7} - 2\frac{8}{9} \cdot 2\frac{1}{13} \right) : 3\frac{1}{5}$$

- b Sett inn parenteser i dette uttrykket slik at verdien til det nye uttrykket blir $\frac{11}{24}$.

$$2\frac{4}{5} - 2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6}$$

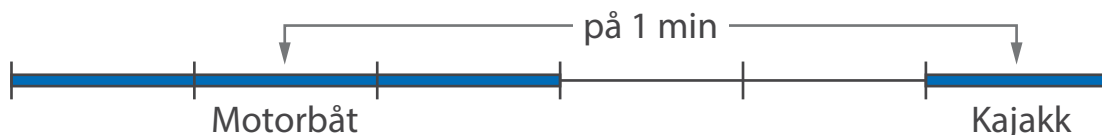
6.42

- a Sammenlikn oppgavene.

- i) En motorbåt bruker 3 min på å krysse et vann, mens en kajakk bruker 6 min. Båtene starter samtidig fra hver sin side av vannet og kjører mot hverandre. Hvor lang tid tar det før de møtes?
- ii) En motorbåt bruker 2 min på å krysse et vann, mens en kajakk bruker 6 min. Båtene starter samtidig fra hver sin side av vannet og kjører mot hverandre. Hvor lang tid tar det før de møtes?

Løs oppgave I) trinn for trinn og lag deretter et sammensatt uttrykk som viser hvor lang tid det tar.

- b Løs oppgave II) ved å bruke denne modellen.



- c Nils begynte å løse oppgave II) slik:

$$1 : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right) = 1 : \frac{2}{3} = \dots$$

Forklar hvordan han tenkte og gjør ferdig løsningen.

- d Hvis du står fast, tenk over sammenhengen mellom verdiene til disse uttrykkene:

$$1 : \frac{2}{3}$$

$$1 : \frac{1}{3}$$

- e Sammenlikn denne oppgaven med oppgave II).

Et firma skal legge asfalt på en parkeringsplass. De har to maskiner. Med den ene vil det ta 9 timer å legge asfalten, mens med den andre vil det ta 3 timer. Hvor lang tid vil det ta hvis de bruker begge maskinene samtidig?

Løs oppgaven.



6.43

- a Tenk deg at vi skriver tallene 7, 12, 13, 15, 21, 23, 30 og 32 på hver sin lapp og legger dem i en pose. Så trekker vi en tilfeldig lapp fra posen. Hva er sannsynligheten for at tallet på lappen er:

- i et primtall?
- ii delelig med 3?
- iii delelig med 9?

- b Tenk deg at vi legger noen flere lapper med tall i posen og at sannsynligheten for å trekke en lapp med et primtall på, nå er $\frac{1}{2}$. Hva kan vi ha lagt i posen?

- c Vi trekker tilfeldig et tall blant disse: 3, 4, 5, 6, 7 og 8. Tallet settes som teller i brøken $\frac{a}{12}$. Hva er sannsynligheten for at brøken vi får:

- i ikke kan forkortes?
- ii er en ekte brøk?
- iii er mindre enn $\frac{1}{2}$?

6.44

a Finn verdiene til bokstavene.

$$\text{i} \quad x = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{11}{12} + \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{ii} \quad y = 1\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} : 3$$

$$\text{iii} \quad z = 2\frac{1}{2} - \frac{7}{10} \cdot 5 : 2$$

$$\text{iv} \quad v = \left(7\frac{1}{2} - 22 : 3 \right) \cdot \left(3\frac{1}{3} - 17 : 6 \right)$$

$$\text{v} \quad w = 4 \cdot \left(\frac{2}{9} - \frac{5}{36} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{2}{3}$$

b Bruk svarene du fikk og finn verdiene til disse uttrykkene.

i) $x \cdot y + v$

ii) $x - z - v$

iii) $z : v \cdot y$

iv) $(x + y + z + v) \cdot w$

6.45

a Løs tekstoppgaven aritmetisk (trinn for trinn).

Familien Olsen brukte 3 timer på å kjøre til byen. Den første timen kjørte de $\frac{1}{3}$ av veien. Den andre timen kjørte de $\frac{2}{5}$ av det som var igjen, og den tredje timen kjørte de 24 km lengre enn den andre. Hvor langt var det til byen?



b Hvis du står fast, finn først ut hvor langt de kjørte til sammen de to siste timene. Hvor stor del av hele veien utgjør 24 km?

c Hva var gjennomsnittsfarten?

d Sammenlikn denne oppgaven med den forrige.

Bonden Lars brukte 3 dager på å selge alle eplene sine. Den første dagen solgte han $\frac{7}{22}$ av eplene. Den andre dagen solgte han $\frac{2}{5}$ av det som var igjen og den tredje solgte han 84 kg mindre enn de to første dagene til sammen. Hvor mye epler solgte Lars på de tre dagene?

Løs oppgaven.

6.46

- a Er denne figuren et trapes?
Hvilke andre egenskaper har figuren?



Et trapes som har en vinkel på 90° kalles et **rettvinklet trapes**.

Er det mulig å tegne et rettvinklet trapes som kun har én rett vinkel? Begrunn.

- b Tegn et rettvinklet trapes der kun to av sidene er parallelle og der:

i de parallelle sidene er 6 cm og 4 cm

ii den lengste av parallelle sidene er 5 cm lang
og en av vinklene er 60°

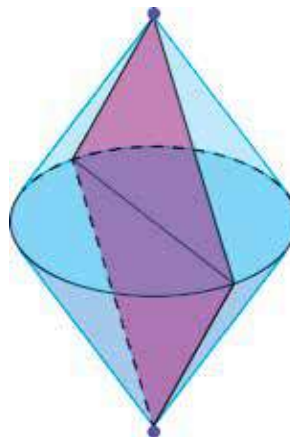
iii den korteste av de parallelle sidene
og den korteste av de andre sidene er like lange

- c Kan et rettvinklet trapes ha to motstående sider som er like lange, men **ikke** parallelle?
Hvis du mener «ja», tegn et slikt trapes. Hvis du mener «nei», begrunn hvorfor det ikke er mulig.

Fra matematikkens historie

Mange geometriske figurer har navn som stammer fra gresk og latin. Ordet «kvadrat» kommer av det latinske ordet «quadratus» som betyr firkantet. Fra dette ordet stammer også ord som «kvart» (intervall i musikk), «kvartal» og «kvarter».

Hvor ordet «rombe» kom fra, er litt vanskeligere å forstå. Ordet stammer fra det greske ordet «rhombos» som betyr noe som snurrer og som er avledet av verbet «rhembō» som betyr å «snu seg rundt og rundt». De kjente greske matematikerne **Euklid** og **Arkimedes** brukte begge ordet «fast rombe» om en tredimensjonal figur som består av to like kjegler der grunnflatene er satt mot hverandre. Hvis du skjærer gjennom en slik figur og lar snittet gå gjennom toppunktene til begge kjeglene, blir snittflaten det vi kaller for en rombe (se figuren). Vi kan også si det på en annen måte: hvis du tar en rombe, holder fast i to motstående hjørner og lar romben snurre rundt og rundt, så vil omdreiningslegemet bli figuren med de to kjeglene. (Et omdreiningslegeme fremkommer ved at en plan figur dreier seg om en akse i figurens plan.)



Ordet «trapes» stammer fra det greske ordet «trapézion» som betyr «et lite bord». Kanskje matematikerne i antikkens Hellas syntes formen minnet om et bord?



Se på disse greske ordene. Kjenner du dem igjen fra geometrien?

«dia» - tvers gjennom, mellom

«métron» - mål

«parallelos» - ved side av hverandre

«korde» - streng



Hjernetrim

- 1 Sett inn regnetegn og eventuelle parenteser slik at likhetene blir sanne.

a $10 \square \frac{1}{4} \square 36 = 1$

d $\frac{1}{6} \square 72 \square 72 \square \frac{1}{8} = 3$

b $1 \square \frac{3}{4} \square 8 = 7$

e $11 \square 2 \square 10 \square 4 = 3$

c $\frac{1}{9} \square 144 \square \frac{1}{16} = 1$

f $24 \square 16 \square \frac{2}{8} \square \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$

- 2 Anette har akkurat nok penger til å kjøpe enten 12 blyanter eller 4 skrivebøker. Hun bruker alle pengene til å kjøpe like mange blyanter som skrivebøker. Hvor mange kjøper hun av hver?



- 3 En bonde har akkurat nok penger til å kjøpe enten 9 hester eller 12 kyr eller 18 sauer. Han bruker alle pengene til å kjøpe like mange hester, kyr og sauer. Hvor mange kjøper han av hver?



- 4 Tom pyntet et juletre med blå og røde kuler. Det var halvparten så mange blå kuler som røde. Etter at Tom byttet ut en blå kule med en rød, var det $\frac{1}{3}$ så mange blå kuler som røde. Hvor mange kuler var det til sammen på juletreet?



- 5 Kine har en fast strekning der hun trener med kajakken sin. En dag padlet hun den første tredelen av strekningen med en fart på 15 km/t. Den neste tredelen var farten 10 km/t, og den siste tredelen var den 6 km/t. Hva var gjennomsnittsfarten på treningsturen?

- 6 **Dirichlets skuffepriussipp¹** er et matematisk prinsipp som ofte brukes i kombinatoriske argumenter. Tenk deg at du har m ting som skal legges i n skuffer og at m er større enn n . Skuffepriussippet sier at da må minst én skuff inneholde mer enn én ting.

a) Forklar hvorfor priussippet er sant.

b) Bruk skuffepriussippet og løs disse oppgavene:

- Du har bind for øynene og trekker kuler fra en kurv med hvite og blå kuler. Hva er det minste antallet kuler du må trekke for å være sikker på at minst to av kulene har samme farge?
- I Norge bor det mer enn 5 millioner mennesker. Finnes det 2 nordmenn som har like mange hårstrå på hodet? (Et menneske har mindre enn 1 million hårstrå på hodet. Vi ser bort fra de som er helt skallet.)
- På et ark står det 12 naturlige tall. Er det mulig å finne to blant dem som har en differansen som er delelig med 11?



¹Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859) var en tysk matematiker.

Test deg selv

1 Regn ut.

$$\text{a) } \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{9} + \frac{4}{15} \cdot \frac{7}{9}$$

$$\text{c) } 2\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{28} + 2\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{21} + 2\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6}$$

$$\text{b) } \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}\right) \cdot 30$$

$$\text{d) } 3\frac{1}{8} \cdot \frac{9}{20} + \frac{7}{30} \cdot 3\frac{1}{8} + 3\frac{1}{8} \cdot \frac{11}{12}$$

2 a) Regn ut.

$$\text{i) } 4\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8} - 1\frac{1}{2} : 6$$

$$\text{iii) } \frac{67}{100} : \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5}\right)$$

$$\text{ii) } 7\frac{1}{12} - 8 \cdot \frac{5}{6}$$

$$\text{iv) } \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{24}\right) : \frac{1}{44}$$

b) Bruk tallene du fikk til svar og lag en kjede av ulikheter.

3 Finn tall for u og v slik at:

$$\text{a) } u : \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5}\right) \text{ blir en ekte brøk}$$

$$\text{b) } \left(\frac{5}{6} - \frac{5}{8}\right) : v \text{ blir en uekte brøk}$$

4 Løs likningene.

$$\text{a) } \frac{1}{3}x = 16$$

$$\text{c) } \frac{4}{5}z = 64$$

$$\text{e) } 1\frac{1}{10}v = 121$$

$$\text{b) } \frac{2}{15}y = \frac{4}{5}$$

$$\text{d) } \frac{5}{6}u = 70$$

$$\text{f) } 2\frac{1}{2}w = 3\frac{3}{4}$$

5 I 6A er det 24 elever. Det er $\frac{3}{5}$ så mange gutter som jenter. I 6B er det også 24 elever. Der er det $\frac{5}{7}$ så mange gutter som jenter. I hvilken klasse er det flest jenter?

6 Summen av to naturlige tall er 333. Det ene tallet er $1\frac{1}{4}$ ganger så stort som det andre. Finn tallene.

7 Baker Bollesen hadde bakt en haug med boller. Den første timen solgte han $\frac{1}{4}$ av bollene. Den neste solgte han halvparten av det som var igjen, og den tredje timen solgte han 72 boller. Da hadde han ikke flere igjen. Hvor mange boller solgte Bollesen på de tre timene?



8 En butikk hadde tre ulike typer nøtter: peanøtter, cashewnøtter og pistasjnøtter. Peanøttene utgjorde $\frac{3}{4}$ av alle nøttene, mens cashewnøttene utgjorde $\frac{2}{9}$. Det var 4 kg mindre pistasjnøtter enn cashewnøtter. Hvor mye nøtter var det i butikken?



9 Den eldste broren bruker 2 timer på å rydde gårdsplassen for snø, mens den yngste bruker 3 timer. Hvor lang tid vil det ta hvis de jobber sammen?

10 Tegn et parallelogram med en omkrets på 14 cm, der to av sidene er 1 cm kortere enn de to andre.

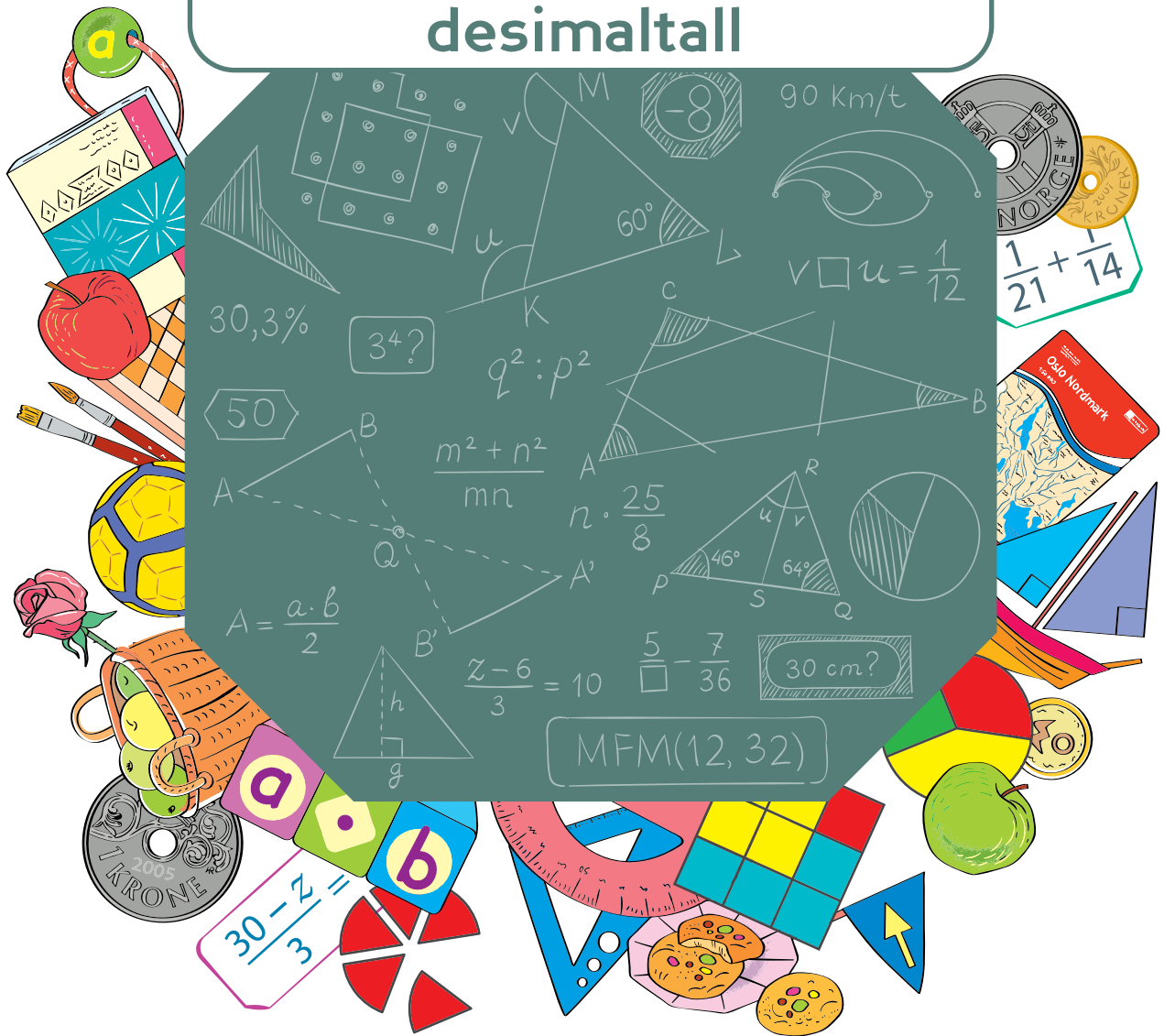
11 Tegn en rombe der to av vinklene er 30° .

12 a) Tegn et likebeint trapes der den ene parallelle siden er 5 cm.

b) Tegn et rettvinklet trapes som har en vinkel på 50° .

7

Forberedelse til desimaltall



7.1

- a Forklar med egne ord hva som er gjort med disse brøkene.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \quad \frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m}$$

Husker du hva vi kaller det som er gjort over?
Husker du hva vi kaller to brøker som har lik verdi?

- b Forkort brøkene mest mulig.

i $\frac{20}{25}$

ii $\frac{20}{28}$

iii $\frac{32}{24}$

iv $\frac{49}{63}$

v $\frac{65}{91}$

vi $\frac{75}{105}$

Hvilket tall ble hver brøk forkortet med?

- c Vis hvordan du ved hjelp av utviding og forkorting kan finne tallet som mangler.

i $\frac{4}{5} = \frac{\square}{10}$

ii $\frac{7}{3} = \frac{35}{\square}$

iii $\frac{5}{6} = \frac{\square}{30}$

iv $\frac{4}{6} = \frac{6}{\square}$

v $\frac{10}{15} = \frac{\square}{6}$



- d Skriv ned to ekte og to uekte brøker. Bruk brøkene til å lage liknende oppgaver som de i c). La en medelev løse oppgavene dine.

7.2

a Løs tekstoppgaven.

To biler startet samtidig fra hver sin by og kjørte mot hverandre. Avstanden mellom byene var 252 km, og bilene møttes etter 2 timer. Da de møttes hadde den ene bilen kjørt $\frac{3}{7}$ av avstanden mellom byene. Finn farten til hver bil.

b Hva må endres i oppgaveteksten hvis løsningen skal starte slik som dette?

$$1. \quad \frac{5}{9} \cdot 252 = 140 \text{ (km)}$$

$$2. \quad 252 - 140 = \dots$$

Gjør ferdig løsningen og sammenlikn med svaret i a).

c Sammenlikn denne oppgaven med oppgaven i a).

To syklister startet samtidig fra samme sted og syklet i motsatte retninger. Etter 2 timer var avstanden mellom dem 48 km. Den ene syklisten hadde syklet $\frac{5}{12}$ av denne avstanden. Finn farten til hver syklist.

Løs oppgaven. Sammenlikn løsningene til de to oppgavene.

7.3

a Skriv ned alle faktorene i disse tallene. (Husk: **Faktorene** i et naturlig tall n er de naturlige tallene som n er delelig med.)

18

56

65

67

Hvilket tall har flest faktorer? Hvilket har færrest?
Hva kalles et tall som kun har to faktorer?

b Finn et tosifret tall som har:

i) 8 faktorer.

ii) 10 faktorer.

iii) 12 faktorer.

Finn to tresifrede tall med flere enn 2 faktorer.

- c Skriv ned to tall som er multiplum av:



(Husk: Et **multiplum** av et naturlig tall n er et tall som er delelig med n .)

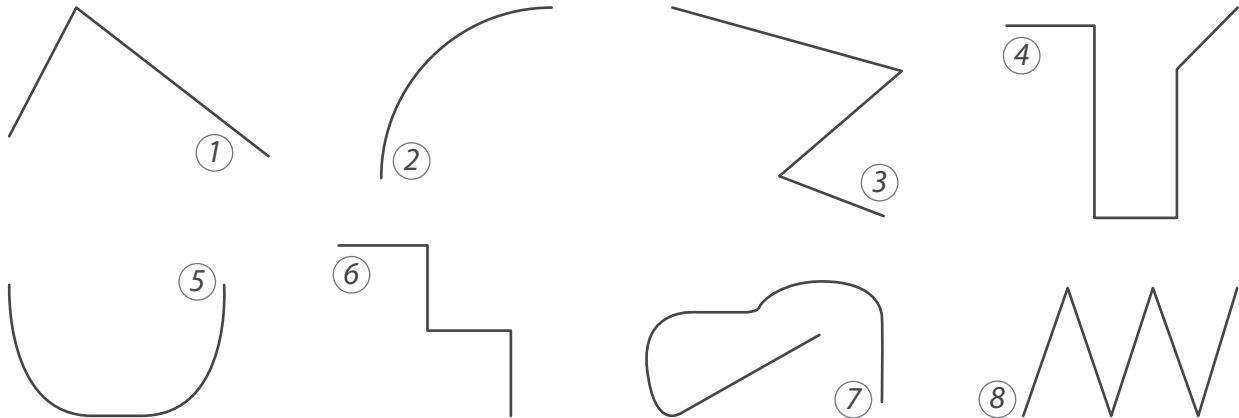
Hvordan kan du finne et tall som er et multiplum av et gitt tall?
Hvordan kan du skrive alle tall som er multipler av et gitt tall?

- d Finn et tall som er:

- i) faktor i 144 og multiplum av 6.
- ii) faktor i 200, men ikke multiplum av 4.
- iii) faktor i 112 og multiplum av 14.
- iv) faktor i 168, men hverken multiplum av 2 eller 3.

7.4

- a Hva er felles for linjene 1, 3, 4, 6 og 8? Hva kaller vi slike linjer?



En **brukket linje** er en sammenhengende kurve som består av et endelig antall linjestykker.

- b Tegn en brukket linje.

7.5

a Finn likeverdige brøker blant disse og lag kjeder av likheter. Begrunn.

$$\frac{6}{15} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{20}{15} \quad \frac{8}{20} \quad \frac{14}{18} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{54}{135} \quad \frac{40}{100} \quad \frac{12}{9} \quad \frac{21}{27}$$

b Prøv å finne tallene som mangler ved å utvide brøken.

$$\text{i} \quad \frac{3}{4} = \frac{\square}{20} \quad \text{og} \quad \frac{3}{4} = \frac{\square}{30}$$

$$\text{iii} \quad \frac{7}{16} = \frac{\square}{40} \quad \text{og} \quad \frac{7}{16} = \frac{\square}{80}$$

$$\text{ii} \quad \frac{6}{5} = \frac{\square}{25} \quad \text{og} \quad \frac{6}{5} = \frac{\square}{60}$$

$$\text{iv} \quad \frac{27}{12} = \frac{\square}{16} \quad \text{og} \quad \frac{27}{12} = \frac{\square}{18}$$

Hvorfor var det ikke alltid mulig?

c Sett inn tall hvis det er mulig.

$$\text{i} \quad \frac{2}{3} = \frac{28}{\square}$$

$$\text{ii} \quad \frac{5}{6} = \frac{\square}{54}$$

$$\text{iii} \quad \frac{15}{13} = \frac{60}{\square}$$

$$\text{iv} \quad \frac{17}{20} = \frac{\square}{100}$$

$$\text{v} \quad \frac{3}{4} = \frac{\square}{10}$$

$$\text{vi} \quad \frac{3}{8} = \frac{375}{\square}$$

d Skriv ned en brøk og bruk den til å lage to oppgaver av samme type som i c). La den ene oppgaven være slik at det er mulig å finne et passende tall og den andre slik at det ikke er mulig.

7.6

a Sammenlikn oppgavene. Vil svaret være det samme?

I I to kasser er det til sammen 60 epler. Det er dobbelt så mange epler i den ene kassen som i den andre. Hvor mange epler er det i hver kasse?

II I to kasser er det til sammen 60 pærer. Halvparten av alle pærene i den ene kassen er like mange som $\frac{1}{4}$ av alle pærene i den andre. Hvor mange pærer er det i hver kasse?

Løs oppgavene aritmetisk.

- b** Hvis du står fast med den andre oppgaven, tenk over i hvilken kasse det er flest pærer. Hvor mange ganger flere er det i den kassen enn i den andre?
- c** Hva vil skje med løsningen og svaret til oppgave II) hvis $\frac{1}{4}$ erstattes med $\frac{1}{6}$? Løs den nye oppgaven.
- d** Sammenlikn denne oppgaven med de over.
Summen av to tall er 70. Halvparten av det ene tallet er lik en femdel av det andre. Finn de to tallene.
Løs oppgaven.

7.7

- a** Regn ut.

$$\text{i) } 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\text{ii) } 2^3 \cdot 5^4$$

$$\text{iii) } 3^2 \cdot 5 \cdot 7$$

- b** Primtallsfaktoriser tallene.

i) 84 **ii)** 120 **iii)** 208 **iv)** 225 **v)** 486 **vi)** 555

- c** Finn en verdi for k slik at tallet $m = 2^3 \cdot 5^k \cdot 7^2$ slutter på:

i) to nuller. **ii)** tre nuller.

Hvor mange løsninger har hver oppgave?

- d** Finn primtall p og q slik at $n = p \cdot q \cdot 13 \cdot 37$ er:

i) et multiplum av 21. **ii)** et multiplum av 65. **iii)** et multiplum av 111.

- e** Lag en oppgave som handler om primtallsfaktorisering. Be en medelev løse den.

7.8

- a Hvilke av disse brøkene kan utvides til en brøk med nevner 10? Begrunn svaret ved å finne de likeverdige brøkene.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{7}{5} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{3}{50} \quad \frac{7}{20} \quad \frac{1}{40} \quad \frac{9}{25} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{12}{125}$$

Hva må nevneren være hvis en brøk skal kunne utvides til en brøk med nevner 10?

- b Se på brøkene som står igjen. Hvilke av disse kan utvides til en brøk med nevner 100? Begrunn svaret ved å finne de likeverdige brøkene. Utvid resten av brøkene til brøker med nevner 1000.
- c De forrige punktene viser at brøkene i a) kan deles i tre grupper. Finn to nye brøker til hver av disse gruppene.

7.9

- a Løs oppgaven aritmetisk.

To nabofamilier kjørte samme vei i hver sin bil. Familien Hansen kjørte først, med en fart på 62 km/t. Da de hadde kjørt i 12 km, begynte familien Olsen å kjøre. De hadde en fart på 68 km/t. Hvor lang tid tok det før familien Olsen tok igjen familien Hansen?



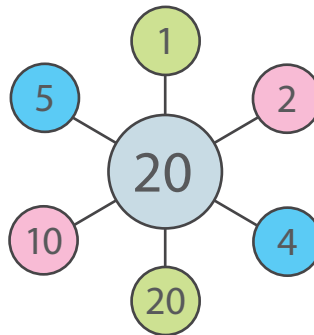
- b Lag et uttrykk som viser hvor lang tid det tok før familiene møttes. Finn verdien til uttrykket.
- c Endre farten til familien Olsen slik at det vil ta 3 timer før de møtes.
- d Lag en tekstoppgave som handler om bevegelse etter hverandre der den ene farten er ukjent. Løs den nye oppgaven.

7.10

- a) Finn **største felles faktor** (SFF) for 48 og 60. (Husk: Største felles faktor for to tall a og b er det største tallet som både a og b er delelig med.)

Kan du flere metoder for å finne største felles faktor?

- b) Hvis du har glemt det, se på tegningen og lag en liknende tegning for tallene 48 og 60. Bruk tegningene til å finne $SFF(48, 60)$.



- c) Finn også $SFF(48, 60)$ ved å bruke denne algoritmen:

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Forklar hva algoritmen går ut på og hva du må gjøre videre.

- d) Finn:

i) $SFF(36, 48)$

iii) $SFF(84, 35)$

v) $SFF(104, 65)$

ii) $SFF(64, 96)$

iv) $SFF(108, 72)$

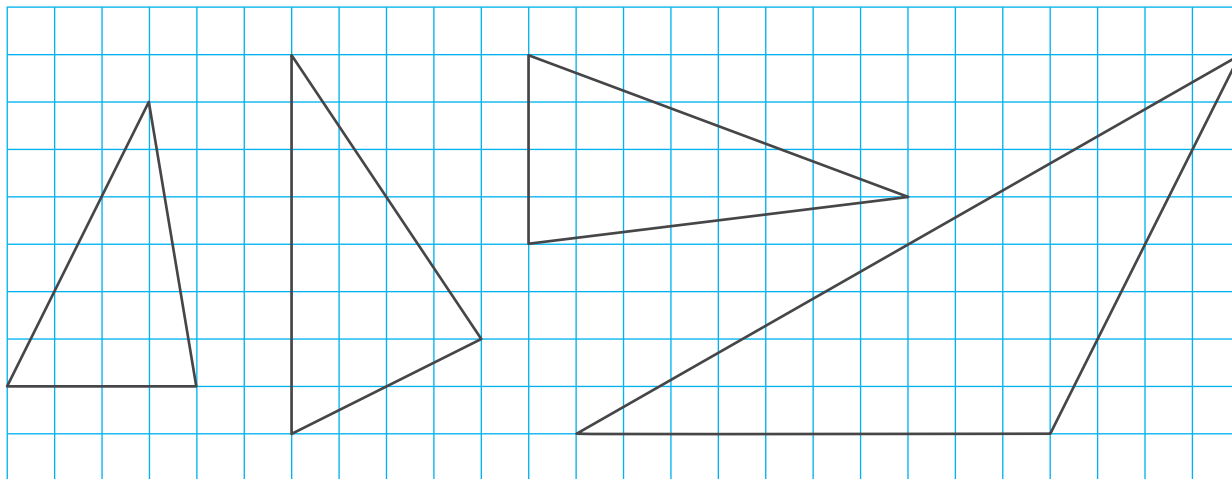
vi) $SFF(375, 875)$

- e) Hva kan du si om tallene m og n hvis $SFF(m, n) = m$? Kom med to eksempler på slike tall.

- f) Hva kalles tallene a og b hvis $SFF(a, b) = 1$? Kom med to eksempler på relativt primiske tall.

7.11

- a Finn arealet av trekantene. Gå tilbake til oppgave 5.11 og 6.7 hvis du trenger det.



- b Tegn en spissvinklet trekant ABC med grunnlinje 6 cm og høyde 4 cm. Finn arealet av $\triangle ABC$.
- c Tegn en rettvinklet trekant med et areal som er halvparten så stort som arealet av $\triangle ABC$.
- d Tegn en rettvinklet trekant KMN med kateter 4 cm og 3 cm. Finn arealet av trekanten. Tegn en stumpvinklet trekant som har dobbelt så stort areal som $\triangle KMN$.

7.12

- a Hvilke av disse brøkene er likeverdige med brøker med nevner 10, 100 eller 1000?

$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{23}{20}$	$\frac{23}{25}$	$\frac{23}{30}$	$\frac{33}{40}$	$\frac{16}{125}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	----------------	---------------	---------------	---------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	------------------

Hva ser du etter når du skal finne slike brøker?

- b Kontroller svaret i a) ved å utvide brøkene du fant. Velg det minste av tallene 10, 100 og 1 000 til nevner i hvert tilfelle.

- c** Lag en brøk som ikke kan forkortes og som:
- i) kan skrives om til en brøk på formen $\frac{\square}{10}$.
 - ii) ikke kan skrives om til $\frac{\square}{10}$, men som *kan* skrives om til $\frac{\square}{100}$.
 - iii) ikke kan skrives om til $\frac{\square}{100}$, men som *kan* skrives om til $\frac{\square}{1000}$.
 - iv) verken kan skrives om til $\frac{\square}{10}$, $\frac{\square}{100}$ eller $\frac{\square}{1000}$.

Forklar hvordan du laget brøkene.

7.13

- a** Løs oppgaven aritmetisk. Lag en modell hvis du trenger den.

På en gård er det til sammen 47 høner, ender og gjess. Det er like mange ender som gjess og 5 flere høner enn ender. Hvor mange høner, ender og gjess er det på gården?



- b** Løs oppgaven algebraisk.

Hvis du står fast, se hvordan oppgaven kan skrives kort – fyll selv inn det som mangler:

Høner: $x + 5$	}	—
Ender: x		
Gjess: x		

Lag en likning som passer og løs den.

- c** Løs tekstoppgaven.

I en eske er det til sammen 45 røde, blå og hvite legoklosser. Det er 2 flere røde klosser enn hvite og 4 flere blå enn hvite. Hvor mange klosser av hver farge er det i esken?



7.14

- a** Finn **minste felles** multiplum (MFM) for 18 og 24. (Husk: Minste felles multiplum for to tall a og b er det minste tallet som er delelig med både a og b .)

Kan du flere metoder for å finne minste felles multiplum?

- b** Hvis du står fast, se på dette:

18, 36, 54, **72**, 90, ...

24, 48, **72**, 96, ...

Hvordan er tallfølgene laget? Hvordan kan de være til hjelp når du skal finne $\text{MFM}(18, 24)$?

- c** Finn også $\text{MFM}(18, 24)$ ved å bruke denne algoritmen:

$$18 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}$$

$$24 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot 3$$

Forklar hva algoritmen går ut på og hva du må gjøre videre.

- d** Finn:

i) $\text{MFM}(18, 12)$

iii) $\text{MFM}(36, 30)$

v) $\text{MFM}(54, 72)$

ii) $\text{MFM}(16, 20)$

iv) $\text{MFM}(32, 48)$

vi) $\text{MFM}(105, 42)$

- e** Finnes det tall a og b som er slik at $\text{MFM}(a, b) = a \cdot b$?
Hva vil $\text{SFF}(a, b)$ være i dette tilfellet? Kom med to eksempler på slike tall.
Hva kalles tall som har disse egenskapene?

- f** Hva kan du si om tallene m og n hvis $\text{MFM}(m, n) = n$?
Hva vil $\text{SFF}(m, n)$ være da? Kom med to eksempler på slike tall.

- g** Lag en oppgave der man skal finne minste felles multiplum for flere enn to tall. Løs oppgaven.

7.15

a Løs likningene.

$$\text{i) } \frac{2}{3}x = 7$$

$$\text{iii) } 1\frac{1}{2}z = 22\frac{1}{2}$$

$$\text{v) } 1\frac{1}{4}v = 60$$

$$\text{vii) } s = 35 + \frac{1}{6}s$$

$$\text{ii) } \frac{3}{8}y = 10\frac{1}{2}$$

$$\text{iv) } 2\frac{1}{2}u = 22\frac{1}{2}$$

$$\text{vi) } 2\frac{3}{4}w = 44$$

$$\text{viii) } 2\left(t - 1\frac{1}{2}\right) = 5$$

b Bruk svarene du fikk og finn:

i) MFM(y, s)

ii) MFM(v, u)

iii) MFM(z, u, t)

iv) MFM(v, w, s)

7.16

a Hva kalles tall som dette?

$$1\frac{1}{2} \quad 2\frac{1}{3} \quad 9\frac{3}{4} \quad 4\frac{2}{5} \quad 2\frac{2}{7} \quad 3\frac{1}{8} \quad 5\frac{19}{20} \quad 1\frac{4}{15} \quad 6\frac{21}{25}$$

Les tallene.

b **Marita** skrev slik: $1\frac{1}{2} = 1\frac{5}{10}$

Var det hun skrev riktig?

Finn tall i a) som er slik at brøkene kan skrives på formen $\frac{\square}{10}$, $\frac{\square}{100}$ eller $\frac{\square}{1000}$. Lag likheter som den Marita laget.

c Forkort brøken og gjør om til blandet tall.

i) $\frac{15}{6}$

ii) $\frac{42}{12}$

iii) $\frac{35}{25}$

iv) $\frac{24}{15}$

v) $\frac{49}{28}$

vi) $\frac{27}{24}$

vii) $\frac{84}{75}$

Skriv de blandede tallene på samme form som i b).

7.17

a Finn verdiene til z , u og v .

$$\text{i) } z = \left(4\frac{3}{4} - 3\frac{7}{8} - \frac{9}{16}\right) \cdot 4$$

$$\text{iii) } v = 5 \cdot \left(\frac{3}{10} + \frac{7}{15}\right) - 3\frac{2}{3}$$

$$\text{ii) } u = 3\frac{1}{2} - \left(\frac{13}{14} - \frac{16}{21}\right) \cdot 9$$

b Bruk resultatene fra a) til å fylle inn det som mangler.

- i) 5 er 4 ganger større enn
- ii) er 10 ganger større enn $\frac{1}{5}$.
- iii) $12\frac{1}{2}$ er 10 ganger større enn
- iv) u er 12 ganger større enn
- v) er $\frac{3}{4}$ større enn z .

7.18

a Hva ser du på tegningen?



Hvordan finner vi lengden til en brukket linje?
Finn lengden til en av de brukne linjene over.

b Tegn:

i en brukket linje som har to ledd og er 6 cm lang

ii en brukket linje som har fire ledd og er 10 cm lang

iii en brukket linje som er 1 dm 3 cm lang – velg selv antall ledd

7.19

a Regn ut. (Husk at potenser utføres før multiplikasjon og divisjon.)

i $\frac{12^2}{3^2} : 2^3$

ii $3^2 \cdot 17 - 2^3 \cdot 6^2$

iii $7^2 - (5^3 - 10^2) + 1$

b Bruk svarene til å lage så mange brøker som mulig.
Hvis det er mulig, skriv brøkene om til likeverdige brøker med nevner 10 eller 100.

Hjernetrim

- 1 Utvid brøken til en likeverdig brøk med nevner lik en dekadisk enhet. Du kan skrive svaret på potensform. (Husk: En dekadisk enhet er et tall som består av sifferet 1 etterfulgt av kun nuller.)

a $\frac{1}{2^5}$

c $\frac{1}{2^6}$

e $\frac{1}{2^7 \cdot 5^2}$

g $\frac{1}{2^7 \cdot 5^9}$

b $\frac{1}{5^4}$

d $\frac{1}{5^5}$

f $\frac{1}{2^8 \cdot 5^4}$

h $\frac{1}{2^{10} \cdot 5^8}$

- 2 Finn en likeverdig brøk der nevner er en dekadisk enhet. Du kan skrive svaret på potensform.

a $\frac{9}{576}$

c $\frac{21}{2688}$

e $\frac{143}{3328}$

b $\frac{49}{6125}$

d $\frac{77}{6875}$

f $\frac{39}{9375}$

- 3 Vis at antall faktorer i et kvadrattall er et oddetall. (Tallene 1, 4, 9, 16, ... er eksempler på kvadrattall.)

- 4 La p være et primtall. Hvor mange naturlige tall finnes det som er:

a mindre enn p og relativt primiske med p ?

b mindre enn p^2 og relativt primiske med p^2 ?

Hvis du står fast, undersøk påstandene for noen konkrete primtall.

Test deg selv

1 Finn tall som passer.

a) $\frac{7}{8} = \frac{\square}{24}$

b) $\frac{7}{9} = \frac{28}{\square}$

c) $\frac{5}{12} = \frac{\square}{72}$

d) $\frac{15}{6} = \frac{\square}{4}$

2 a) Utvid brøkene til likeverdige brøker med nevner 10.

i) $\frac{5}{2}$

ii) $\frac{2}{5}$

b) Utvid brøkene til likeverdige brøker med nevner 100.

i) $\frac{7}{4}$

ii) $\frac{7}{20}$

iii) $\frac{29}{25}$

iv) $\frac{29}{50}$

c) Utvid brøkene til likeverdige brøker med nevner 1000.

i) $\frac{1}{8}$

ii) $\frac{6}{125}$

iii) $\frac{7}{8}$

iv) $\frac{17}{40}$

v) $\frac{333}{250}$

3 Forkort brøkene og utvid dem deretter til likeverdige brøker med nevner 10, 100 eller 1000. (Velg minst mulig nevner.)

a) $\frac{13}{26}$

b) $\frac{7}{28}$

c) $\frac{21}{15}$

d) $\frac{15}{24}$

e) $\frac{102}{75}$

4 En lastebil og en personbil startet samtidig fra hver sin by og kjørte mot hverandre. Avstanden mellom byene var 252 km, og bilene møttes etter 3 timer. Personbilen kjørte 18 km lengre enn lastebilen per time. Hvor fort kjørte hver av dem?

5 Summen av to tall er 192. Det ene tallet er 14 større enn det andre. Finn tallene.

6 Regn ut.

a) $11^2 - (18^2 - 15^2)$

b) $2^4 \cdot 5^4 \cdot 7^2$

c) $(156 - 3^4) : (2^6 - 59)$

7 Tegn en brukket linje som er 12 cm lang og har 4 ledd.

1 Addisjon og subtraksjon med brøk

1.1

- a) i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{2}{3}$ iii) 1 iv) $\frac{1}{2}$
- b) i) 1 ii) $\frac{1}{2}$ iii) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ iv) $\frac{3}{4}$ v) $\frac{1}{2}$ vi) $\frac{1}{3}$ vii) 1 viii) $\frac{5}{12}$
- c) Mange mulige svar.

1.2

- a) 300 km, 4 timer. c) 75 km/t d) 65 km/t e) 70 km/t

1.3

- a) i) 1 ii) $\frac{2}{3}$ iii) $\frac{1}{3}$
- b) i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{7}{12}$ iii) $\frac{5}{12}$ iv) $\frac{1}{6}$
- c) Begge påstandene er sanne.
- d) i) $\frac{2}{3}$ iv) $\frac{3}{16}$ vii) $\frac{7}{24}$ x) $\frac{5}{18}$
 ii) $\frac{4}{9}$ v) $\frac{3}{22}$ viii) $\frac{4}{15}$ xi) $\frac{7}{50}$
 iii) $\frac{1}{4}$ vi) $\frac{1}{9}$ ix) $\frac{13}{40}$ xii) $\frac{2}{15}$

1.4

- a) i) $x = 24$ ii) $y = 15$ iii) $z = 36$ iv) $v = 40$
- b) $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ $\frac{24}{40} = \frac{3}{5}$ $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ $\frac{15}{40} = \frac{9}{10}$

1.5

- b** i) $\frac{7}{60}$ ii) $\frac{1}{60}$
- c** i) $\frac{3}{8}$ ii) $\frac{1}{4}$ iii) $\frac{1}{5}$ iv) $\frac{2}{15}$ v) $\frac{1}{9}$ vi) $\frac{2}{33}$ vii) $\frac{1}{12}$ viii) $\frac{1}{24}$ ix) $\frac{1}{30}$ x) $\frac{3}{20}$ xi) $\frac{1}{60}$ xii) $\frac{1}{80}$
- d** $\frac{1}{8}$ av kaken var fortsatt igjen. **e** $\frac{1}{4}$ av kakaoen var fortsatt igjen.

1.6

- b** i) 4 ii) 13 iii) 9 iv) 6 v) 7 vi) 13

1.7

- c** Hvis du målte vinklene nøyaktig nok, bør du ha fått 180° til svar.
- e** $\triangle ABC$: $\angle C = 40^\circ$. Trekanten er likebeint (og spissvinklet).
 $\triangle DEF$: $\angle D = 130^\circ$. Trekanten er stumpvinklet.
 $\triangle KLM$: $\angle M = 60^\circ$. Trekanten er likesidet trekant (og spissvinklet).
 $\triangle PQR$: $\angle R = 90^\circ$. Trekanten er rettvinklet.

1.8

- a** 2 km/t. **b** 27 km på innsjøen og 10 km i elva. **c** Nei.

1.9

- b** i) $\frac{1}{12}$ iii) $\frac{7}{36}$ v) $\frac{5}{42}$ vii) $\frac{11}{100}$ ix) $\frac{7}{105} = \frac{1}{15}$
- ii) $\frac{1}{90}$ iv) $\frac{1}{54}$ vi) $\frac{11}{48}$ viii) $\frac{15}{96} = \frac{5}{32}$
- c-d** Mange mulige løsninger.

1.10

- a** 27 med 2 personer, 23 med 4 personer. **c** Mange mulige løsninger.

1.11

- a) $O = 18 \text{ dm}$ b) $A = 20 \text{ dm}^2$ c) Arealet blir likt, omkretsen blir større.

1.12

- a) i) $x = 16$ ii) $y = 20$ iii) $z = 24$ iv) $v = 32$
- b) $\frac{3}{4} < \frac{4}{5} < \frac{5}{6}$ eller $\frac{z}{v} < \frac{x}{y} < \frac{y}{z}$ (eventuelt motsatt vei).
- c) i) $\frac{3}{32}$ ii) $\frac{1}{96}$ iii) $\frac{11}{120}$

1.13

- c) i) $\frac{13}{24}$ iv) $\frac{13}{40}$ vii) $\frac{23}{60}$ x) $\frac{51}{100}$
- ii) $\frac{19}{20}$ v) $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$ viii) $\frac{3}{100}$ xi) $\frac{33}{120} = \frac{11}{40}$
- iii) $\frac{22}{36} = \frac{11}{18}$ vi) $\frac{17}{40}$ ix) $\frac{39}{40}$ xii) $\frac{3}{160}$

1.14

- a) 8 km/t b) 24 km, 3 timer. c) 7 km/t

1.15

- a) i) $\frac{9}{10}$ iii) $\frac{15}{16}$ v) $\frac{1}{4}$ vii) $\frac{17}{86}$
- ii) $\frac{1}{4}$ iv) $\frac{13}{40}$ vi) $\frac{13}{20}$ viii) $\frac{4}{45}$
- b) Mange mulige løsninger.

1.16

- b) i) 30° og 60° ii) 35° og 55° iii) 15° og 75° iv) 20° og 70°

1.17

- a) 165 roser.
- b) i) 33, 0 i rest. ii) 23, 4 i rest. iii) 18, 3 i rest. iv) 15, 0 i rest.

1.18

- a) i) $3:2 = 1\frac{1}{2}$ ii) $10:4 = 2\frac{1}{2}$ iii) $14:7 = 3\frac{1}{2}$
- b) Hvis du står fast, prøv å se for deg tegninger som de i a).
- i) $x = 8\frac{1}{2}$ iii) $z = 1\frac{1}{2}$ vi) $v = 7\frac{1}{2}$ viii) $m = 1\frac{1}{2}$
- ii) $y = 49\frac{1}{2}$ iv) $u = 6\frac{1}{2}$ vii) $w = 4\frac{1}{2}$ ix) $n = 2\frac{1}{2}$

1.19

- a) i) $\frac{5}{6}$ iii) $\frac{11}{60}$ v) $\frac{13}{80}$ vii) $\frac{85}{84} = 1\frac{1}{84}$
- ii) $\frac{99}{200}$ iv) $\frac{23}{270}$ vi) $\frac{37}{54}$ viii) $\frac{17}{420}$
- b-c) Mange mulige løsninger.

1.20

- a) 8

1.21

- c) i) 25 ii) 20 iii) 24 iv) 48

1.22

- a-b) Mange mulige løsninger.

1.23

- d) i) $3\frac{5}{6}$ iii) $7\frac{3}{4}$ v) $11\frac{1}{2}$ vii) $6\frac{1}{6}$ ix) $7\frac{4}{15}$
- ii) 8 iv) $7\frac{1}{4}$ vi) $4\frac{1}{10}$ viii) $6\frac{11}{12}$

1.24

- a I 24 km/t II 18 km/t b 13 km/t c $\frac{3 \cdot 56 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 72}{5} = 48$ (km/t)

1.25

- a i) $a = 7$ iv) $d = \frac{5}{2}$ vii) $k = 6$ x) $p = 2$
 ii) $b = \frac{7}{2}$ v) $e = \frac{4}{3}$ viii) $m = \frac{7}{2}$ xi) $q = \frac{8}{5}$
 iii) $c = 2$ vi) $f = 5$ ix) $n = \frac{5}{4}$ xii) $r = 5$
- b i) $4a = 7$ eller $16a = 28$ ii) $4a = 38$ c Mange mulige løsninger.

1.26

- b i) $1\frac{1}{3}$ iii) $1\frac{3}{4}$ v) $1\frac{1}{8}$ vii) $3\frac{7}{24}$
 ii) $3\frac{4}{5}$ iv) $3\frac{1}{2}$ vi) $2\frac{19}{30}$ viii) $10\frac{13}{20}$
- c-d Mange mulige løsninger.

1.27

- c 10 cm.

1.28

- a I 2 II 4

1.29

- a i) 5 år ii) 9 kg iii) $a - b$
- b Tips: Finn fellesnevner og utvid brøkene.

1.30

- c) i) $\frac{1}{5}$ iii) $\frac{1}{18}$ v) 1
 ii) $\frac{2}{9}$ iv) $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ vi) $\frac{3}{4}$

1.31

a-b) Mange mulige løsninger.

1.32

- a) Rektangel: 20 cm^2 , trekant: 10 cm^2 .
 c) F.eks.: i) 40 cm^2 ii) 375 dm^2 iii) 600 m^2

Hjernetrim

1) $a = 5\,050$ $b = 5\,100$

2) a) 3260 b) 3300 c) 17 d) $\frac{1}{2}$

3) a) Mønster: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}$

b) i) $\frac{127}{128} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$

ii) $\frac{511}{512} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{256} + \frac{1}{512}$

4) a) $\frac{2}{3} + \frac{7}{4} = \frac{8+21}{12}$

d) $\frac{5}{22} + \frac{20}{33} = \frac{15+40}{66} = \frac{5}{6}$

b) $\frac{7}{18} + \frac{13}{24} = \frac{28+39}{72}$

e) $\frac{8}{25} + \frac{11}{30} = \frac{48+55}{150}$

c) $\frac{7}{16} - \frac{3}{20} = \frac{32-12}{80}$

f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

5 a) Mønster: $\frac{1}{a \cdot (a+1)} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1}$

b) i) $\frac{9}{10}$

ii) $\frac{39}{40}$

iii) $\frac{2}{25}$

iv) $\frac{9}{1000}$

6 a) $\frac{49}{50}$

b) $\frac{2}{75}$

c) $\frac{36}{37}$

d) $\frac{35}{72}$

7 b) Mange mulige løsninger.

Test deg selv

1 a) $\frac{5}{7}$

b) $\frac{1}{9}$

c) $\frac{1}{12}$

d) $\frac{1}{24}$

e) $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

2 a) $7\frac{4}{5}$

b) $3\frac{1}{2}$

c) $3\frac{5}{6}$

d) $1\frac{2}{5}$

e) $4\frac{3}{10}$

f) $\frac{11}{12}$

g) $2\frac{1}{3}$

h) $\frac{17}{24}$

3-4 Mange mulige løsninger.

5 60 km/t

6 3 km/t

7 a) $x = 10\frac{1}{2}$

b) $y = 15\frac{1}{2}$

c) $z = 11\frac{1}{3}$

d) $u = 1\frac{3}{4}$

8 $\angle C = 60^\circ$

9 $\angle K = \angle L = 72^\circ$

11 a) 12 cm^2

b) 625 cm^2

2. Multiplikasjon og divisjon med brøk og helt tall

2.1

a i) $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

ii) 3

b i) 3

ii) $\frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

iii) 21

c i) 3 ii) 5 iii) $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ iv) 9 v) $\frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$ vi) $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ vii) $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ viii) 21 ix) $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ x) 44

2.2

a 24 km den første dagen, 48 km den andre og 40 km den tredje.

b 4 km/t den første dagen, 8 km/t den andre og 10 km/t den tredje.

c 7 km/t

2.3

a i) $\frac{5}{6}$ ii) $\frac{3}{4}$ iii) 0 iv) $\frac{1}{16}$ v) $\frac{1}{24}$ vi) $\frac{1}{5}$

b $\frac{9}{8} - \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) = 1\frac{1}{24}$ c $\frac{4}{5} - \frac{1}{4} - \left(\frac{3}{10} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{12}$

2.4

a $\frac{1}{2} \cdot 6 = 3$ $\frac{1}{4} \cdot 6 = 1\frac{1}{2}$

c i) 18 ii) $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ iii) $\frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$ iv) 45 v) 60 vi) 49 vii) $\frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$ viii) $\frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$

d Mange løsninger.

2.5

a 70 km/t

b 220 km, 70 km

2.6

- a) i) $\frac{7}{8}$ ii) $\frac{3}{5}$ iii) $1\frac{1}{4}$
- b) $1\frac{1}{12} - (\frac{7}{10} - \frac{5}{8}) = 1\frac{1}{120}$ c) $3\frac{1}{4} - (2\frac{1}{2} + \frac{5}{8}) = \frac{1}{8}$

2.7

- a-b) i) 12 ii) $\frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$ iii) $\frac{69}{2} = 34\frac{1}{2}$
- c) $34\frac{1}{2}$
- d) i) $12\frac{1}{2}$ iii) 21 v) $47\frac{1}{2}$ vii) 36
- ii) 60 iv) $43\frac{1}{2}$ vi) $25\frac{1}{2}$ viii) 112
- e) Mange løsninger.

2.8

- d) i) Rettvinklet ii) Spissvinklet
- e) Alle vinklene må være 60° .

2.9

- a) Kari b) Arne: 36 km. Kari: $28\frac{1}{2}$ km.

2.10

- a) i) 180 ii) $82\frac{1}{2}$ iii) $108\frac{1}{2}$ iv) 408
- d) Uendelig mange løsninger.

2.11

- a) 30 kr c) I 8 II 28

2.12

- a) 26 b) i) 9 ii) 7

- c) i) 3 iii) 6 v) 3 vii) 3 ix) 20
 ii) 3 iv) 6 vi) 4 viii) 15 x) 42

2.19

- d) i) $\frac{1}{8}$ iv) $\frac{2}{5}$ vii) $\frac{2}{21}$ x) $\frac{5}{22}$
 ii) $\frac{3}{32}$ v) $\frac{1}{10}$ viii) $\frac{1}{25}$ xi) $\frac{2}{21}$
 iii) $\frac{3}{20}$ vi) $\frac{2}{7}$ ix) $\frac{3}{28}$ xii) $\frac{3}{64}$

2.20

- c) $\angle A = 60^\circ, \angle C = 90^\circ$. d) $\angle u = \angle v = 120^\circ$

2.21

- a) Hunnkatten veier $3\frac{1}{2}$ kg, hannkatten veier $4\frac{1}{2}$ kg.
 b) 9 c) 1 t 15 min på norsk og 1 t 45 min på matematikk.

2.22

- a) i) $\frac{3}{10}$ ii) $2\frac{1}{2}$ iii) $3\frac{1}{3}$ iv) 1
 b) Uendelig mange løsninger.

2.23

- a-b) i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{2}{3}$ iii) $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$
 c) $1\frac{1}{4}$
 d) i) $1\frac{2}{5}$ iv) $1\frac{1}{2}$ vii) $2\frac{1}{9}$
 ii) $\frac{5}{8}$ v) $4\frac{1}{5}$ viii) $\frac{3}{8}$
 iii) $1\frac{1}{2}$ vi) $\frac{3}{4}$ ix) $\frac{2}{5}$

2.24

- a) I 6 II 2 b) Uendelig mange løsninger.

2.25

- a) i) 2 ii) 4 iii) 3 iv) 4
 b) i) 6 ii) 6
 c) i) 3 ii) 5 iii) 6 iv) 4 v) 8 vi) 10 vii) 21 viii) 16 ix) 32 x) 44 xi) 4 xii) 12

2.26

- a) i) $x = 24$ ii) $x = \frac{3}{8}$
 b) i) $x = \frac{17}{2} = 8\frac{1}{2}$ iii) $z = \frac{1}{6}$ v) $v = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$
 ii) $y = \frac{1}{4}$ iv) $u = \frac{1}{8}$ vi) $w = \frac{1}{10}$
 c) i) $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{7}{24}$ ii) $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$ iii) $8\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 11\frac{1}{4}$

Hjernetrim

- 1 a) 8 b) 5 c) 45 d) 10 e) 21 f) 3
 2 a) 3 b) 6 c) 5 d) 5 e) $\frac{7}{20}$ f) $\frac{16}{45}$
 (For e) og f) finnes mange løsninger.)
 3 1 4 Minst én: 16. Ingen: 14. 5 3

Test deg selv.

- 1 a) 6 c) 27 e) 32
 b) 7 d) $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$ f) $\frac{91}{2} = 45\frac{1}{2}$
 2 Mange løsninger.
 3 a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{20}$ d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{1}{8}$
 4 a) 4 b) 18 c) 4

5 16

6 90 km/t

7 a) $x = 3\frac{5}{8}$

c) $z = 2\frac{9}{10}$

e) $v = \frac{7}{8}$

b) $y = 1\frac{17}{18}$

d) $u = 3\frac{1}{2}$

f) $w = 2\frac{1}{2}$

8 100°

3 Multiplikasjon med brøk

3.1

a i) $2\frac{2}{3}$

ii) $\frac{2}{15}$

iii) $\frac{8}{15}$

b i) $\frac{1}{6}$

ii) $\frac{3}{16}$

iii) $\frac{9}{20}$

c i) $\frac{1}{12}$

iv) $\frac{1}{4}$

vii) $\frac{3}{4}$

x) $\frac{8}{21}$

ii) $\frac{5}{7}$

v) $\frac{9}{20}$

viii) $\frac{8}{3}$

xi) $\frac{9}{20}$

iii) $\frac{7}{20}$

vi) $\frac{1}{10}$

ix) $\frac{7}{16}$

xii) $\frac{9}{4}$

3.2

a 18 grønne, 24 røde og 30 gule.

c 7 km langs bilveien, 16 km i skogen og 33 km på sykkelstien.

3.3

a i) $\frac{1}{2}$

ii) $\frac{3}{4}$

iii) $1\frac{1}{2}$

iv) 1

b i) $\frac{3}{4}$

ii) 2

iii) Mange løsninger.

3.4

a i) $x = 3\frac{1}{2}$

ii) $y = \frac{3}{4}$

iii) $z = 2\frac{1}{2}$

iv) $v = 2\frac{3}{4}$

b i) $4\frac{1}{2}$

ii) $\frac{1}{2}$

iii) $\frac{1}{8}$

3.5

- a) $\frac{9}{20}$ b) i) $\frac{5}{32}$ ii) $\frac{441}{500}$ iii) $\frac{9}{10}$
 c) i) $\frac{1}{4}$ iii) $\frac{2}{3}$ v) $\frac{2}{3}$ vii) $3\frac{3}{13}$
 ii) $1\frac{1}{5}$ iv) $1\frac{19}{45}$ vi) $\frac{1}{6}$ viii) $\frac{21}{100}$

3.6

- d) Nabovinklene er 75° og 105° . e) $\angle u = \angle v = 35^\circ$

3.7

- a) I En sjokoladecake koster 80 kr, mens en iskake koster 65 kr.
 II En malebok koster 60 kr, mens en pensel koster 25 kr.
 b) Må betale 255 kr. 1 malebok og 1 pensel koster 85 kr til sammen.

3.8

- a) 7
 b) i) $\frac{2}{3}$ iii) 3 v) $2\frac{1}{4}$ vii) $2\frac{1}{2}$
 ii) 4 iv) $8\frac{4}{5}$ vi) $3\frac{2}{5}$ viii) 2
 c) Mange løsninger.

3.9

- a) $\frac{1}{2}$ kg b) $\frac{1}{2}$ kg c) i) 1 kg ii) $1\frac{1}{4}$ kg

3.10

- a) 7
 b) i) $2\frac{1}{5}$ iii) 55 v) $4\frac{1}{2}$
 ii) 24 iv) 75 vi) $13\frac{1}{2}$

3.11

- a) Mange løsninger.

3.12

a) $A = 625 \text{ cm}^2 = 6\frac{1}{4} \text{ dm}^2$ (eller $6,25 \text{ dm}^2$)

b) 25 cm

c) i) 20 cm²

ii) 12 cm²

iii) 25 cm²

3.13

a) I 60

II 120

b) 70 km

3.14

a) i) $a = 6$

ii) $b = 7\frac{1}{2}$

iii) $c = 5$

b) i) $x = \frac{3}{8}$

ii) $y = \frac{1}{2}$

iii) $z = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

c) i) $1\frac{1}{2}$

ii) $\frac{1}{6}$

iii) $\frac{5}{16}$

3.15

a) i) $13\frac{1}{2}$

iii) $3\frac{1}{2}$

v) $4\frac{1}{5}$

ii) $6\frac{3}{4}$

iv) $10\frac{1}{8}$

b) i) $13\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2} = 17$

ii) $6\frac{3}{4} + 10\frac{1}{8} = 16\frac{7}{8}$

c) i) $4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{2} = \frac{7}{10}$

ii) $6\frac{3}{4} - 4\frac{1}{5} = 2\frac{11}{20}$

3.16

a) $\angle B = \angle C = 66^\circ$

b) 57°

Hjernetrin

1 a) 8 b) 11 c) 6 d) 6

2 a) 6 b) 6 c) 8

3 Det er 26 elever i 6A og 28 elever i 6B.

- 4 Det var 48 epler i den ene kurven og 32 epler i den andre.
- 5 $71\frac{1}{2}$ km/t

Test deg selv

- 1 a) $\frac{1}{24}$ c) $1\frac{1}{2}$ e) 6
 b) $\frac{2}{5}$ d) $1\frac{2}{5}$ f) 100
- 2 a) 35 b) $1\frac{3}{4}$ c) 7
- 3 12 seilbåter, 45 kanoer og 15 motorbåter.
- 4 Ingen – de tok like mange (16 nøtter).
- 5 20°

4 Inverse tall

4.1

- a i) 1 ii) 1 iii) 1
- b i) $\frac{2}{3}$ iii) $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ v) $\frac{5}{16}$ vii) $\frac{4}{5}$
 ii) $\frac{2}{9}$ iv) $\frac{2}{7} = 3\frac{1}{2}$ vi) $\frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$ viii) $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

4.2

- b I $\triangle ABC$ er CU og AV medianer. I $\triangle DEF$ er DN en median. I $\triangle GHI$ er IQ en median.
- c $QM = 2$ cm og $PL = 3$ cm. d $AD = DB = 3$ cm

4.3

- a Live brukte 5 min lengre tid enn Tobias. b $\frac{5}{6}$ av en time (dvs. 50 min).

4.4

- b i) $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ ii) 8
 d i) $\frac{1}{25}$ ii) $\frac{4}{15}$
 e i) Nei ii) Ja iii) Ja
 f n kan være 1. g Tallet 0 har ingen invers.

4.5

- a 4 kg c i) $1\frac{1}{2}$ kg ii) $3\frac{1}{2}$ kg

4.6

- a Linjestykket i den første trekant er en halveringslinje og linjestykket i den andre er en median.
 b $AB = 12$ cm c $\angle KPL = 105^\circ$

4.7

- a Differansene er: i) $\frac{1}{15}$ ii) $\frac{1}{48}$ iii) $\frac{1}{8}$ iv) $\frac{1}{60}$ (er minst)
 b Mange løsninger.

4.8

- a $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}$ og $\frac{3}{8}$.
 c i) Nei ii) Ja iii) Ja
 d Ja, det inverse tallet til a kan være 6 eller 7.

4.9

- a i) $\frac{7}{12}$ ii) 0 iii) $6\frac{2}{3}$ iv) $\frac{1}{19}$
 b Mange løsninger.

4.10

- a I 6 II 28

4.11

Oppgave har ingen fasit.

4.12

- a i) $x = 2\frac{1}{3}$ iv) $u = 4\frac{5}{8}$ vii) $k = 6$
 ii) $y = \frac{5}{12}$ v) $v = 1\frac{7}{8}$ viii) $m = \frac{7}{40}$
 iii) $z = 3\frac{5}{12}$ vi) $w = 10$ ix) $n = 3\frac{7}{40}$
- b $x = 2\frac{1}{3}$ er større enn $2\frac{1}{4}$, men mindre enn $3\frac{1}{4}$.

4.13

- a Det er 30 kjeks i en stor pakke og 18 kjeks i en liten.

4.14

- a Linjestykket CH står 90° på den motstående siden.
 En trekant har 3 høyder – en fra hvert hjørne i trekanten.
- c $\angle C = 60^\circ$, $\angle FBA = 60^\circ$ og $\angle CBF = 30^\circ$

4.15

- a i) $x = \frac{1}{4}$ iii) $z = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ v) $v = \frac{4}{9}$
 ii) $y = \frac{1}{12}$ iv) $u = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ vi) $w = \frac{3}{20}$
- b i) $\frac{1}{36}$ ii) $\frac{7}{10}$ iii) $\frac{1}{3}$

4.16

- a AR
- d I en rettvinklet trekant vil de to katetene være høyder, så du trenger kun tegne ett nytt linjestykket.

Hjernetrim

- 1 1 og 3.
- 3 a) 3 b) 100 c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{4}{3}$
- 4 2

Test deg selv

- 1 a) $\frac{1}{7}$ b) 3 c) $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{10}$ d) $\frac{5}{23}$
- 2 a) Nei. b) Nei. c) Ja, 1 er inversen til seg selv.
- 3 Mange løsninger. 4 Fotballaget
- 5 $AM = MC = 2\frac{1}{2}$ cm

5 Divisjon med brøk

5.1

- a I 2 II 4
- b i) 8 ii) 6 iii) 6
- c i) 8 ii) 6 iii) 6
- d i) 16 ii) 50 iii) 60 iv) 100 v) 3 vi) 10
- e i) 35 iii) 20 v) 52 vii) 33
- ii) 12 iv) 21 vi) 80 viii) 104

5.2

- a $7\frac{1}{2}$ kg b $1\frac{1}{4}$ kg c $8\frac{3}{4}$ kg d Halvparten

5.9

a) 50 km/t

b) 48 km/t

5.10

a) i) $\frac{2}{3}$

ii) 28

iii) 16

b) i) $\frac{2}{3}$

ii) 28

iii) 16

c) i) 27

iii) 35

v) $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$

vii) $\frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$

ii) 45

iv) $\frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$

vi) $\frac{81}{4} = 20\frac{1}{4}$

viii) $\frac{24}{25}$

5.11

a) 6 cm^2 , 4 cm^2 og 12 cm^2 .

b) Figuren til venstre: $A = 10 \text{ cm}^2$ Figuren til højre: $A = 8 \text{ cm}^2$

c) Den blå er 15 cm^3 , den grønne er 16 cm^2 og den gule er 15 cm^2 .

5.12

a) $x = 12\frac{1}{2}$ og $y = 50$

c) i) $x = 26$

iii) $z = 108$

v) $s = 3$

vii) $u = 42$

ii) $y = 64$

iv) $r = 18$

vi) $t = 25$

viii) $v = 14$

5.13

a) $9 : \frac{3}{4} = 12$

c) i) 4

v) 12

ix) 6

ii) $\frac{1}{3}$

vi) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

x) $\frac{33}{10} = 3\frac{3}{10}$

iii) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

vii) $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

xi) 10

iv) $2\frac{1}{2}$

viii) $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$

xii) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

5.14

a) 120

b) 24

d) I 56

II 132

5.15

- a) i) $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$ iii) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ v) $\frac{1}{4}$
 ii) $\frac{1}{54}$ iv) $\frac{7}{40}$ vi) $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$
 b) i) $\frac{7}{40} + \frac{1}{4} = \frac{17}{40}$ ii) $\frac{1}{54} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{36}$ iii) $\frac{5}{2} = 2 \cdot \frac{5}{4}$

5.16

a-b) Mest passende fellesnavn er firkanter.

Forslag til inndeling: Gruppe 1: 1, 2, 4, 6, 8, 9 Gruppe 2: 3, 5, 7

5.17

- a) $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
 c) i) 2 iii) 3 v) 4 vii) 16
 ii) 2 iv) 4 vi) 3 viii) 30
 d) i) $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ iv) $\frac{3}{5}$ vii) $\frac{3}{4}$ x) $\frac{2}{3}$
 ii) $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ v) $\frac{5}{6}$ viii) $\frac{5}{6}$ xi) $\frac{25}{36}$
 iii) $\frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ vi) $\frac{1}{2}$ ix) $\frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$ xii) $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

5.18

- b) i) Aldri iii) Kanskje v) Alltid
 ii) Alltid iv) Kanskje vi) Aldri

5.19

- a) 28
 b) i) $x = 48$ iii) $z = 60$ v) $v = 156$ vii) $p = \frac{45}{2} = 22\frac{1}{2}$
 ii) $y = 15$ iv) $u = 108$ vi) $w = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ viii) $q = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$
 c) Mange løsninger.

5.20

- a) $\frac{1}{12}$ og $\frac{1}{4}$ b) i) $\frac{1}{3}$ ii) 3 timer
 c) På 1 time vil maleren ha malt $\frac{1}{2}$ av veggen og lærlingen $\frac{1}{6}$. Det vil ta $1\frac{1}{2}$ time å male hele veggen hvis de jobber sammen.

5.21

- a) Hypotese: Summen av vinklene i en firkant er 360° .
 c) $\angle D = 85^\circ$ d) 180° e) 90°

5.22

- a) i) 4 ii) $2\frac{1}{2}$ iii) $2\frac{1}{3}$ iv) $1\frac{2}{5}$
 b) $a = 45$, som er $1\frac{1}{2}$ ganger større enn 30.
 c) $b = 36$, som er $4\frac{1}{2}$ ganger større enn 8.
 d) a er $1\frac{1}{4}$ ganger større enn b .

5.23

- a) Omkrets: 28 cm. Areal: 48 cm^2 .

5.24

- a) i) 5 ii) $\frac{3}{2}$ iii) $\frac{2}{9}$ iv) $2\frac{4}{5}$ v) $\frac{33}{50}$
 b) i) 18 ii) $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ iii) $\frac{1}{14}$ iv) $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ v) $\frac{3}{11}$
 c) i) 45 ii) $\frac{25}{2} = 12\frac{1}{2}$ iii) $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ iv) $\frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$ v) $\frac{13}{21}$

Hjernetrin

- 1 a) Det andre har 576 ganger større verdi enn det første.
 b) Det andre har 9 ganger større verdi enn det første.
 c) Det andre har 16 ganger større verdi enn det første.
 d) Det andre har 64 ganger større verdi enn det første.

- c** Det er 4 parallellogrammer i figuren til venstre: $ABDE, ABCF, FCDE, ACDF$
 Og 5 i figuren til høyre: $GHKL, HIKL, IJKL, HINM, MNKL$
 Disse er også rektangler: $HIKL, HINM, MNKL$
 Disse er også kvadrater: $HINM, MNKL$

6.4

- a** Likhetene er sanne og kan knyttes til den kommutative og den assosiative loven for multiplikasjon.
- b** i) 1 ii) $\frac{1}{4}$ iii) $\frac{1}{2}$

6.5

- a** 2 timer **c** 2 timer

6.6

- c** i) $\frac{1}{6}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{5}{6}$

6.7

- a** $A = 6 \text{ cm}^2$ **b** $A = 12 \text{ cm}^2$

6.8

- a** i) Begge har verdi 156. ii) Begge har verdi $5\frac{2}{3}$.
- b** i) 44 iii) 193 v) 7
 ii) $9\frac{1}{3}$ iv) $\frac{5}{14}$ vi) 10

6.9

- a** 12 på fransk og 36 på engelsk. **d** 108 og 162.

6.10

Ingen fasit.

6.11

- a $x = 16$
- b i) $x = 32$ iii) $z = 6$ v) $v = 10$
 ii) $y = 6$ iv) $u = 45$ vi) $w = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$

6.12

- a 6 timer c 5 minutter d $1 : \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{6}\right)$

6.13

- a i) $\frac{2}{5}$ ii) $\frac{3}{5}$
- c Kula kan ikke være noe annet enn hvit eller rød (sikker hendelse).

6.14

- a i) Må trekke fra $\frac{1}{20}$. iv) Må legge til $\frac{8}{75}$.
 ii) Må trekke fra $\frac{7}{30}$. v) Må legge til $\frac{31}{36}$.
 iii) Må trekke fra $\frac{11}{48}$. vi) Må legge til $\frac{2}{105}$.
- b i) $\frac{2}{5}$ ii) $\frac{1}{16}$ iii) $\frac{1}{7}$

6.15

- a I Gulrotåkeren er 8 000 m², og potetåkeren er 32 000 m².
 II Det var 20 gutter og 16 jenter.
- b Det var enten 24 gutter og 16 jenter eller 24 jenter og 16 gutter.
- c 24 røde, 6 gule og 4 hvite.

6.16

- a $A = 180 \text{ cm}^2$
- b Sidene i kvadratet må være 9 cm.
 Omkretsen av rektanget er $1\frac{1}{2}$ ganger lengre enn omkretsen av kvadratet.

6.17

- b** 145° **c** 60°
d i) 45° og 135° . ii) 80° og 100° . iii) 70° og 110° .

6.18

- a** i) $x = 64$ iv) $u = 8$ vii) $k = \frac{1}{2}$ x) $p = 3\frac{1}{2}$
 ii) $y = 2\frac{1}{2}$ v) $v = 2$ viii) $m = 1\frac{1}{2}$ xi) $q = \frac{4}{5}$
 iii) $z = 40$ vi) $w = 2\frac{2}{5}$ ix) $n = 2$ xii) $r = 22\frac{1}{2}$
b Likningene skal ha disse løsningene: $\frac{5}{6}$, $1\frac{1}{3}$ og $2\frac{1}{6}$.

6.19

- a** 12 sekunder **b** 20 sekunder

6.20

- a** i) Må gange med 8. iv) Må dele med 4.
 ii) Må gange med 6. v) Må dele med 9.
 iii) Må dele med 128. vi) Må gange med $1\frac{1}{2}$.
b i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{1}{32}$ iii) $\frac{1}{12}$

6.21

- a** 96 **b** Flere, 288. **c** 288

6.22

- b** 1, 4, 6, 8, 10 **c** En rombe med rette vinkler er også et kvadrat.
- d** Det er 5 parallellogrammer i figuren til venstre: ABCH, CDEF, CFGH, ABFG, DEGH
 Det er 9 parallellogrammer i figuren til høyre:
KLRS, LMQR, MNPQ, KMQS, LNPR, KNPS, KLQR, LMPQ, KMPR
 De som er understreket er også romber.

6.23

- a I $11\frac{2}{3}$ min, dvs. 11 min 40 sek. II 35 minutter
- b Det tredje uttrykket passer til I), og det andre passer til II).
- c 12 timer

6.24

- a i) $\frac{2}{5}$ ii) $\frac{2}{3}$ iii) 2 iv) $\frac{1}{2}$ v) $\frac{5}{12}$ vi) $\frac{2}{5}$
- b Mange løsninger.

6.25

- a i) $\frac{1}{8}$ ii) $\frac{3}{8}$ iii) $\frac{1}{2}$
- b i) $\frac{1}{10}$ ii) $\frac{3}{10}$ iii) $\frac{2}{5}$

6.26

- a $x = 15$ og $y = 90$
- c i) $x = 96$ iv) $u = 6$ vii) $p = 5$
 ii) $y = 10$ vi) $v = 6$ viii) $q = 2\frac{1}{2}$
 iii) $z = 12$ vi) $w = 8$ ix) $r = \frac{1}{3}$

6.27

- a Siv har igjen 12 sider, mens Harald har igjen 36. b 80

6.28

- b i) $\frac{5}{3}$ iii) $\frac{17}{15}$ v) $\frac{20}{21}$ vii) $\frac{44}{45}$
 ii) $\frac{9}{10}$ iv) $\frac{24}{25}$ vi) $\frac{400}{399}$ viii) $\frac{333}{320}$
- c i) $\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{3} = \frac{3}{32} < \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$
 ii) $2\frac{2}{3} : \frac{1}{4} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3} > 10$

iii) Fire løsninger:

$$\frac{5}{6} : 1\frac{1}{3} = \frac{5}{6} : \frac{4}{3} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{8} \qquad 1\frac{1}{3} : 2\frac{1}{6} = \frac{4}{3} : \frac{13}{6} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{13} = \frac{8}{13}$$

$$\frac{5}{8} : \frac{5}{6} = \frac{5}{8} \cdot \frac{6}{5} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \qquad 2\frac{1}{6} : 2\frac{2}{3} = \frac{13}{6} : \frac{8}{3} = \frac{13}{6} \cdot \frac{3}{8} = \frac{13}{16}$$

iv) $\frac{8}{3} : \frac{4}{3} = 2$

v) To løsninger: $2\frac{1}{6} : \frac{5}{6} = 2\frac{3}{5}$ og $1\frac{1}{3} : \frac{5}{6} = 1\frac{3}{5}$

6.29

b) 150°

6.30

a) I 4 timer II 2 min b) 1 min c) 4 timer

6.31

a) i) $\frac{1}{3}$ ii) $\frac{2}{3}$

b) En brun og en svart: $\frac{1}{2}$ To svarte: $\frac{1}{2}$

c) Summen blir 1 fordi du helt sikkert får enten en brun og en svart eller to svarte.

6.32

a) i) 1 iii) 55 v) 17

ii) $2\frac{4}{5}$ iv) 10 vi) 4

b) Mange løsninger.

6.33

a) I 108 II 72 b) Mange løsninger. c) 63

6.34

b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10

6.35

- a i) $x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ iv) $u = \frac{3}{4}$ vii) $m = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
 ii) $y = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ v) $v = \frac{1}{12}$ viii) $n = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
 iii) $z = 28$ vi) $w = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ ix) $p = 5$
- b Mange løsninger.

6.36

- a 3 timer c 12 timer
 d Vi vil aldri klare å fylle bassenget, siden vannet renner fortere ut enn det renner inn.

6.37

- a 1 125 liter b 15 dm c Mange løsninger.

6.38

- a 64 km den første timen, 80 km den andre og 48 km den tredje.
 c 24 km.

6.39

- a i) $1\frac{4}{5}$ ii) $\frac{1}{60}$ iii) $\frac{1}{2}$ iv) $1\frac{1}{2}$
 b $15 : (2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10}) = 20$ $35 : (28 \cdot 26 : 65) = 3\frac{1}{8}$
 c $(\frac{5}{12} : 20) : 1\frac{1}{4}$ $(2\frac{1}{4} : 1\frac{7}{8}) : \frac{3}{20} : 5\frac{1}{3}$ $(2\frac{1}{4} : 1\frac{7}{8} : \frac{3}{20}) : 5\frac{1}{3}$

6.40

- c $6\frac{1}{2}$ cm

6.41

- a i) $\frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$ ii) $\frac{1}{6}$ iii) $\frac{7}{12}$ iv) $\frac{5}{16}$
 b $(2\frac{4}{5} - 2\frac{1}{4}) \cdot (2\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6})$

6.42

- a I 2 minutter b II $1\frac{1}{2}$ minutt e 2 t 15 min

6.43

- a i) $\frac{3}{8}$ ii) $\frac{1}{2}$ iii) 0
 b Mange løsninger.
 c i) $\frac{1}{3}$ ii) 1 iii) $\frac{1}{2}$

6.44

- a i) $x = \frac{5}{6}$ ii) $y = \frac{1}{5}$ iii) $z = \frac{3}{4}$ iv) $v = \frac{1}{12}$ v) $w = 0$
 b i) $\frac{1}{4}$ ii) 0 iii) $\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$ iv) 0

6.45

- a 180 km c 60 km/t d 462 kg

6.46

- a Det er umulig å tegne et trapes med kun én rett vinkel.
 b Mange løsninger.
 c Nei, da måtte trapeset også vært et rektangel.

Hjernetrin

- 1 a) $10 - \frac{1}{4} \cdot 36 = 1$ d) $\frac{1}{6} \cdot 72 - 72 \cdot \frac{1}{8} = 3$
 b) $1 + \frac{3}{4} \cdot 8 = 7$ e) $11 : 2 - 10 : 4 = 3$
 c) $\frac{1}{9} \cdot 144 \cdot \frac{1}{16} = 1$ f) $24 : 16 : \frac{2}{8} + \frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$

- 2 Hun kjøpte 3 av hver. 3 Han kjøper 4 av hver. 4 12
 5 9 km/t 6 Ingen fasit (spør læreren).

Test deg selv

- 1 a) $\frac{7}{15}$ b) 69 c) $\frac{3}{5}$ d) 5
- 2 a) i) $a = \frac{7}{20}$ ii) $b = \frac{5}{12}$ iii) $c = \frac{2}{5}$ iv) $d = \frac{11}{30}$
 b) Hint: Finn fellesnevner. $\frac{7}{20} < \frac{11}{30} < \frac{2}{5} < \frac{5}{12}$
- 3 Mange løsninger.
- 4 a) $x = 48$ c) $z = 80$ e) $v = 110$
 b) $y = 6$ d) $u = 84$ f) $w = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$
- 5 6A 6 148 og 185. 7 192
- 8 90 kg 9 1 t 12 min 10-12 Mange løsninger.

7 Forberedelse til desimaltall

7.1

- b i) $\frac{4}{5}$ ii) $\frac{5}{7}$ iii) $\frac{4}{3}$ iv) $\frac{7}{9}$ v) $\frac{5}{7}$ vi) $\frac{5}{7}$
 c i) 8 ii) 15 iii) 25 iv) 9 v) 4

7.2

- a 54 km/t, 72 km/t. b 70 km/t, 56 km/t. c 10 km/t, 14 km/t.

7.3

- a Faktorene i 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18 Faktorene i 65: 1, 5, 13, 65
 Faktorene i 56: 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56 Faktorene i 67: 1, 67
- b-c Mange løsninger. d Mange løsninger (kun to for det siste punktet).

7.4

Ingen fasit.

7.5

- a) $\frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{54}{135} = \frac{40}{100}$ $\frac{7}{9} = \frac{14}{18} = \frac{21}{27}$ $\frac{20}{15} = \frac{4}{3} = \frac{12}{9}$
- b) i) $\frac{15}{20}$ ii) $\frac{30}{25}, \frac{72}{60}$ iii) $\frac{30}{80}$ iv) $\frac{36}{16}$
- c) i) 42 iii) 52 v) Ingen naturlige tall passer.
- ii) 45 iv) 85 vi) 1000

7.6

- a) Samme løsning for I) og II): 20 i den ene og 40 i den andre.
- c) 15 og 45. d) 20 og 50.

7.7

- a) i) 108 ii) 5000 iii) 315
- b) i) $2^2 \cdot 3 \cdot 7$ iii) $2^4 \cdot 13$ v) $2 \cdot 3^5$
- ii) $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ iv) $3^2 \cdot 5^2$ vi) $3 \cdot 5 \cdot 37$
- c) i) $k = 2$ ii) $k = 3, 4, 5, \dots$
- d) i) 3 og 7. ii) 3 og 5. iii) 3, det andre kan velges fritt.

7.8

- a) $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$ $\frac{7}{5} = \frac{14}{10}$
- b) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ $\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$ $\frac{3}{50} = \frac{6}{100}$ $\frac{7}{20} = \frac{35}{100}$ $\frac{9}{25} = \frac{36}{100}$
- $\frac{1}{8} = \frac{125}{1000}$ $\frac{1}{40} = \frac{25}{1000}$ $\frac{5}{8} = \frac{625}{1000}$ $\frac{12}{125} = \frac{96}{1000}$

7.9

- a) 2 timer b) $12 : (68 - 62) = 2$ c) 66 km/t

7.10

- a) 12
- d) i) 12 ii) 32 iii) 7 iv) 36 v) 13 vi) 125
- e) n må være delelig med m .

7.11

- a) Fra venstre mot høyre: 3 cm^2 , 4 cm^2 , 4 cm^2 og 10 cm^2
 b) 12 cm^2 c) Mange løsninger. d) 6 cm^2

7.12

a-b) $\frac{6}{5} = \frac{12}{10}$ $\frac{3}{2} = \frac{15}{10}$
 $\frac{5}{4} = \frac{125}{100}$ $\frac{23}{20} = \frac{115}{100}$ $\frac{23}{25} = \frac{112}{100}$
 $\frac{5}{8} = \frac{625}{1000}$ $\frac{33}{40} = \frac{825}{1000}$ $\frac{16}{125} = \frac{128}{1000}$

- c) i) Brøkene må ha nevner 2 eller 5.
 ii) Brøkene må ha nevner 4, 20, 25 eller 50.
 iii) Brøkene må ha nevner 8, 40, 125, 200, 250 eller 500.
 iv) Brøkene kan f.eks. ha en nevner som er delelig med minst ett annet primtall enn 2 og 5.

7.13

- a-b) 19 høner, 14 ender og 14 gjess. c) 13 hvite, 15 røde og 17 blå.

7.14

- a-c) 72
 d) i) 36 ii) 80 iii) 180 iv) 96 v) 216 vi) 210
 e) a og b må være relativt primiske, $\text{SFF}(a, b) = 1$.
 f) n må være delelig med m . Da vil $\text{SFF}(m, n) = m$.

7.15

- a) i) $x = \frac{21}{2}$ iii) $z = 15$ v) $v = 48$ vii) $s = 42$
 ii) $y = 28$ iv) $u = 9$ vi) $w = 16$ viii) $t = 4$
 b) i) 84 ii) 144 iii) 180 iv) 336

7.16

a Blandede tall (blanda tall).

$$\text{b) } 1\frac{1}{2} = 1\frac{5}{10} \quad 4\frac{2}{5} = 4\frac{4}{10} \quad 9\frac{3}{4} = 9\frac{75}{100}$$

$$5\frac{19}{20} = 5\frac{95}{100} \quad 6\frac{21}{25} = 6\frac{84}{100} \quad 3\frac{1}{8} = 3\frac{125}{1000}$$

c i) $2\frac{1}{2} = 2\frac{5}{10}$

ii) $3\frac{1}{2} = 3\frac{5}{10}$

iii) $1\frac{2}{5} = 1\frac{4}{10}$

iv) $1\frac{3}{5} = 1\frac{6}{10}$

v) $1\frac{3}{4} = 1\frac{75}{100}$

vi) $1\frac{1}{8} = 1\frac{125}{1000}$

vii) $1\frac{3}{25} = 1\frac{12}{100}$

7.17

a i) $z = \frac{5}{4}$ ii) $u = 2$ iii) $v = \frac{1}{6}$

b i) $z = \frac{5}{4}$ ii) $u = 2$ iii) $z = \frac{5}{4}$ iv) $v = \frac{1}{6}$ v) $u = 2$

7.18

a Fra venstre mot høyre: 9 cm, 5,5 cm, 10,5 cm, 11 cm, 16 cm

7.19

a i) 2 ii) 9 iii) 25

b $\frac{9}{2} = \frac{45}{10}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{25} = \frac{4}{100}$ $\frac{25}{2} = \frac{125}{10}$ $\frac{25}{9}$ $\frac{9}{25} = \frac{36}{100}$

Hjernetrim

- 1** Brøken må utvides med:
- a) 5^5 c) 5^6 e) 5^5 g) 2^2
 b) 2^4 d) 2^5 f) 5^4 h) 5^2
- 2** a) $\frac{5^6}{10^6}$ c) $\frac{5^7}{10^7}$ e) $\frac{11 \cdot 5^8}{10^8}$
 b) $\frac{2^3}{10^3}$ d) $\frac{7 \cdot 2^4}{10^4}$ f) $\frac{13 \cdot 2^5}{10^5}$
- 3** Hint: Legg merke til at faktorene til et tall opptrer i par. Hva skjer med kvadrattall?
- 4** a) $p - 1$ b) $p^2 - p$

Test deg selv

- 1** a) 21 b) 36 c) 30 d) 10
- 2** a) i) $\frac{25}{10}$ ii) $\frac{4}{10}$
 b) i) $\frac{175}{100}$ ii) $\frac{35}{100}$ iii) $\frac{116}{100}$ iv) $\frac{58}{100}$
 c) i) $\frac{125}{1000}$ ii) $\frac{48}{1000}$ iii) $\frac{875}{1000}$ iv) $\frac{425}{1000}$ v) $\frac{1332}{1000}$
- 3** a) $\frac{5}{10}$ b) $\frac{25}{100}$ c) $\frac{14}{10}$ d) $\frac{675}{1000}$ e) $\frac{136}{100}$
- 4** Lastebilen kjørte i 33 km/t og personbilen i 51 km/t.
- 5** 89 og 103.
- 6** a) 22 b) 490 000 (Tok du det i hodet?) c) 15
- 7** Mange løsninger.