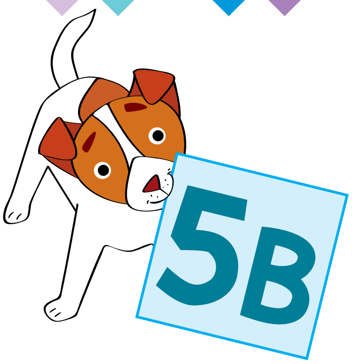
Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus, Cato Tveit

# MATEMATIKK




grunnbok

BARENTSFORLAG

Matematikk Grunnbok 5B er en del av læreverket Matematikk 5-7.
Læreverket dekker kompetansemålene for matematikk 5.-7. årstrinn i læreplanen av 2013.


1. utgave/1. opplag 2018

Martiros Aslanov, Natasha Blank, Kjersti Melhus og Cato Tveit, Universitetet i Stavanger
Illustratør: Aleksandra Thomson
Trykkeri: Neografia, Slovakia

Forfatterne ved Universitetet i Stavanger har mottatt støtte fra Sandnes kommune.

ISBN 978-82-92562-80-2



Alle henvendelser om utgivelse av læreverket kan rettes til:
Barentsforlag
Fr. Nansensgt. 11
9900 Kirkenes
E-post: post@barentsforlag.com
www.barentsforlag.com
www.matematikklandet.no

# INNHOLD

9

# Primtallsfaktorisering

## 187

**a** Er disse likhetene sanne? Begrunn.

$$60 = 15 \cdot 4 \qquad\qquad 60 = 10 \cdot 2 \cdot 3$$

Skriv 60 som et produkt på andre måter, der alle faktorene er naturlige tall ulik 1.

**b** Hvis du kan, skriv 42 som et produkt av

**i)** tre naturlige tall ulik 1 **ii)** fire naturlige tall ulik 1

Hvorfor kan ikke 42 skrives som et produkt av 4 naturlige tall som alle er ulik 1?

**c** Skriv tallene som et produkt av to eller flere naturlige tall ulik 1.

**i** 36 **ii** 48 **iii** 56 **iv** 100

Gjør det samme med noen tall som du velger selv.

**d** Finn to tall som:

**i)** kan skrives som et produkt av to tall, men ikke tre

**ii)** kan skrives som et produkt av fire tall

**iii)** kan skrives som et produkt av seks tall

**iv)** ikke kan skrives som et produkt av to tall

(Alle faktorene skal være naturlige tall ulik 1.)

Skriv likhetene du får.

## 188

**a** Løs oppgaven.

En hengelås har en tosifret kode. Hvor mange ulike koder kan låsen ha hvis sifrene kan være like?

Hvis du står fast, gå tilbake til oppgave 170 i Grunnbok 5A.

**b** Sammenlikn oppgaven i a) med denne:

En sykkellås har en tresifret kode. Hvor mange ulike koder kan låsen ha hvis sifrene kan være like?

Hvor mange ganger flere koder kan sykkellåsen ha enn hengelåsen? Løs den siste oppgaven.

**c** Vis at det finnes 900 tresifrede tall.

Hvorfor er ikke antall tresifrede tall lik antall mulige koder på sykkellåsen?

## 189

**a** Regn ut og lag en kjede av ulikheter med tallene $a$, $b$, $c$ og $d$.

**i)** $a = 2^5 \cdot 3 : (3^4 - 2^4 \cdot 5)$

**ii)** $b = 13^2 - 2^3 \cdot 3^2$

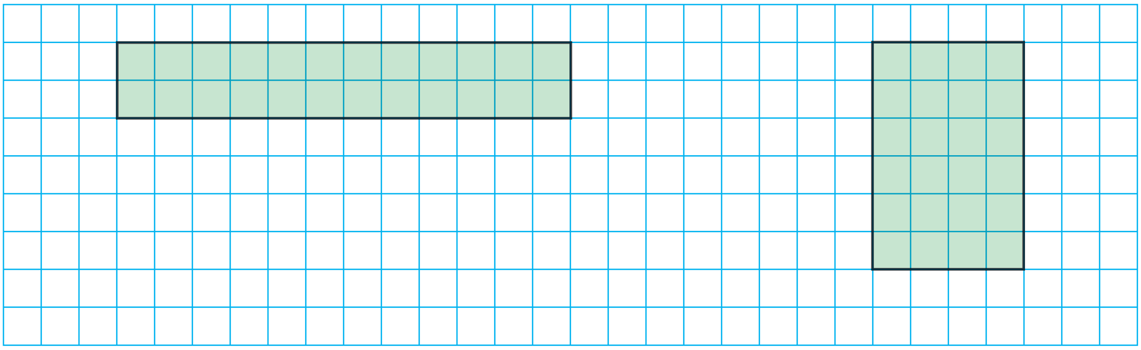
**iii)** $c = (2^6 - 6^2) \cdot 3$

**iv)** $d = 2^6 - 2^3 - 2^2$

**b** Endre noen av eksponentene slik at kjeden $b < d < a < c$ blir sann.

**190**

**a** Finn arealene av rektanglene hvis vi bruker en rute som måleenhet.



Hva er sammenheng mellom figurene over og disse likhetene?

$$\boxed{24 = 12 \cdot 2} \qquad \boxed{24 = 4 \cdot 6}$$

Skriv 24 som et produkt av to naturlige tall på en annen måte og tegn rektangler som passer til.

**b** Skriv tallene 20 og 13 som et produkt av to naturlige tall.

Hvor mange rektangler med heltallige sider kan du lage hvis arealet skal være 20 ruter? Hva hvis arealet skal være 13 ruter?

**c** Tallet 13 er eksempel på det som kalles **primtall**.

Her er de første primtallene: 2, 3, 5, 7, 11, 13.

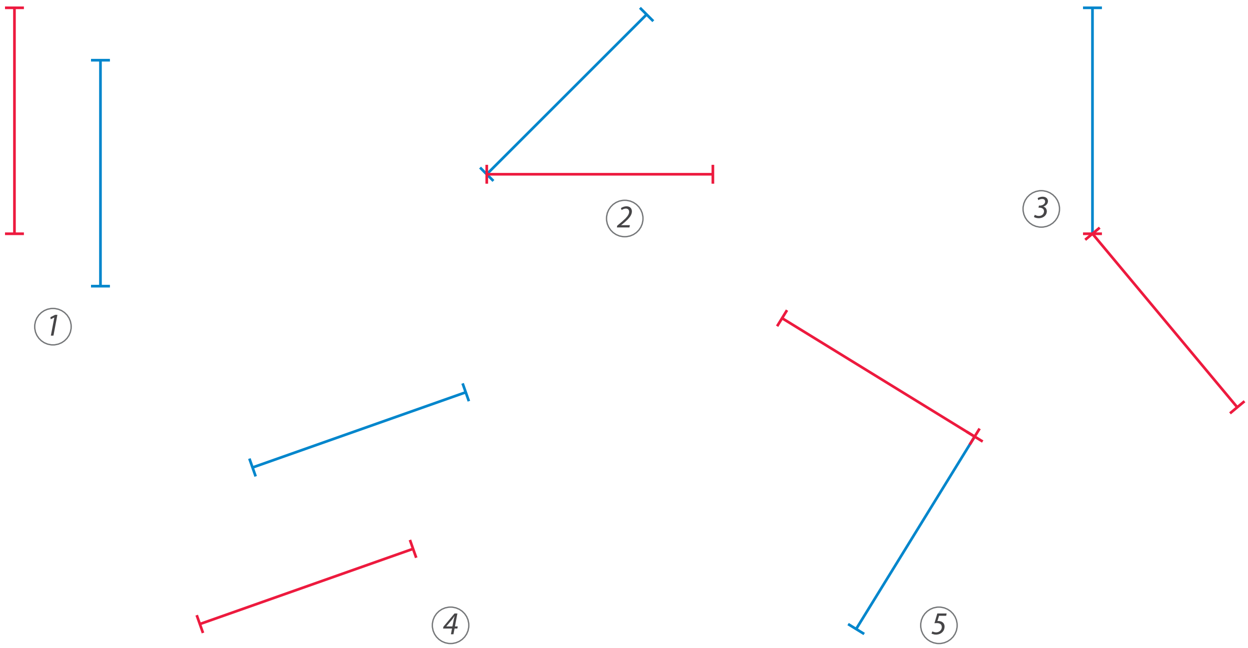
> *Et **primtall** er et naturlig tall større enn 1 som bare er delelig med seg selv og 1.*

Legg merke til at 1 ikke regnes som et primtall.

Skriv ned alle primtall mindre enn 50.

## 191

**a** På tegningene er det blå linjestykket et bilde av det røde. Del tegningene i to grupper.

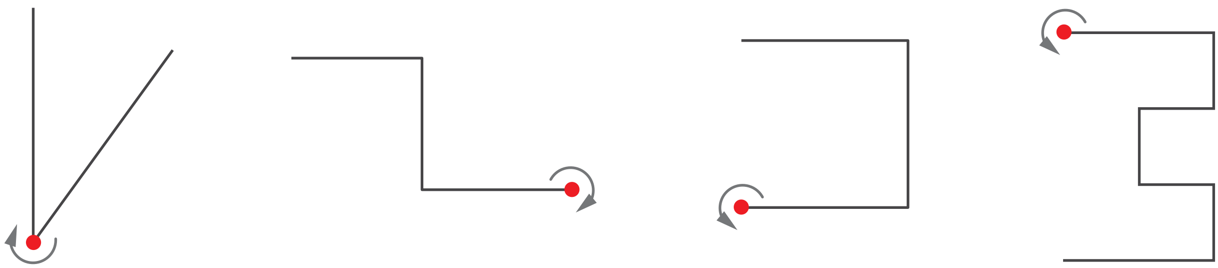



Hva er likt mellom tegningene 1 og 4?
Hva er likt mellom tegningene 2, 3 og 5?

Anta at det røde linjestykket er rotert mot klokka. Finn tegningen der rotasjonsvinkelen er:

- en rett vinkel
- en spiss vinkel
- en stump vinkel

**b** Tegn liknende figurer som de nedenfor og roterer hver figur med en rett vinkel om det gitte punktet og i gitt retning.



## 192

**a** Sammenlikn oppgavene og løs dem.

**I** To turister startet samtidig fra hver sin hytte og gikk mot hverandre. Det ene gikk 7 km per time, og den andre gikk 9 km per time. Avstanden mellom hyttene var 48 km. Hvor lang tid tok det før turistene møttes?

**II** Volumet av et hagebasseng er 48 $m^3$. Bassenget fylles med vann fra to slanger. Den ene slangen leverer 7 $m^3$ vann per time og den andre leverer 9 $m^3$ vann per time. Hvor lang tid tar det før bassenget er fullt?

Brukte du samme framgangsmåte for å løse oppgavene?

**b** Løs oppgaven.

En syklist og en fotgjenger startet samtidig fra hver sitt sted og beveget seg mot hverandre. De møttes etter 2 timer. Opprinnelig var avstanden mellom dem 48 km. Farten til syklisten var 3 ganger så stor som farten til fotgjengeren. Finn farten til hver.

## 193

**a** Løs likningene.

**i)** $2(x - 13) = 10$ **ii)** $2(13 - x) = 10$

**b** To elever begynte slik på den siste likningen:

**Hadia**

$2(13 - x) = 10$

$2 \cdot 13 - 2 \cdot x = 10$

$26 - 2 \cdot x = \ldots$

**Elias**

$2(13 - x) = 10$

$13 - x = \ldots$

Hvordan tenkte hver av dem?
Gjør ferdig løsningene deres.

**c** Løs likningene på den måten du liker best.

**i)** $2(17 - x) = 16$ **iii)** $4(41 - z) = 16$ **v)** $12(82 - p) = 192$

**ii)** $3(33 - y) = 15$ **iv)** $6(51 - u) = 156$ **vi)** $14(55 - w) = 252$

## 194

**a** Skriv 60 som et produkt av:

**i)** to naturlige tall ulik 1

**ii)** tre naturlige tall ulik 1

**iii)** fire naturlige tall ulik 1

**b** Kan 60 skrives som et produkt av fire naturlige tall på en annen måte?

To elever skrev slik:

**Mina:** $60 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$ **Espen:** $60 = 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$

Syns du dette er to ulike måter å skrive 60 på?

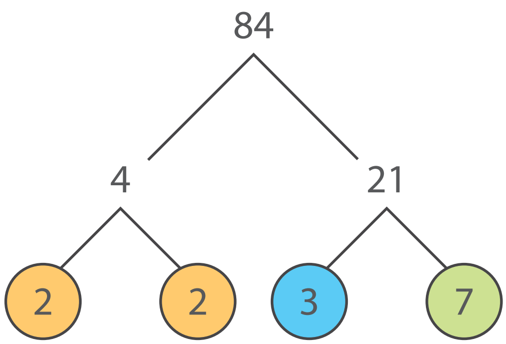
Det er vanlig å skrive faktorene i stigende rekkefølge, slik: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
Siden alle faktorene her er primtall, sier vi at 60 er **primtallsfaktorisert**.

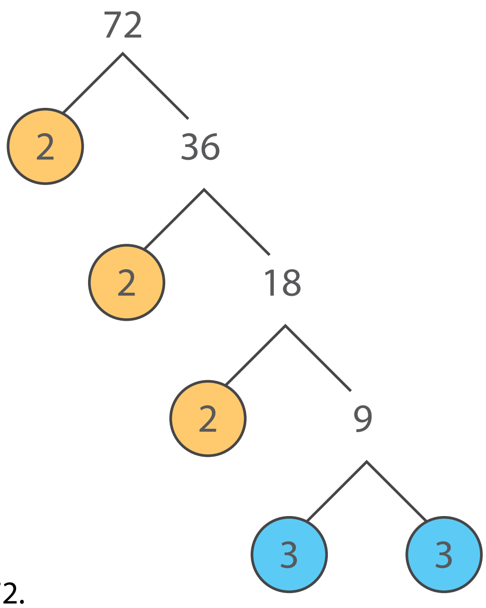
> *Å **primtallsfaktorisere** et tall betyr å skrive tallet som et produkt av bare primtall.*

**c** Primtallsfaktoriser tallene.

**i)** 18 **ii)** 28 **iii)** 40 **iv)** 52

**d** Studer disse skjemaene, og prøv å finne ut hvordan de er laget.




Hva kalles tallene som står i sirklene?

Hva er sammenhengen mellom disse tallene og primtallsfaktoriseringen til tallene 84 og 72?

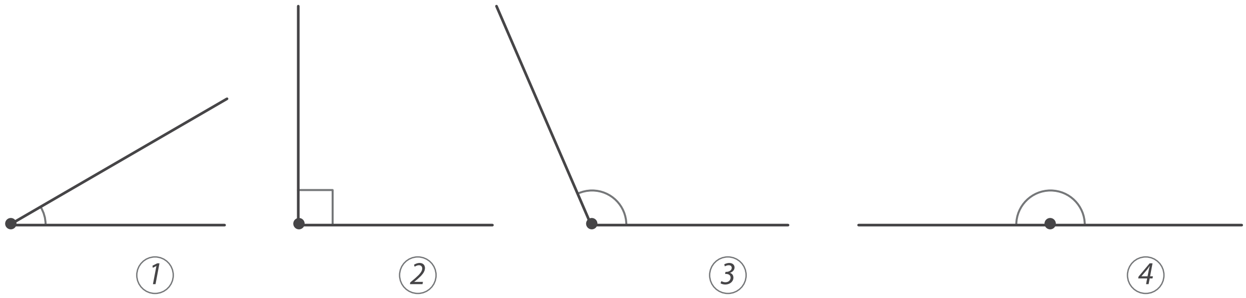
Skriv ned primtallsfaktoriseringen til tallene 84 og 72.

**e** Skjemaene i c) kalles **faktortrær**. Lag faktortrær og primtallsfaktoriser disse tallene.

**i)** 48 **ii)** 56 **iii)** 80 **iv)** 108 **v)** 135

## 195

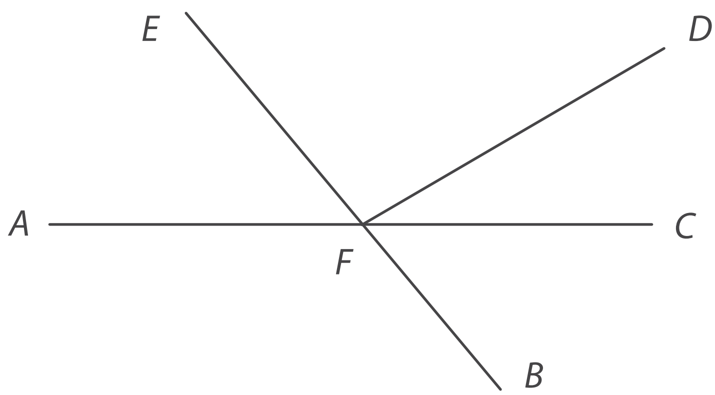
**a** Vet du hva alle disse vinklene kalles?




Hvor mange ganger større enn en rett vinkel er vinkel 4?
Hvor mange grader er vinkel 4?

> *En vinkel på 180° kalles en* ***like vinkel****.*

**b** Finn vinkler på tegningen som til sammen utgjør en like vinkel. Lag summer av disse vinklene.




**c** Tre vinkler utgjør til sammen en like vinkel. Tegn hvordan det kan se ut hvis vi vet at:

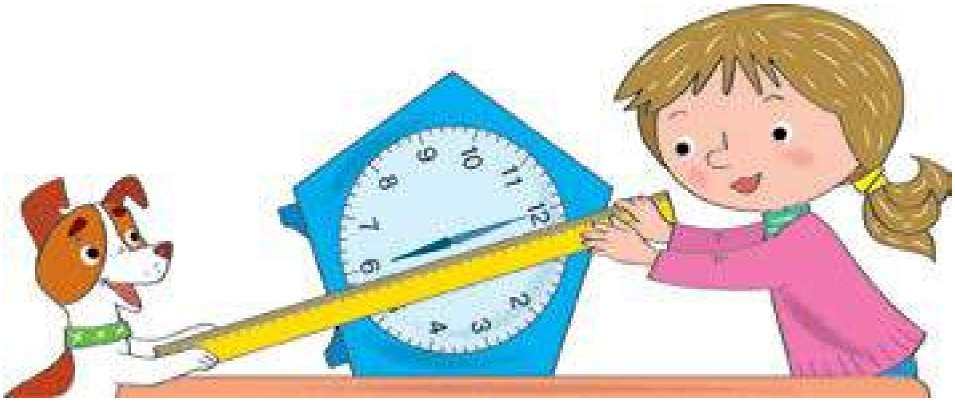
**i)** alle vinklene er spisse

**ii)** den ene vinkelen er rett

**iii)** den ene vinkelen er stump

**d** Fire vinkler utgjør til sammen en like vinkel. Tre av vinklene er 30°, 40° og 90°.
Hvor mange grader må den siste vinkelen være?

Tegn vinklene.



## 196

**a** Hva blir neste potens i hver tallfølge? Begrunn.

**i)** $2^5, 2^4, 2^3, 2^2, \ldots$ **ii)** $3^4, 3^3, 3^2, \ldots$ **iii)** $10^5, 10^4, 10^3, 10^2, \ldots$

Hva synes du at verdien til $2^1$, $3^1$ og $10^1$ bør være?
Hva med $a^1$?

> *Hvis eksponenten til en potens er 1, er verdien lik grunntallet:* $a^1 = a$

**b** Finn verdiene til uttrykkene.

**i)** $2^4 \cdot 3^1$ **iii)** $2^3 \cdot 5^1 \cdot 7^1$ **v)** $7^2 - 6^1 \cdot 8^1$ **vii)** $2^1 : (3^3 - 25^1)$

**ii)** $10^1 \cdot 5^2$ **iv)** $(9^1 - 1^9) : 8^1$ **vi)** $100^1 - 4^2 \cdot 5^1$ **viii)** $6^2 : 4^1 : 9^1$

## 197

**a** Primtallsfaktoriser tallene.

i 54 ii 98 iii 180

**b** **Sarah** gjorde slik:

$$54 = 2 \cdot 3^3$$
$$98 = 2 \cdot 7^2$$
$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Hadde hun rett? Begrunn.

**c** Primtallsfaktoriser tallene og skriv svaret ved å bruke potenser der det er mulig.

**i)** 130 **iii)** 156 **v)** 216 **vii)** 280

**ii)** 144 **iv)** 192 **vi)** 232 **viii)** 385

**d** Hvilke tall er primtallsfaktorisert her?

**i)** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 13$ **iii)** $2^6 \cdot 3^2$ **v)** $2^3 \cdot 5^3$

**ii)** $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ **iv)** $3^3 \cdot 5$ **vi)** $2^4 \cdot 5^4 \cdot 7$

**e** Sett inn eksponenter slik at likhetene og ulikhetene blir sanne.

**i)** $2^{\square} \cdot 3^{\square} = 72$ **iv)** $350 < 2^{\square} \cdot 7^{\square} < 400$

**ii)** $3^{\square} \cdot 5^{\square} = 225$ **v)** $800 < 5^{\square} \cdot 7^{\square} < 900$

**iii)** $2^{\square} \cdot 3^{\square} \cdot 11^{\square} = 264$ **vi)** $900 < 2^{\square} \cdot 3^{\square} \cdot 13^{\square} < 1\,000$

## 198

**a** Løs oppgaven aritmetisk.

Celine og Jørgen tjener penger på å skjære torsketunger. Ei uke jobbet de 6 timer hver og skar til sammen 126 kg. Celine var dobbelt så effektiv som Jørgen. Hvor mange kg tunger skar hver av dem per time?

**b** Oppgaven kan også løses algebraisk. La $v$ står for antall kg Jørgen skar per time. Hvilken mening gir disse uttrykkene?

$2v$ $\qquad$ $v + 2v$ $\qquad$ $6 \cdot (v + 2v)$

Hva er verdien til uttrykket $6 \cdot (v + 2v)$ ifølge oppgaveteksten?

Løs likningen og sammenlikn de to måtene å løse oppgaven på.

**c** Løs oppgaven – velg den løsningsstrategien du synes passer best.

To bakerier bakte 12 000 boller i løpet av to timer. Det ene bakeriet bakte 4 ganger så mange boller som det andre. Hvor mange boller bakte hvert bakeri per time?

## 199

**a** Finn verdien til uttrykket $9 \cdot (1011 - 2016 : n)$ for:

**i)** $n = 7$ $\qquad$ **ii)** $n = 12$ $\qquad$ **iii)** $n = 32$

**b** Finn en verdi for $n$ slik at verdien til $9 \cdot (253 - 2016 : n)$ blir:

**i)** et ensifret tall $\qquad$ **ii)** et tresifret tall

## Fra matematikkens historie

**Eratosthenes** (ca. 276-194 f.Kr.) var en gresk vitenskapsmann. Han var født i Kyrene, en antikk gresk bystat i dagens Libya.

Eratosthenes var den første til å beregne jordens omkrets. I matematikken er han derimot mest kjent for å ha utviklet en algoritme til å finne alle primtall opp til et gitt naturlig tall (f.eks. 100). Metoden kalles **Eratosthenes såld** eller **sil**.

I den neste oppgaven skal du lære deg denne eldgamle algoritmen.

**200**

**a** Du skal nå bruke algoritmen til Erathosthenes for å finne alle primtall mindre enn 100.

Ta utgangspunkt en tabell som den til høyre, der alle tallene fra 2 til 100 er ført opp.

Hvorfor er ikke 1 tatt med, tror du?

Husker du at tallet 1 ikke er et primtall? Det er grunnen til at 1 ikke er med.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 91 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 2 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

**b** Se på denne tabellen – hva har man gjort her?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | ~~4~~ | 5 | ~~6~~ | 7 | ~~8~~ | 9 | ~~10~~ |
| 11 | ~~12~~ | 13 | ~~14~~ | 15 | ~~16~~ | 17 | ~~18~~ | 19 | ~~20~~ |
| 21 | ~~22~~ | 23 | ~~24~~ | 25 | ~~26~~ | 27 | ~~28~~ | 29 | ~~30~~ |

Gjør det samme i din tabell – fortsett helt opp til 100.
Tallet 2 er ikke delelig med andre tall enn seg selv og 1. Det er det minste primtallet.

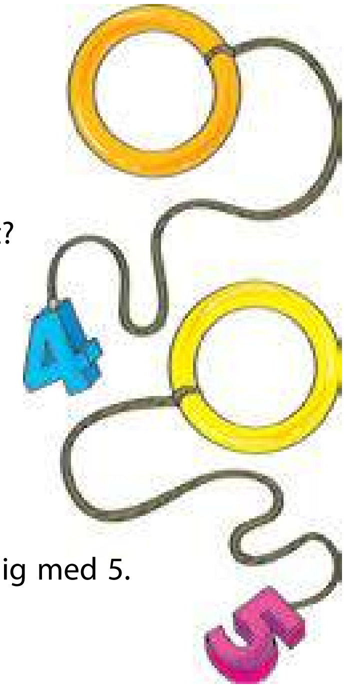
**c** Hva har man gjort her?

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | ~~4~~ | 5 | ~~6~~ | 7 | ~~8~~ | ~~9~~ | ~~10~~ |
| 11 | ~~12~~ | 13 | ~~14~~ | ~~15~~ | ~~16~~ | 17 | ~~18~~ | 19 | ~~20~~ |
| ~~21~~ | ~~22~~ | 23 | ~~24~~ | 25 | ~~26~~ | ~~27~~ | ~~28~~ | 29 | ~~30~~ |

Gjør det samme i din tabell – fortsett helt opp til 100.

Tallet 3 er heller ikke delelig med andre tall enn seg selv og 1.
Det er det neste primtallet vårt.

La du forresten merke til at noen av tallene allerede var strøket ut?
Hvorfor var de det?



**d** Hvilket tall må være det neste primtallet i tabellen?

**Amad** mener at det er 4, mens **Synne** mener at det må være 5.
Hvem har rett?

Sett en ring rundt 5 og stryk alle andre tall i tabellen som er delelig med 5.

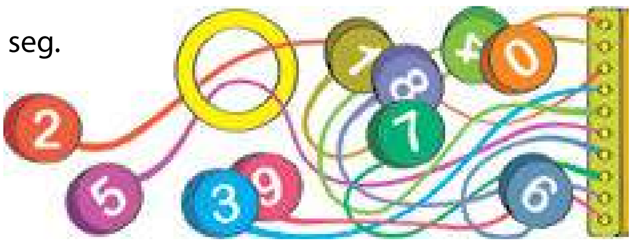
La du merke til noe spesielt?
Hvor i tabellen finner vi tallene i 5-gangen?

**e** Fortsett på samme måte – helt til alle tallene enten er strøket ut eller har en ring rundt seg.
Hver gang du er ferdig med et tall, går du til toppen av tabellen og ringer rundt det minste tallet som ikke er merket av med en ring eller en strek.
Hvorfor må dette tallet være et primtall?

Kryss ut alle andre tall i tabellen som er delelig med det nye primtallet.
Hvor langt i tallfølgen må du gå før du finner et tall som ikke allerede er krysset ut?
Hvordan kan du forklare dette?

**f** Skriv til slutt opp alle tallene med ring rundt seg.
Dette er alle primtallene under 100.

Fant du 25 stykker?



## 201

**a** Primtallsfaktoriser tallene.

| i | ii | iii | iv | v |
|---|---|---|---|---|
| 1 000 | 128 | 176 | 243 | 10 000 |

Hva er spesielt med primtallsfaktoriseringen til 128 og 243?

Finn to tall som kan skrives som en potens av et primtall.

**b** Hvilke primtall er 1 000 og 10 000 delelig med?

Hvor mange ganger må 2 og 5 multipliseres med seg selv for å danne disse tallene?

Husker du at tall som 1 000 og 10 000 kalles **dekadiske enheter**?
Hvordan ser primtallsfaktoriseringen til en dekadisk enhet ut?
Vis med eksempler.


**c** **Simen** primtallsfaktoriserte et tall og fant ut at én av faktorene var 13.
Hvilke(t) av disse tallene kan Simen ha jobbet med?

133 325 1 001 1 331

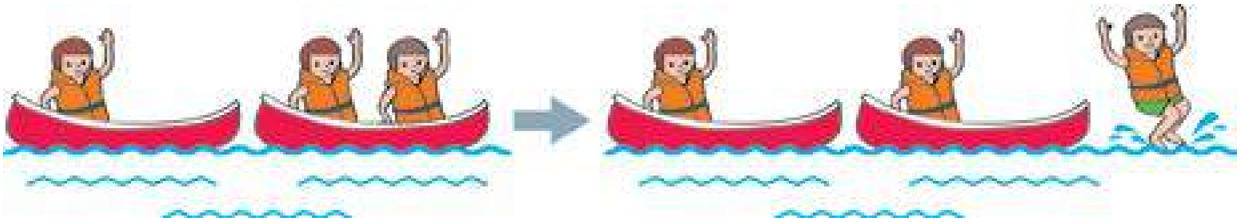
**d** Et tresifret tall $n$ har 17 i andre som faktor. Finn alle mulige tall $n$ kan være.

## 202

**a** Prøv å løse oppgaven eller å gjette hva svaret blir.

På en innsjø er det 30 kanoer. I noen av dem er det én person, og i de andre er det to. Til sammen er det 43 personer i kanoene. I hvor mange kanoer er det én person og i hvor mange er det to?

**b** Hvis du trenger hjelp, tenk deg at 1 person fra hver av kanoene med 2 personer om bord, hopper i vannet.



Vil antall kanoer endre seg?
Hvor mange personer er det i kanoene nå?
Hvor mange personer er i vannet?

**c** Hva må endres i opplysningene hvis det første trinnet i løsningen skal være 50 – 37 = 13? Fullfør løsningen av den nye oppgaven.

**d** Sammenlikn oppgaven med den i a):

Kamilla kjøpte 28 karameller av to ulike typer. Den ene typen kostet 1 kr per stk, og den andre kostet 2 kr per stk. Hun betalte 39 kroner. Hvor mange karameller av hver type kjøpte Kamilla?

Løs oppgaven.

## 203

**a** Hvilke av disse tallene er primtall? Skriv dem ned.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 19 | 26 | 33 | 43 | 49 | 57 | 71 | 83 | 91 | 97 |

Hva er et primtall?

Naturlige tall større enn 1 som ikke er primtall, har også fått et eget navn. Vi kaller dem **sammensatte tall**.

> *Et **sammensatt tall** er et naturlig tall større enn 1 som ikke er et primtall.*

Legg merke til at tallet 1 heller ikke er et sammensatt tall.

**b** Kan du forklare på en annen måte hva et sammesatt tall er?

To elever svarte slik:

**Tomine:** Et sammensatt tall er et naturlig tall som kan skrives som et produkt av minst to naturlige tall større enn 1.

**Fredrik:** Et sammensatt tall er et tall som er delelig med minst to ulike primtall.

Hva tenker du om svarene deres? Har begge rett?

**c** Hvilke av tallene i a) er sammensatte tall? Skriv dem ned.

Skriv ned to sammensatte tall til. Begrunn valget.

**d** **i)** La $p = 3$ og $q = 7$. Hva blir verdien til $n = p^2 \cdot q$?

**ii)** La $p = 2$, $q = 5$ og $r = 11$. Hva blir verdien til $m = p^2 \cdot q^2 \cdot r$?

**e** La $p$, $q$, og $r$ være tre primtall, der $p = 2$, $3 \leq q < 6$ og $10 < r < 14$.

Hva kan $k$ være dersom $k = p^3 \cdot q \cdot r$?

Finn alle mulige løsninger.

## 204

**a** En brukket linje *ABC* består av to ledd med lengder 4 cm og 0,8 dm. Finn lengden til hele den brukne linjen i cm, og tegn hvordan den kan se ut.

**b** En brukket linje *KLMN* består av tre ledd med lengder 0,3 dm, 5 cm og 20 mm. Finn lengden til hele den brukne linjen i dm, og tegn den hvordan den kan se ut.

**c** Katetene i en rettvinklet trekant *PQR* er 0,3 dm og 4 cm. Tegn trekanten og finn arealet i $cm^2$.

**d** Begge katetene i en rettvinklet trekant *FGH* er 0,6 dm. Tegn trekanten og finn arealet i $cm^2$.

## 205

**a** Avgjør om likhetene er sanne.

**i)** $2^5 + 4^2 - 6^2 = 96 : 2^3$

**ii)** $2^7 - 2^5 + 2^3 - 2^1 = 3^4 + 3^2 - 3^1 - 1$

**iii)** $13^2 + 5^4 - 9^3 = 100^2 : 2^4 : 5^2 + 2^3 \cdot 5$

**iv)** $11^2 - 7^2 : 7^2 - 5^2 = 6^3 - 11^2$

**b** Skriv ned den usanne likheten, og sett inn parenteser slik at den blir sann.

## 206

**a** Sammenlikn oppgavene.

I) En kode skal bestå av to ulike siffer. Hvor mange ulike koder kan lages?

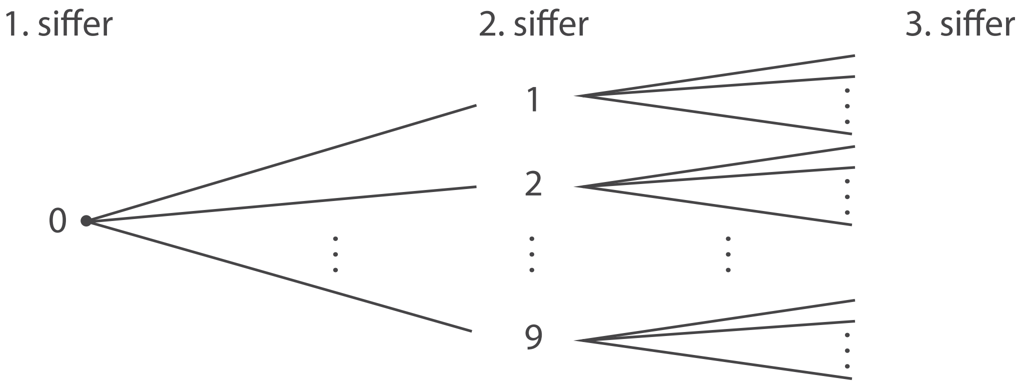
II) En kode skal bestå av tre ulike siffer. Hvor mange ulike koder kan lages?

Løs oppgave I).

Hva er annerledes i opplysningene til oppgave II)? Kan løsningen til den første oppgaven hjelpe deg med å løse den andre?

Løs oppgave II).

**b** Hvis du står fast, så la det første sifferet være 0 og finn ut på hvor mange måter du kan velge de andre sifrene (se tegningen nedenfor). Gjenta samme resonnementet ved å la et annet siffer være først.




**c** Sammenlikn oppgaven med den forrige, og løs den:

På en skole er det 8 elever som spiller sjakk på 5. trinn, 9 elever på 6. trinn og 10 elever på 7. trinn. Skolen skal delta i en konkurranse, og det skal derfor velges én sjakkspiller fra hvert trinn. På hvor mange måter kan det gjøres?

## 207

**a** Primtallsfaktoriser 24 og 15.

Multipliser 24 og 15, og primtallsfaktoriser svaret du får.

Sammenlikn primtallsfaktoriseringene til 24, 15 og 360. Hva legger du merke til?

**b** Primtallsfaktoriser 14, 20 og 27.

Regn ut $14 \cdot 20 \cdot 27$, og primtallsfaktoriser svaret du får.

Bekrefter resultatet det du så i a)?

**c** Velg noen egne naturlige tall og sammenlikn primtallsfaktoriseringen til disse tallene og primtallsfaktoriseringen til produktet av tallene. Kom med en konklusjon.

**d** Primtallsfaktoriser produktene på en mest mulig effektiv måte.

**i)** $42 \cdot 125$ **ii)** $63 \cdot 72$ **iii)** $96 \cdot 208$ **iv)** $576 \cdot 392$ **v)** $512 \cdot 625$

**e** La $m \cdot n = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11^2$.

Finn ut hva $m$ og $n$ kan være dersom:

**i)** både $m$ og $n$ er tresifrede tall

**ii)** et av tallene er et firesifret oddetall

**iii)** begge tallene er mindre enn 600

**f** La $a \cdot b \cdot c = 2^6 \cdot 5 \cdot 7^3 \cdot 13^2 \cdot 17$.

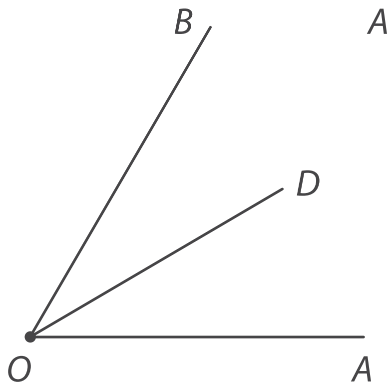
Velg ett av disse punktene, og finn verdier for bokstavene $a$, $b$ og $c$ slik at:

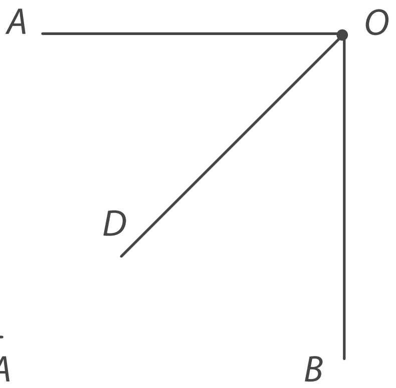
**i)** $a$ og $b$ er partall og $c$ er oddetall

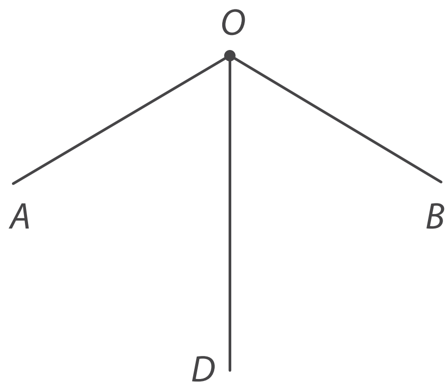
**ii)** $a$ og $b$ er oddetall og $c$ er partall

## 208

**a** Bruk gradskive og mål $\angle AOD$ og $\angle DOB$ på hver figur.



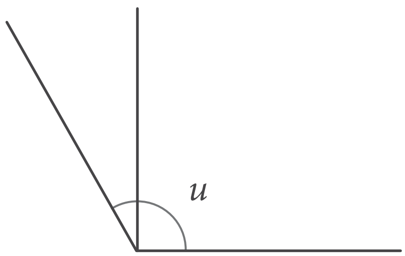



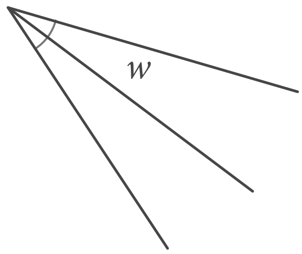

Hva kan du si om strålen *OD*? Hva ville du kalt den?

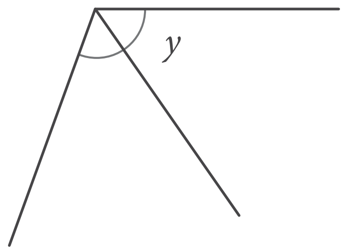
**b** Strålen *OD* kalles **halveringslinjen** til $\angle AOB$.

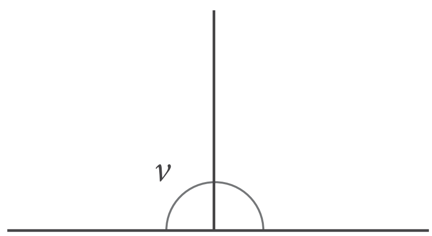
> ***Halveringslinjen*** *til en vinkel er en stråle med startpunkt i vinkelens toppunkt som deler vinkelen i to like store vinkler.*

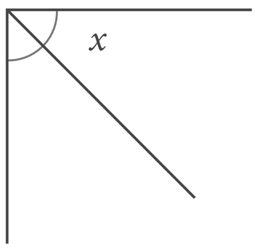
**c** Skriv navnene på vinklene der halveringslinjen er tegnet inn.

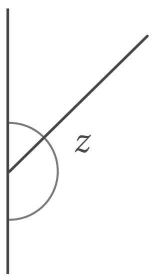


**d** Tegn vinkler på:

**i)** 30° **ii)** 70° **iii)** 130°

Tegn halveringslinjen til hver vinkel.

## 209

**a** Primtallsfaktoriser 12 og 144.

Hva er forskjellen mellom mengden av primtall i hver faktorisering?
Hvorfor er det slik?

**b** Sammenlikn primtallsfaktoriseringen til:

i 16 og 256

iii 100 og 10 000

v 32 og 1 024

ii 20 og 400

iv 24 og 576

vi 48 og 2 304

Hvordan kan du finne primtallsfaktorisering til $n^2$ hvis du kjenner primtallsfaktorisering til $n$?
Hva med primtallsfaktorisering til $n^3$, $n^4$ eller andre eksponenter av $n$?

**c** Primtallsfaktoriser uttrykkene.

**i)** $28^2$ **iii)** $45^2$ **v)** $21^3$ **vii)** $32^4$

**ii)** $36^2$ **iv)** $54^2$ **vi)** $24^4$ **viii)** $12^5$

**d** Finn verdiene til $a$, $b$ og $c$ hvis:

$$a^2 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$$

$$b^2 = 2^6 \cdot 3^6 \cdot 11^4$$

$$c^2 = 2^{12} \cdot 3^4 \cdot 5^8$$

## 210

**a** Skriv ned alle primtall som passer inn i ulikheten.

**i)** $28 < x \leq 41$ **ii)** $88 \leq y - 1 \leq 96$ **iii)** $0 < 20 - z \leq 7$

**b** Lag en dobbel ulikhet slik at:

**i)** tre tosifrede tall passer inn, der to av tallene er primtall mens det tredje er et sammensatt tall

**ii)** fem sammensatte tall og ingen primtall passer inn

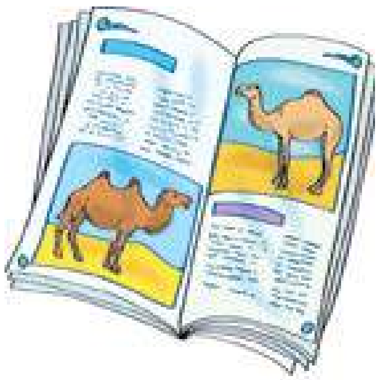
**iii)** ti sammensatte tall og to primtall passer inn

## 211

**a** Løs oppgaven.

En dyreflokk består av kameler med to pukler og dromedarer med én pukkel. Når eieren blir spurt om hvor mange dyr av hver type han har, svarer han at det er til sammen 72 hoder og 104 pukler i flokken. Hvor mange kameler og hvor mange dromedarer er det i flokken?

Har du jobbet med en liknende oppgave tidligere?
Finn den i boken.



**b** Hvis du står fast, tenk deg at alle dyrene kun har én pukkel.
Vil antallet hoder i flokken endre seg?
Hva med antall pukler?
Hvor mange flere eller færre pukler vil det være i flokken?

**c** Sammenlikn denne oppgaven med oppgaven i a), og løs den:

Et hotell har enkeltrom og dobbeltrom.
Til sammen er det 34 rom med plass til 56 personer.
Hvor mange rom av hver type har hotellet?

## 212

**a** Finn verdiene til $x$, $y$, $z$ og $v$.

**i)** $x = (2^{10} - 9045 : 9) \cdot 4^3$

**ii)** $y = 5852 : (1512 : 6^3)$

**iii)** $z = 7 \cdot (2^{12} + 12^3)$

**iv)** $v = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^2 - 3^5 \cdot 7$

**b** Hvilket av svarene i a) kan skrives som 19 · 44?
Hvilket kan skrives som 19 · 64?

**c** Rund av $x$ og $y$ til nærmeste hundrer, og rund av $z$ og $v$ til nærmeste tusener.

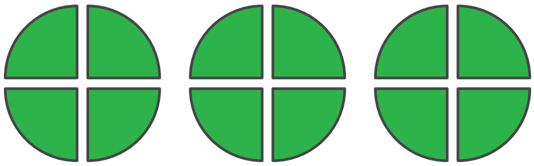
## 213

**a** Svar på spørsmålene (du kan bruke bildet til høyre som hjelp).

**i)** Hvor mange halve er tre hele?

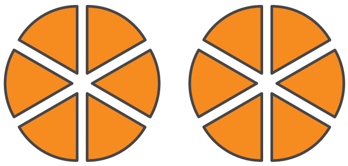
**ii)** Hvor mange firedeler er tre hele?

**iii)** Hvor mange åttedeler er tre hele?



**b** **i)** Hvor mange tredeler er to hele?

**ii)** Hvor mange seksdeler er to hele?



**c** Fyll inn tall som passer.

**i)** $\frac{1}{2} = \frac{\square}{4} = \frac{3}{\square} = \frac{\square}{8}$

**ii)** $\frac{1}{3} = \frac{\square}{6} = \frac{4}{\square} = \frac{\square}{15}$

**iii)** $2 = \frac{\square}{3} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{8}$

**iv)** $3 = \frac{\square}{3} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{8}$

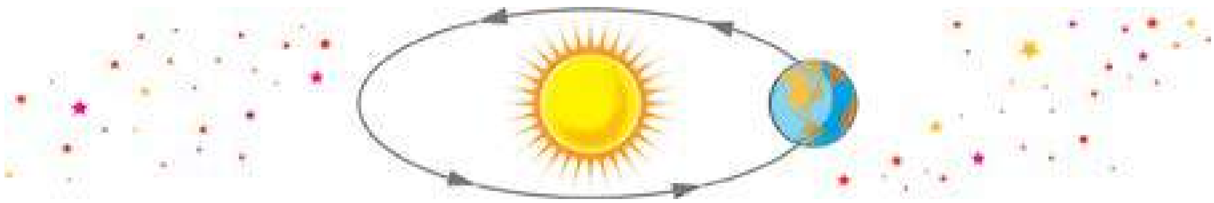
## 214

**a** Hvor gammel er du? Hvor gamle er vennene dine? Hvem er eldst i familien din? Hvor gammel er hun eller han? Hvor gammel er den yngste i familien?

Hva forstår du med uttrykket «ett år har gått»?

Se på tegningen som viser jorden som går i bane rundt solen.

**Ett år** er tiden jorden bruker på å gå rundt solen én gang.



**b** Hvor mange runder har jorden gått rundt solen:

**i)** siden du ble født? **ii)** siden noen du kjenner ble født?

**c** Hvor mange måneder er det i et år?

Hvor gammel er katten hvis jorden har gått en halv runde rundt solen siden den ble født? Finn en annen måte å svare på.

**d** En familie består av far, mor og tre barn. Bruk tabellen og finn ut hvor mange runder jorden har gått rundt solen i løpet av livet til hver av dem i år 2020.

| Hvem | Fødselsår |
|---|---|
| Far | 1980 |
| Mor | 1983 |
| Ådne | 2006 |
| Kine | 2009 |
| Preben | 2011 |

## 215

**a** Sjekk at likhetene er sanne.

**i)** $288 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

**ii)** $504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

**iii)** $924 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

**iv)** $891 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$

**b** Bruk den første likheten i a) til å forklare at:

$$288 : 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \quad \text{og} \quad 288 : 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

**c** Regn ut ved å bruke primtallsfaktoriseringen i a).

**i)** 504 : 14 **ii)** 504 : 12 **iii)** 924 : 11 **iv)** 891 : 33

**d** Primtallsfaktoriser tallene.

**i)** 728

**ii)** 936

**iii)** 1 188

**iv)** 1 485

**e** Bruk resultatet i d) og regn ut.

**i)** 728 : 14

**ii)** 936 : 39

**iii)** 1 188 : 18

**iv)** 1 485 : 15

**v)** 728 : 26

**vi)** 936 : 18

**vii)** 1 188 : 33

**viii)** 1 485 : 33

## 216

**a** Finn volumet av et rett, rektangulært prisme med sidekanter:

i) 60 cm, $\frac{1}{2}$ m og 4 dm

iii) 1 m, 8 dm og 45 cm

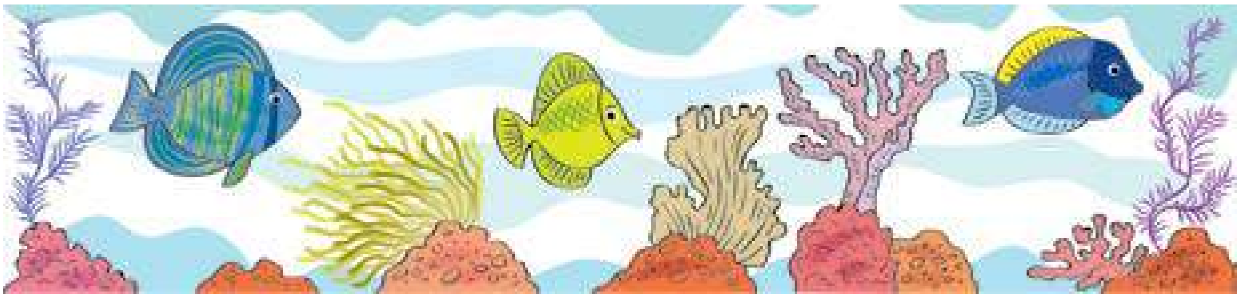
ii) 7 m, 4 m og 3 m

iv) 10 dm, 6 cm og 25 mm

Svaret i punkt i) skal oppgis i liter.
Svaret i punkt ii) skal oppgis både i $m^3$ og i liter.
For punktene iii) og iv) kan du selv velge hvilken enhet du vil bruke.

**b** Et akvarium rommer 288 L.
Hva kan lengden på sidekantene være?
Finn flere løsninger.

Gjør det samme for akvarier med volum 4 $m^3$ og 96 $dm^3$.



# Hjernetrim

**1** Regn ut og primtallsfaktoriser svaret.

**a)** $1 + 2 + \ldots + 49 + 50$

**b)** $1 + 3 + 5 + \ldots + 51 + 53$

**2** Finn ut hvor mange nuller tallene $a$, $b$, $c$ og $d$ slutter på hvis:

**a)** $a = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{12}$

**b)** $b = 2^{11} \cdot 3^{44} \cdot 5^{33} \cdot 7^{22}$

**c)** $c = 2^{200} \cdot 3^{300} \cdot 7^{700}$

**d)** $d = 2^{99} \cdot 3^{1001} \cdot 5^{101}$

**3** La $k = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Finn ut hva $x$, $y$, $z$ og $u$ må være hvis:

$k \cdot x = 2^6 \cdot 3^3 \cdot 7$

$k \cdot y = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11$

$k \cdot z = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7$

$k \cdot u = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 7$

**4** Erstatt bokstavene med naturlige tall slik at

**a)** uttrykket $2^a \cdot 3^b$ er kvadratet av et naturlig tall

**b)** uttrykket $2^c \cdot 3^{24} \cdot 13^d$ er kvadratet av et naturlig tall

**c)** disse uttrykkene kan skrives som én potens:

$2^g \cdot 3^{15} \cdot 7^h$ $\qquad$ $2^{16} \cdot 3^m \cdot 5^{12} \cdot 7^n$ $\qquad$ $3^r \cdot 11 \cdot 17^s$

**5** Velg deg et tosifret tall. Skriv ned tallet der sifrene står i motsatt rekkefølge. Trekk det minste tallet fra det største, og skriv ned svaret. Gjenta algoritmen for flere tosifrede tall.

Kan du finne et mønster? Lag en regel og gi en forklaring.

# Test deg selv

**1** Primtallsfaktoriser tallene.

a $42$  b $96$  c $102$  d $130$  e $165$

**2** Regn ut.

a $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$

b $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

c $2^4 \cdot 5$

d $2^2 \cdot 13$

e $3^2 \cdot 17$

**3** Hvilke av disse tallene er primtall?

23  37  51  69  79  87  89  91  97

Skriv ned 3 andre primtall.

**4** Primtallsfaktoriser produktene.

a $28 \cdot 15$

b $24 \cdot 32$

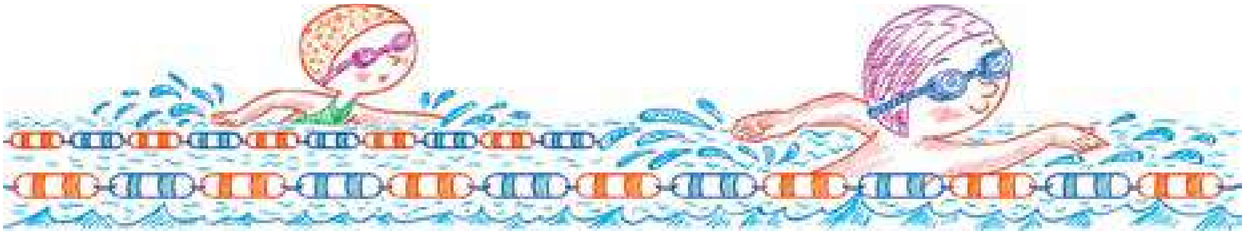
c $25 \cdot 14 \cdot 27$

d $32 \cdot 125 \cdot 81$

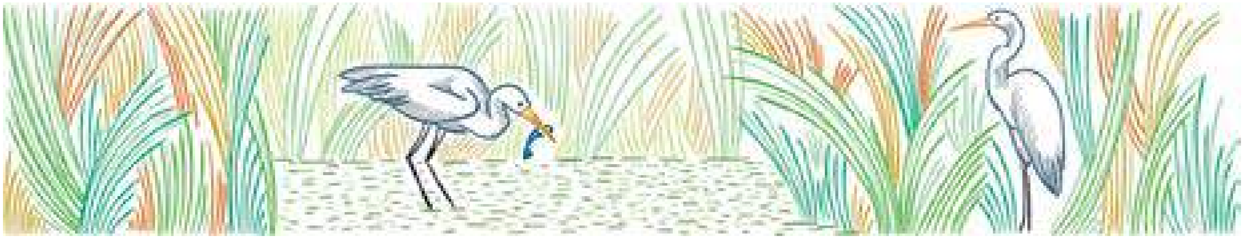
**5** Primtallsfaktoriser potensene.

a $21^2$  b $30^2$  c $18^3$  d $16^4$

6 Et basseng fylles med vann fra tre vannslanger. Fra den ene slangen strømmer vannet med en fart på 19 L/min, fra den andre med en fart på 24 L/min og fra den tredje med en fart på 27 L/min. Det tar 5 timer å fylle hele bassenget. Hvor mange liter vann rommer bassenget?



7 Det var 42 hegrer på ei myr. Noen av dem sto på ett bein og de andre sto på to. Det var 69 bein i myra. Hvor mange hegrer sto på ett bein, og hvor mange sto på to?



8 Hvor mange tosifrede tall finnes det som ikke inneholder sifferet 9?

9 Løs likningene.

**a)** $2(17 - x) = 8$

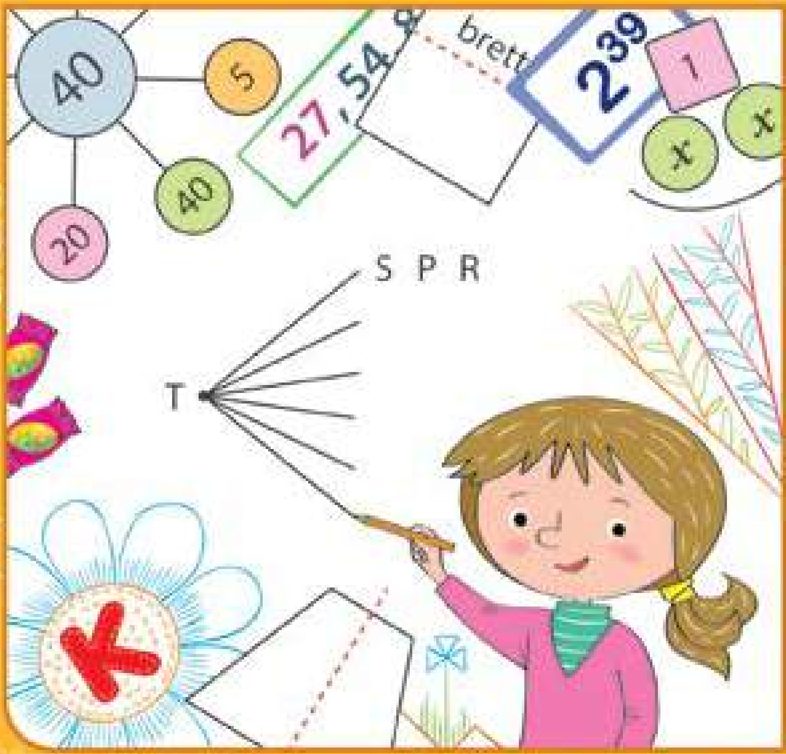
**b)** $3(37 - x) = 108$

10 Tegn to vinkler som sammen utgjør en like vinkel.

11 Tegn en stump vinkel og tre spisse som sammen utgjør 360°.

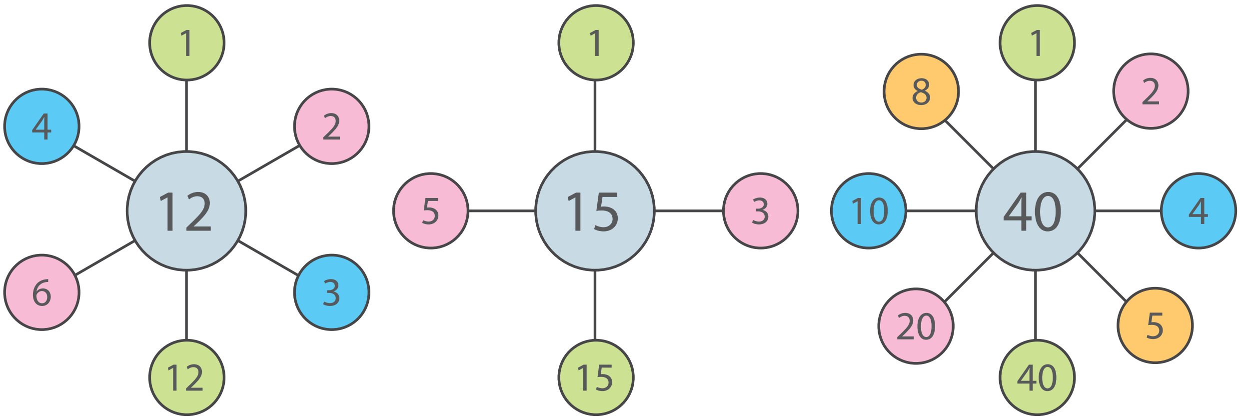
# 10

# Faktor i et tall og multiplum av et tall



## 217

**a** Se på bildene. Hva er sammenheng mellom tallet i midten og tallene rundt?




Tallene rundt er **faktorer** i tallet som står i midten.

> ***Faktorene*** *i et naturlig tall n er de naturlige tallene som $n$ er delelig med.*

Rams opp faktorene i tallene 12, 15 og 40.

Legg merke til fargen på sirklene rundt. Ser du et mønster? Begrunn.

**b** Lag liknende skjemaer for disse tallene.

18 20 24 29 32 37

Hvilket av tallene har flest faktorer?
Hvilke av tallene har kun to faktorer? Hva kaller vi disse tallene?

**c** Finn noen tosifrede tall som har:

**i)** to faktorer

**ii)** fire faktorer

**iii)** seks faktorer

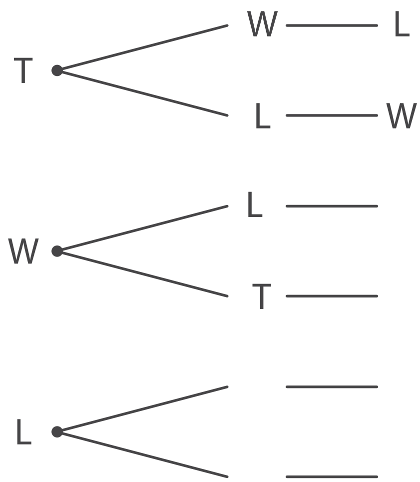
**iv)** flere enn seks faktorer

## 218

**a** Løs oppgaven.

Trym, William og Lucas skal ut i en tremannskano. De diskuterer hvem som skal sitte foran, i midten og bak. På hvor mange måter kan de plassere seg i kanoen?

**b** Hvis du står fast, kan skjemaene og tabellen under hjelpe deg. Skriv dem av og gjør dem ferdig.




| | | |
|---|---|---|
| T | W | L |
| T | L | W |
| W | | |
| W | | |
| | | |
| | | |

**c** Sammenlikn denne oppgaven med den forrige, og løs den:

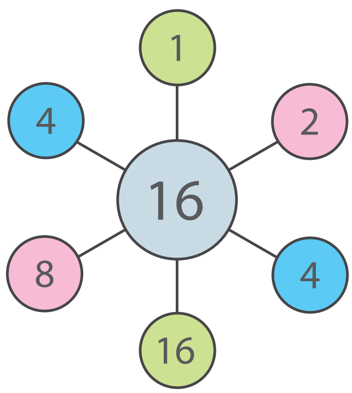
Ingrid må gjøre lekser, rydde rommet og ta en dusj. I hvor mange ulike rekkefølger kan hun gjøre dette?

## 219

**a** Hva er likt for tallene 16, 25, 36?

Finn alle faktorene i tallene ved å lage et skjema.

Legg merke til skjemaet til høyre.
Hvorfor har to av sirklene samme tall?



**b** Finn alle faktorene i tallene.

**i)** 48 **iii)** 64 **v)** 97

**ii)** 56 **iv)** 91 **vi)** 100

Hvilket tall hadde flest faktorer? Hvilket hadde færrest?

**c** Finnes det et tall som er faktor i alle naturlig tall? Begrunn.

Kan 0 være faktor i et naturlig tall?

**d** Skriv ned alle kvadrattall som er større enn 100, men mindre enn 200.

Finn alle faktorene i tallene.

## 220

**a** Sammenlikn likningene.

**i)** $17 - x = 8$ **ii)** $17 - (y - 1) = 8$

Hvilken likning vil ha størst rot? Hvor mye større vil den være?

Løs likningene, og sett prøve på svaret i punkt ii).

**b** Løs likningene.

**i)** $17 - (x - 6) = 8$ **iv)** $10 - (2p - 1) = 3$ **vii)** $41 - 5 \cdot u = 6$

**ii)** $35 - (y - 9) = 11$ **v)** $20 - (3q + 1) = 7$ **viii)** $12 + v : 3 = 27$

**iii)** $46 - (22 + z) = 7$ **vi)** $30 - (5r - 3) = 23$ **ix)** $37 - 40 : w = 32$

**c** Finn røttene som kan primtallsfaktoriseres slik: $3 \cdot 11$ $3^2 \cdot 5$

**d** Hvilke av røttene kan man multiplisere og få $2^8$?

## 221

**a** Finn alle faktorene i tallene.

**i)** 104 **ii)** 108 **iii)** 112 **iv)** 120 **v)** 126

**b** Hvilke tall er faktor i alle tallene?

Et slikt tall sier vi er en **felles faktor** for tallene.

Hvilke tall i a) har 6 som felles faktor? Hvilke har 14? Hvilke har 18?

**c** Både 6 og 8 er faktorer i tallet $m$. Hva kan $m$ være?
Hva er det minste tallet $m$ kan være?

**d** Tallene 4, 10 og 15 er faktorer i tallet $n$. Finn flere mulige verdier for $n$.

**e** Tallene 12 og 18 er faktorer i tallet $k$, men det er ikke 24. Hva kan $k$ være?

## 222

**a** Primtallsfaktoriser 42 og 420.

Hva er ulikt for faktoriseringene?

**b** Finn og sammenlikn primtallsfaktoriseringen til disse tallene:

**i)** 24 og 240 **ii)** 15 og 1 500 **iii)** 16 og 16 000

La du merke til noe? Hva da?

**c** Primtallsfaktoriser tallene.

**i)** 20 000 **iii)** 27 000 **v)** 121 000

**ii)** 6 400 **iv)** 12 500 **vi)** 240 000

**d** Finn ut hvor mange nuller det vil være på slutten av tallene $a$, $b$, $c$ og $d$ (uten å regne ut):

**i)** $a = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$ **ii)** $b = 2^4 \cdot 5 \cdot 11$ **iii)** $c = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^5 \cdot 7$ **iv)** $d = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^5$

## 223

**a** Les oppgaven.

Maja har 19 mynter som til sammen er verdt 47 kroner. Det er bare 1-kroner og 5-kroner. Hvor mange mynter av hvert slag har Maja?

Har du jobbet med liknende oppgaver tidligere? Finn dem i boken.

Hva er nytt i denne oppgaven? Løs oppgaven.

**b** Hvis du står fast, tenk deg at alle 5-kronene gjøres om til 1-kroner. Hva vil ikke endre seg? Hvor mye «fattigere» vil Maja være?

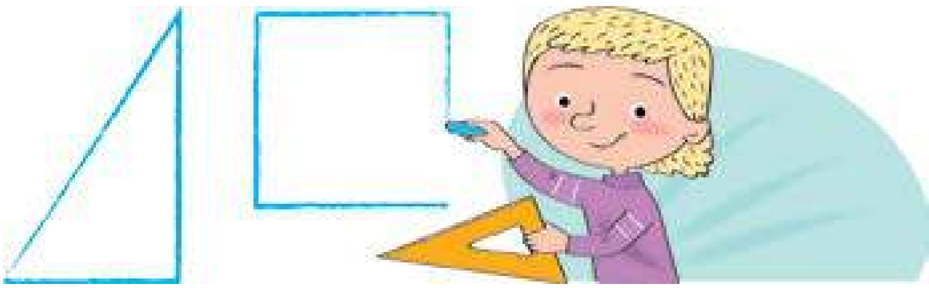
**c** Erstatt 47 i oppgaveteksten med 44, og prøv å løse den nye oppgaven. Klarte du det? Forklar hvorfor det ikke går.

Hvilke av tallene 43, 50, 77 og 91 kan vi erstatte 47 med hvis vi vil at oppgaven skal kunne løses? Begrunn.

**d** Hva er felles mellom oppgaven i a) og denne?

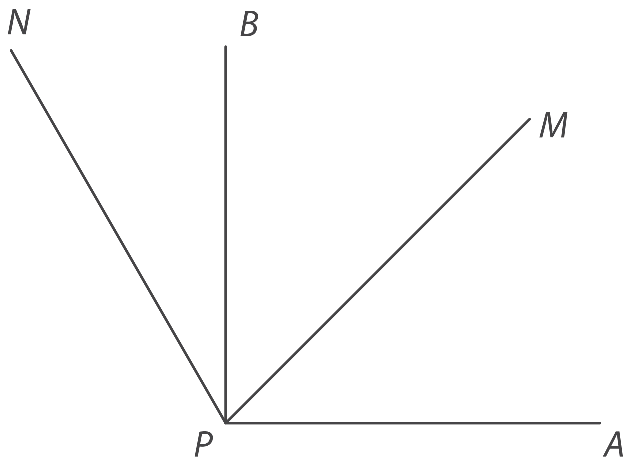
Alex tegnet kvadrater og rettvinklede trekanter. Han tegnet i alt 12 figurer, og de hadde til sammen 27 rette vinkler. Hvor mange figurer av hvert slag tegnet Alex?

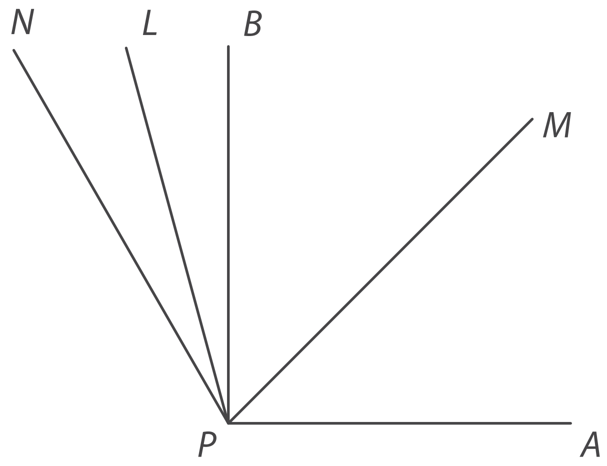
Løs oppgaven.



## 224

**a** På tegningen til venstre er *PM* halveringslinjen til $\angle APB$ som er rett og $\angle BPN = 30°$.
Hvor stor er $\angle MPB$ og $\angle APN$?




**b** Hva er annerledes i tegningen til høyre?

*PL* er halveringslinjen til $\angle BPN$. Prøv å finne størrelsen til flest mulig nye vinkler.

## 225

**a** Finn et mønster og skriv de to neste tallene.

i 12, 24, 36, 48, …

iii 16, 32, 48, …

ii 15, 30, 45, 60, …

iv 27, 54, 81, …

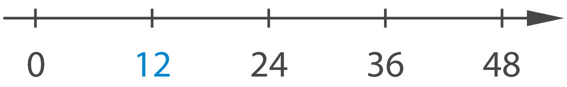
Lag to egne tallfølger med liknende mønsteret. Begrunn hvorfor mønstrene likner.

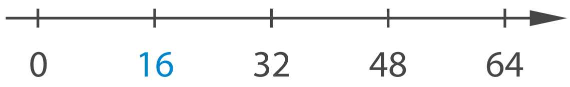
Hva er sammenheng mellom det første tallet i tallfølgen og de neste?

> *Et **multiplum** av et naturlig tall $n$ er et tall som er delelig med $n$.*

F.eks.: Tallene 18 og 24 er multipler av 3, og tallene 35 og 65 er multipler av 5.

**b** På den første tallinjen er tallet 12 merket av, samt noen multipler av 12. På den andre er 16 merket av, samt noen multipler av 16.




Tenk over hvordan multipler av 12 og multipler av 16 er plassert på tallinjene.

Tegn en egen tallinje og sett av et annet tall og noen multipler av tallet.

**c** Foreslå tre tall som er multiplum av:

**i)** 7 **ii)** 18 **iii)** 25

**d** Hvilke av disse tallene er multiplum av 9? Begrunn.

126 269 504

**e** Hvilke av disse tallene er multiplum av 13? Begrunn.

78 169 313

**f** Hvilke av disse tallene er multiplum av 11? Begrunn.

154 748 1 032

**g** Tallet $a$ er et multiplum av 10 og 8. Hva kan $a$ være? Hva er det minste tallet $a$ kan være?

**h** Tallet $b$ er et multiplum av 8 og 12, men ikke av 16 eller 9. Finn flere tall som $b$ kan være.

## 226

**a** Finn lengden til *MN*.


Hvilket av de fargede linjestykkene nedenfor utgjør:

**i)** $\frac{1}{2}$ av *MN*?  **ii)** $\frac{1}{4}$ av *MN*?  **iii)** $\frac{3}{4}$ av *MN*?

**iv)** Hvilket av linjestykkene er 0,4 dm langt?

**v)** Hvilket er 20 mm langt?

**vi)** Hvilket er 4 cm kortere enn 1 dm?

**b** Tegn et linjestykke *PQ* med lengde 1 dm 2 cm.

Tegn et linjestykke der lengden er:

**i)** $\frac{1}{2}$ av *PQ*  **ii)** 0,5 cm kortere enn *PQ*  **iii)** $\frac{1}{3}$ av *PQ*

## 227

**a** Tabellen til høyre viser hvordan man kan regne ut $27 \cdot 64$.

Forklar hva metoden går ut på.

Tenk over hvilken ide som ligger i bunn.

| 27 | 64 |
|---|---|
| 54 | 32 |
| 108 | 16 |
| 216 | 8 |
| 432 | 4 |
| 864 | 2 |
| 1 728 | 1 |
| $27 \cdot 64 = 1\,728$ | |

**b** Regn ut ved å bruke metoden med dobling og halvering.

**i)** $23 \cdot 32$  **iii)** $33 \cdot 256$

**ii)** $128 \cdot 15$  **iv)** $512 \cdot 125$

## 228

**a** Finn alle faktorene i 14.

Skriv ned 3 tall som er multiplum av 14.
Kan du finne flere multipler av 14? Er det mulig å skrive ned alle multipler av 14? Begrunn.

*Ethvert naturlig tall har uendelig mange multipler.*

Finnes det noe tall som kan ha uendelig mange faktorer?

**b** Hvordan kan du finne multiplum av et gitt naturlig tall?

*Et multiplum av et naturlig tall $n$ kan skrives på formen $n \cdot k$ der k er et naturlig tall.*

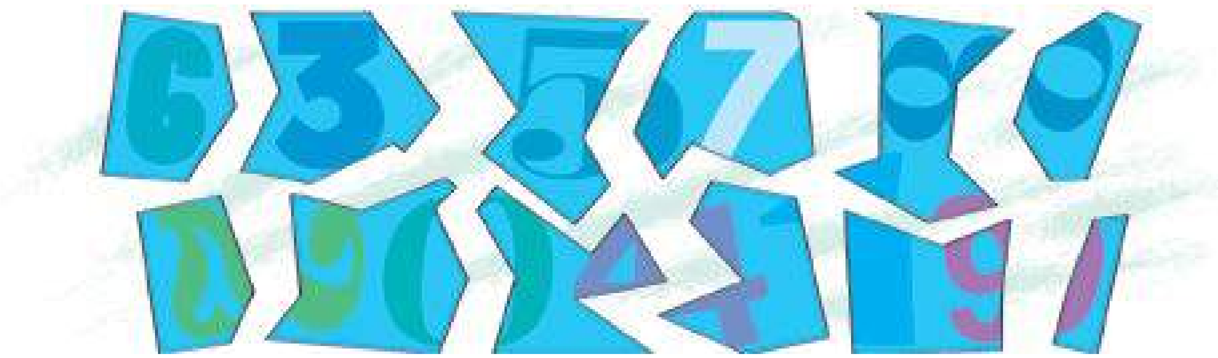
**c** Finn:

**i)** alle multipler av 36 som er større enn 100, men mindre enn 200

**ii)** tre multipler av 99 som slutter på 5

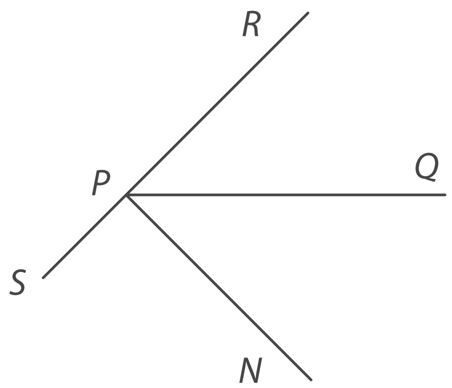
**iii)** alle tresifrede tall som er multiplum av 218

**d** Lag en egen oppgave som handler om multiplum og løs den.



## 229

**a** Se på tegningen.




∠*NPR* er en rett vinkel, og strålen *PQ* er halveringslinjen til vinkelen.

Strålen *PR* er en del av den rette linjen *SR*.

Finn ut hvor stor den stumpe vinkelen på figuren er uten å bruke gradskive.

**b** Tegn en stråle *LM*. La strålen være halveringslinjen til en vinkel på 60°. Sett navn på figuren.

Tegn halveringslinjen til en av vinklene på tegningen din, og finn ut hvor store de nye vinklene er (uten å måle).

## 230

**a** Sammenlikn oppgavene.

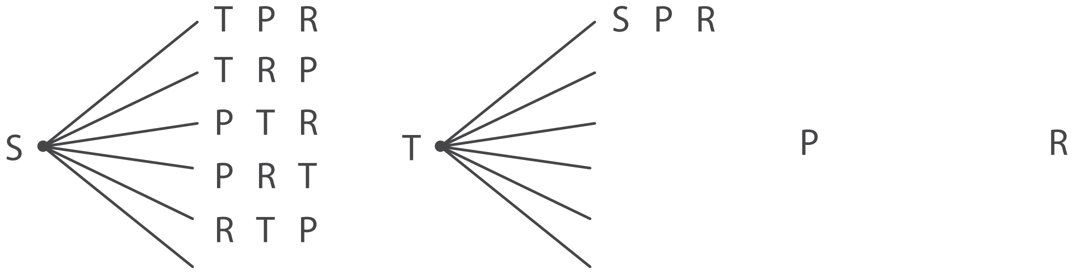
I — I en kjøkkenhage skal det plantes gulrot, reddiker og neper i hver sin rad. På hvor mange ulike måter kan man velge hvilken rad grønnsakene skal plantes i?

II — En familie vil plante stemorsblomster, tulipaner, påskeliljer og ringblomster ved siden av hverandre i et avlangt bed. I hvor mange ulike rekkefølger kan blomstene plantes?

Hva er likt for oppgavene? Hva er den vesentligste forskjellen?

**b** Løs den første oppgaven.
Tenk over hvordan svaret du fikk kan hjelpe deg med å løse den andre oppgaven.

**c** Hvis du står fast på den andre oppgaven, se på trediagrammene nedenfor. Forklar tanken bak og gjør diagrammene ferdig.




**d** Lag og løs en oppgave der man må finne ut på hvor mange måter 3-4 objekter kan plasseres (det kan være personer, dyr, siffer, figurer, …).

## 231

**a** Finn alle faktorene i tallene.

**i)** 32 **ii)** 48 **iii)** 75 **iv)** 90

Strek under faktorene som er primtall.

**b** Finn to andre sammensatt tall der:

**i)** kun én av faktorene er primtall

**ii)** kun to av faktorene er primtall

**iii)** kun tre av faktorene er primtall

**c** Et sammensatt tall $n$ passer inn i den sammensatte ulikheten $300 < n < 500$.

Hva kan $n$ være hvis vi i tillegg vet at:

**i)** kun én av faktorene er primtall?

**ii)** kun to av faktorene er primtall?

**iii)** kun tre av faktorene er primtall?

**d** Finnes det noe sammensatt tall som ikke har minst ett primtall som faktor? Begrunn. Hvis du mener svaret er ja, kom med et eksempel.

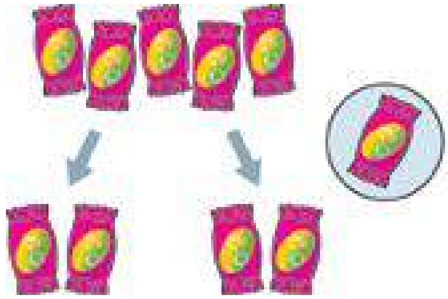
## 232

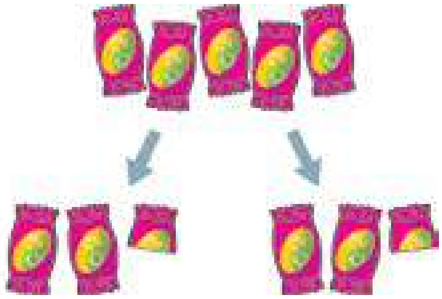
**a** Sammenlikn oppgavene.

**I** To barn skal dele 5 sjokolader likt mellom seg. Hvor mange sjokolader får hvert barn hvis det ikke er lov å dele en sjokolade?

**II** To barn skal dele 5 sjokolader likt mellom seg. Hvor mange sjokolader får hvert barn hvis det er lov å dele en sjokolade?

Hvilken modell passer til hvilken oppgave?





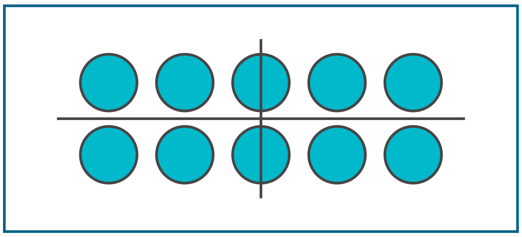
Hvilken løsning passer til hvilken oppgave?

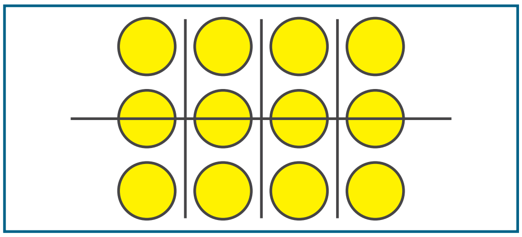
$5 : 2 = 2\frac{1}{2}$ $\qquad$ $5 : 2 = 2$ rest 1

**b** Hvis en divisjon ikke går opp, kan svaret skrives med rest eller ved å bruke brøk.

Utfør divisjonen ved å skrive svaret først med rest og deretter med brøk. Bruk tegningene nedenfor (eller lag liknende tegninger) hvis du står fast.

i $9 : 2$ $\qquad$ ii $10 : 4$ $\qquad$ iii $15 : 2$ $\qquad$ iv $14 : 4$ $\qquad$ v $12 : 8$





## 233

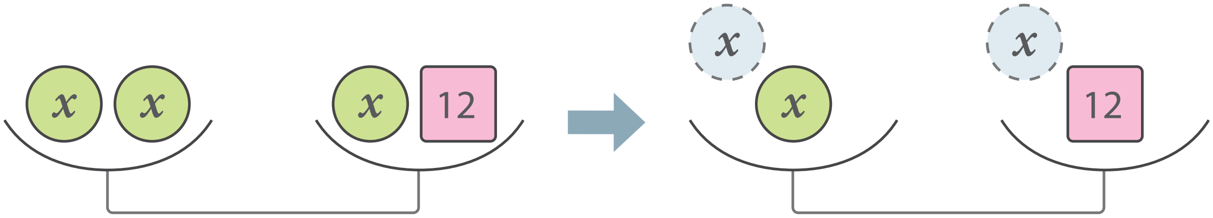
**a** Sammenlikn likningene.

$\boxed{2x = 12}$ $\boxed{2x = 12 + x}$

Finn roten til den første likningen.
Prøv å gjette hva roten til den andre likningen kan være.

Hvordan kan du løse den andre likningen?

Hvis du står fast, studer tegningen og utregningen nedenfor.




$$2x = 12 + x$$
$$2x - x = 12 + x - x$$
$$x = \ldots$$

Gjør ferdig løsningen.

**b** Løs likningene.

**i)** $3x = 12 + x$ **ii)** $3x = 12 + 2x$ **iii)** $5x = 12 + 2x$

Hvis du står fast, lag tegninger som passer til likningene.

**c** Løs likningene.

**i)** $2x = x + 13$ **iv)** $3a = 15 + 2a$ **vii)** $m + 18 = 3m$

**ii)** $4y = 24 + y$ **v)** $3b = 132 + b$ **viii)** $5n = 104 + n$

**iii)** $7z = 78 + z$ **vi)** $108 + 5c = 17c$ **ix)** $16p = 119 + 9p$

**d** Hvilke av svarene i c) er faktorer i disse tallene?

144 195 442

## 234

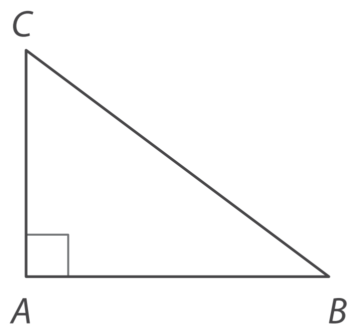
**a** Hva heter katetene i denne rettvinklede trekanten?

Finn lengdene til katetene.

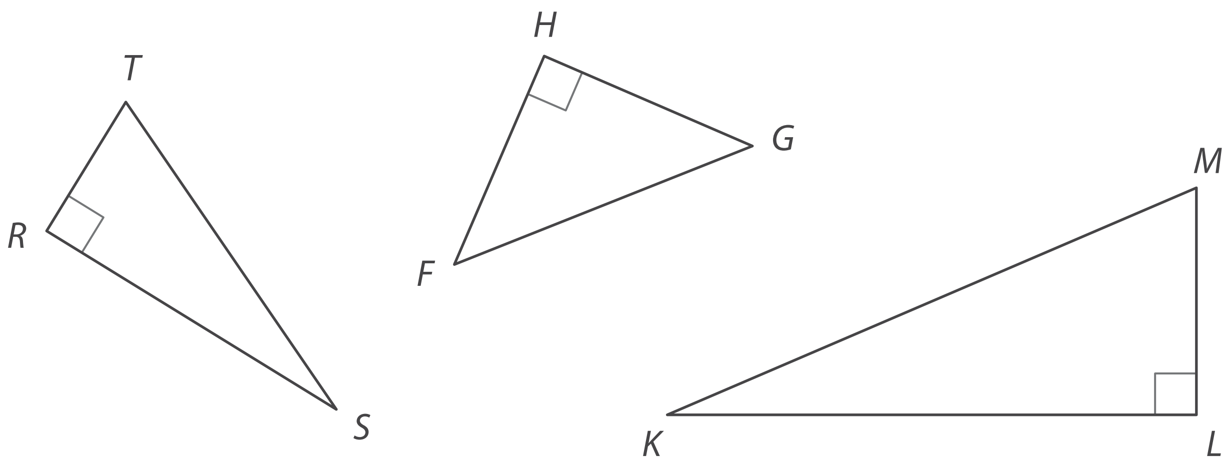
Den lengste siden i en rettvinklet trekant kalles **hypotenusen**.
Hva heter hypotenusen i denne trekanten?

Legg merke til at hypotenusen er den **motstående siden** til den rette vinkelen.

Finn lengden til hypotenusen *BC*.

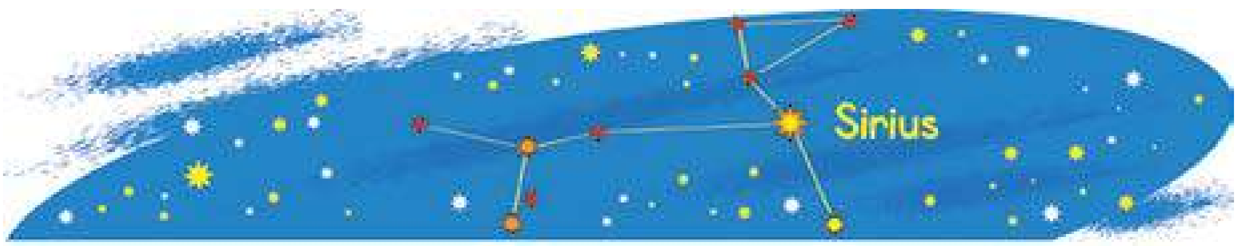



**b** Hva heter hypotenusene i disse rettvinklede trekantene?



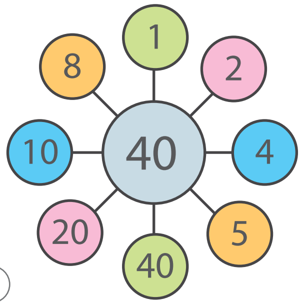

**c** Tegn en rettvinklet trekant med kateter 6 cm og 8 cm. Mål lengden til hypotenusen.

**d** Tegn en rettvinklet trekant med kateter 4 cm. Mål lengden til hypotenusen i mm.

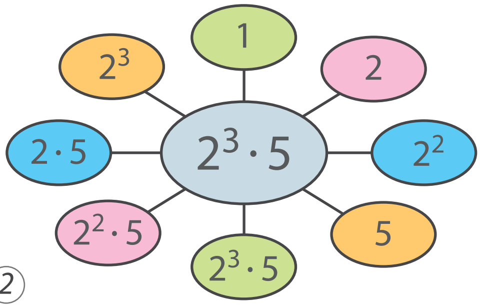


## 235

**a** Sammenlikn skjemaene.




1




2

Sammenlikn primtallsfaktoriseringen til 40 med primtallsfaktoriseringen til faktorene i 40. Hva legger du merke til?

Er du enig i dette?

> *Hvis $a$ er en faktor i $n$, så vil hver primfaktor i $a$ også være en primfaktor i $n$. Eksponenten til primfaktoren i $n$ vil enten være lik eller høyere enn i $a$.*

Forklar regelen ved å bruke eksemplet i skjema 2.

**b** La $m = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$.
Skriv ned primtallsfaktoriseringen til noen av faktorene i $m$, og finn verdien til faktorene.

Sjekk at 84 er delelig med tallene du fant.

**c** Skriv primtallsfaktoriseringen til noen av faktorene i disse tallene.

**i)** $e = 2 \cdot 3^3 \cdot 11$ **ii)** $f = 3^4 \cdot 5^2$ **iii)** $g = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 13$ **iv)** $h = 3^6 \cdot 7$

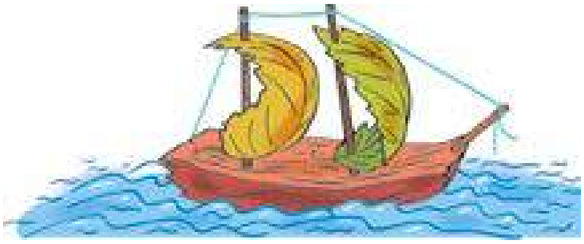
**d** Primtallsfaktoriser 576.
Hvilke av disse tallene er 576 delelig med?

$a = 2^2 \cdot 3^2$ $b = 2 \cdot 3 \cdot 7$ $c = 2 \cdot 3^3$ $d = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

Sjekk svaret ditt ved å dele.

## 236

**a** Løs oppgaven.



Punktene A og B ligger langs en elv.
Avstanden mellom dem er 2 km.
Ella setter ut en barkebåt ved punkt A.
En time senere ser Noah båten passere punkt B.
Hvor fort renner vannet i elven?

Hvor langt vil elven frakte barkebåten i løpet av 2 timer? I løpet av 5 timer?

**b** Løs oppgaven.

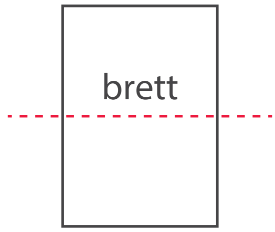
En motorbåt kan kjøre i 14 km/t hvis det ikke er strøm i vannet. Hvor langt vil båten komme på en time hvis den kjører med strømmen i elven fra punkt a)? Hva om den kjører mot strømmen?

I hvilket tilfelle «hjelper» elven båten med å komme fram? I hvilket tilfelle jobber elven mot båten?

**c** Lag en egen oppgave der det spørres om hvor langt en båt går med eller mot strømmen i en elv. Del oppgaven med noen medelever.

## 237

**a** Ta et A4-ark. Hva slags form har det?



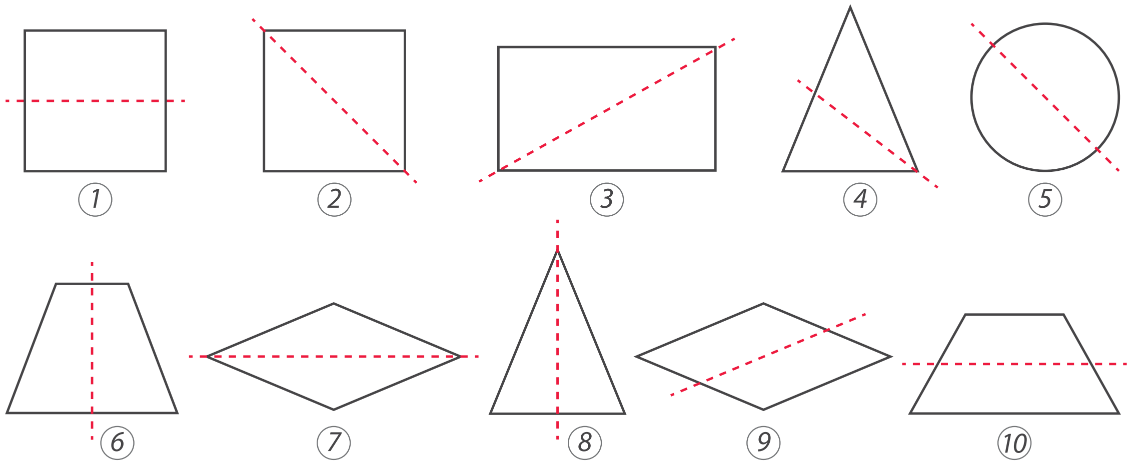

Brett rektangelet ved å legge kortsidene mot hverandre.

Åpne opp og se på bretten.
Denne bretten er en **symmetrilinje** til rektangelet.

> *En **symmetrilinje** til en figur er en linje som er slik at hvis du bretter langs linja, så vil delene på hver side av linjen bli liggende nøyaktig oppå hverandre.*

Har rektangelet en annen symmetrilinje? Hvis ja, finn den ved bretting.

**b** For hvilke figurer er den røde linjen en symmetrilinje?




## 238

**a** Finn verdiene til uttrykkene ved å doble og halvere.

**i)** $32 \cdot 75$ **ii)** $41 \cdot 64$

Hvis du står fast, bla tilbake til oppgave 227.

**b** Prøv å regne ut $27 \cdot 12$ på samme måte.
Fikk du problemer? Har du noe forslag til hva man kan gjøre for å fikse problemet?

**c** **John** gjorde slik:

| | |
|---|---|
| 27 | 12 |
| 54 | 6 |
| 108 | 3 |
| 324 | 1 |

$27 \cdot 12 = 324$

Hvordan løste han problemet?

**d** Regn ut ved å dividere og multiplisere med samme tall.

**i)** $43 \cdot 24$ **ii)** $36 \cdot 135$ **iii)** $56 \cdot 48$ **iv)** $48 \cdot 33$

## 239

**a** Sjekk om disse tallene er multiplum av 24.

**i)** 288 **ii)** 504 **iii)** 600

**b** Se hvordan primtallsfaktoriseringen til 288, 504, 600 og 24 ser ut:

$288 = 2^5 \cdot 3^2$ $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$ $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$

$24 = 2^3 \cdot 3$ $24 = 2^3 \cdot 3$ $24 = 2^3 \cdot 3$

Tenk over hvordan dette kan brukes til å konkludere med at 288, 504 og 600 er multiplum av 24.

**c** Skriv ned primtallsfaktoriseringen til to tall som er multiplum av disse tallene.

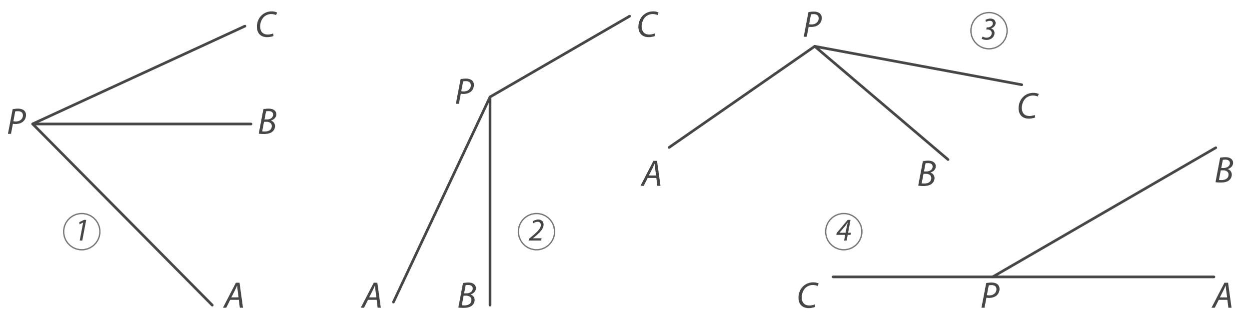
**i)** $a = 2^4 \cdot 5$ **ii)** $b = 2^6$ **iii)** $c = 3^2 \cdot 7$ **iv)** $d = 2 \cdot 3 \cdot 11$

**d** Finn to tall slik at tallet $c = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ er:

**i)** en faktor i hvert tall **ii)** et multiplum av hvert tall

## 240

**a** Skriv ned en likhet som viser sammenhengen mellom vinkel *APC* og vinklene *APB* og *BPC* i hver figur.




I hvilket tilfellet kan du finne $\angle APB + \angle BPC$ uten å måtte måle vinklene?

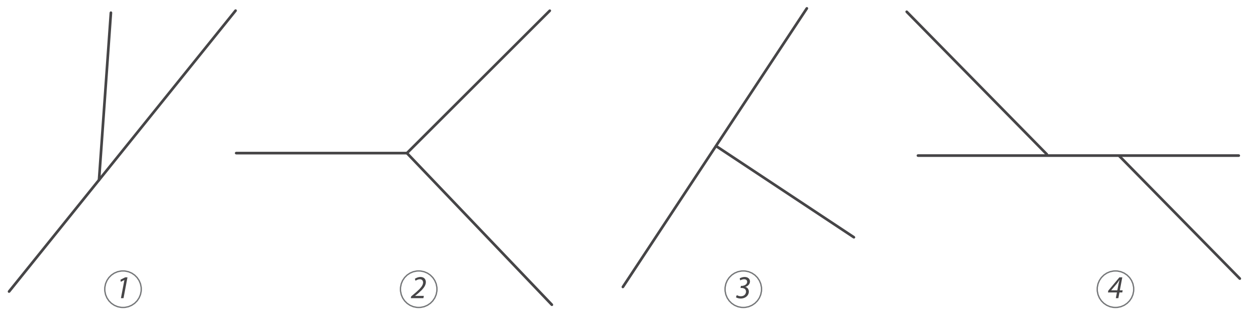
**b** Vinklene *APB* og *BPC* i figur 4 kalles **nabovinkler**.

Hva tror du er en viktig egenskap for nabovinkler?

*To vinkler som sammen danner en like vinkel kalles **nabovinkler**.*

Hvor mange grader er summen av to nabovinkler?
Er alle vinkler med en sum på 180° nabovinkler?

**c** I hvilke av disse figurene ser du nabovinkler?

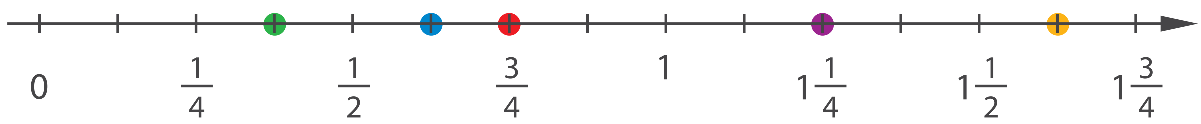



## 241

**a** Regn ut.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **i)** | $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ | **iii)** | $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$ | **v)** | $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ | **vii)** | $1\frac{3}{4}-\frac{1}{2}$ | **ix)** | $\frac{5}{8}-\frac{1}{4}$ |
| **ii)** | $1\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ | **iv)** | $\frac{1}{2}+1\frac{1}{8}$ | **vi)** | $\frac{1}{2}-\frac{1}{8}$ | **viii)** | $1\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$ | **x)** | $\frac{7}{8}-\frac{1}{2}$ |

**b** På tallinjen er verdiene til noen av uttrykkene i a) merket av. Strek under disse uttrykkene med samme farge som på tilhørende punkt.



## 242

**a** Sammenlikn oppgavene og løs dem.

**I**

En båt kjører med strømmen i en elv. I stille vann ville den hatt en fart på 18 km/t. Vannet i elva har en fart på 2 km/t. Hvor langt kjører båten på 3 timer?

**II**

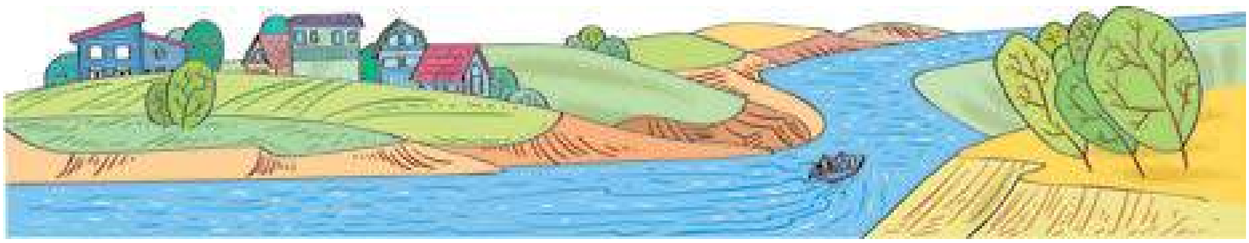
En båt kjører mot strømmen i en elv. I stille vann ville den hatt en fart på 18 km/t. Vannet i elva har en fart på 2 km/t. Hvor langt kjører båten på 3 timer?

**b** Hvis du står fast, tenk over at i den ene oppgaven «hjelper» vannet i elven båten med komme seg fram, mens i den andre «bremser» vannet båten.
Hva har dette å si for løsningen?

**c** Hvor langt vil båten komme på halvannen time hvis den kjører med strømmen?
Hva om den kjører mot strømmen?

**d** Løs oppgaven.

En båt kjører i 13 km/t langs en elv der vannet har en fart på 1 km/t. Båten tilbakelegger 48 km i løpet av 4 timer. Finn ut om den kjørte med eller mot strømmen.



## 243

**a** Løs likningen.

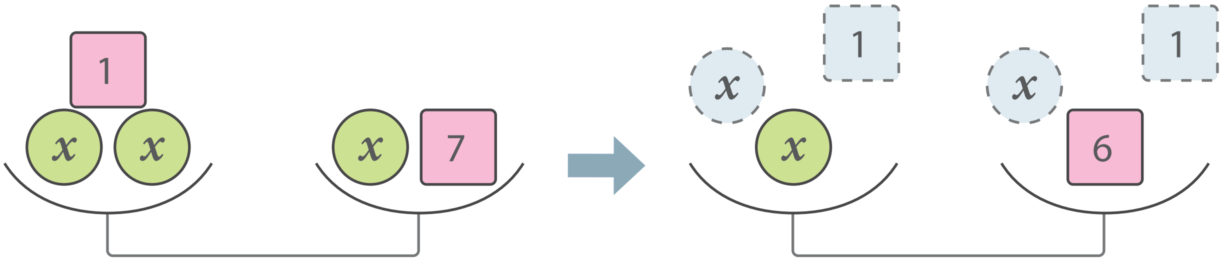
$$\boxed{2x = x + 6}$$

Hva er forskjellen mellom likningen over og den under?

$$\boxed{2x + 1 = x + 7}$$

Har de samme rot? Hvordan vil du løse den siste likningen?

Hvis du står fast, studer tegningen og utregningen nedenfor.




$$2x + 1 = x + 7$$
$$2x + 1 - 1 = x + 7 - 1$$
$$2x = x + 6$$

**b** Løs likningene.

| | | |
|---|---|---|
| **i)** $2a + 7 = a + 13$ | **iv)** $3k + 22 = k + 30$ | **vii)** $5p - 9 = p + 27$ |
| **ii)** $2b - 17 = b + 53$ | **v)** $3m - 37 = m + 73$ | **viii)** $6q - 5 = 4q + 35$ |
| **iii)** $2c - 21 = c - 3$ | **vi)** $4n - 15 = n + 3$ | **ix)** $4 + 7r = 52 + 3r$ |

**c** Finn røttene som er faktor i:

36 220 132 120

## 244

**a** Skriv ned to primfaktorer og to multipler for hvert tall.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **i)** | 60 | **iii)** | 84 | **v)** | 132 | **vii)** | 216 |
| **ii)** | 72 | **iv)** | 112 | **vi)** | 144 | **viii)** | 375 |

**b** Finn tall som blant annet har disse faktorene.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **i)** | 12 og 16 | **iii)** | 21 og 28 | **v)** | 33 og 44 | **vii)** | 25 og 8 |
| **ii)** | 20 og 25 | **iv)** | 32 og 40 | **vi)** | 26 og 39 | **viii)** | 24 og 60 |

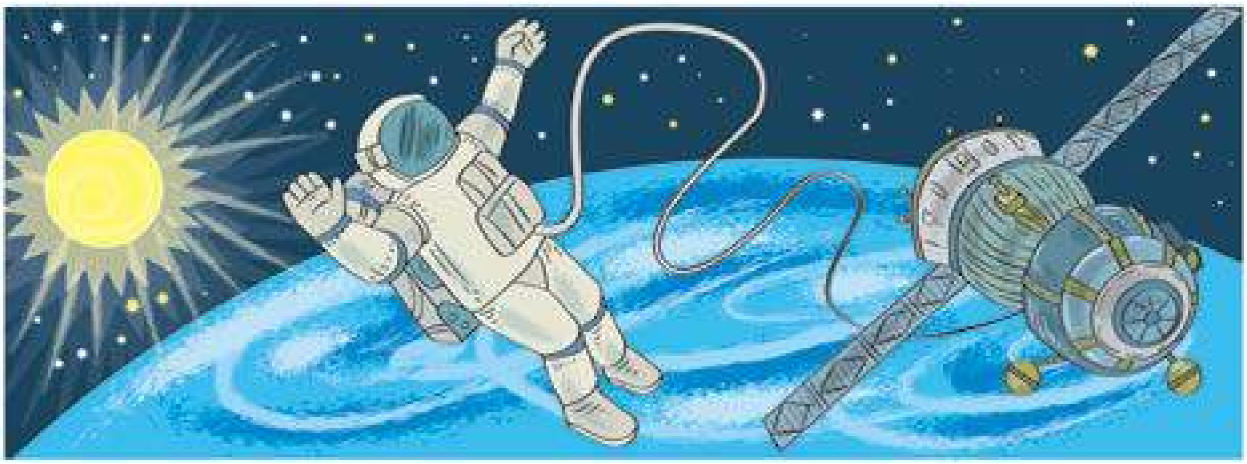
## 245

**a** Hva betyr uttrykket «det gikk over ett døgn»?

Hvor mange ganger roterer jorden rundt sin egen akse i løpet av en uke? I løpet av tre uker? Fra mandag kl. 12 til lørdag kl. 12 samme uke? Fra kl. 9 til kl. 21 samme dag?

**b** Mens noen astronautene var på en romstasjon, roterte jorden 20 ganger rundt sin egen akse. Hvor mange uker og døgn var astronautene på romstasjonen?

**c** Hvor stor del av omløpet rundt sin egen akse tilbakelegger jorden på 12 timer? På 6 timer? På 8 timer?



# Hjernetrim

**1** Finn alle faktorene i 60. Hvor mange fant du?

Finnes det andre tosifrede tall som har 12 faktorer?

**2** **a)** Hvor mange faktorer har disse potensene?

i $2^3$   ii $2^5$   iii $2^7$

Ser du et mønster?

**b)** Bruk mønsteret og bestem hvor mange faktorer disse potensene har.

i $2^{15}$   ii $2^{27}$   iii $2^{39}$

**c)** Hvor mange faktorer har disse potensene?

i $3^{15}$   ii $7^{27}$   iii $13^{39}$

**d)** Rams opp alle faktorene til $4^3$ og $6^2$.

Passet resultatet med det du så over? Hva er forskjellen på disse potensene og de ovenfor? (Tips: Se på grunntallene.)

**3** På hvor mange måter kan 4 personer plassere seg i en 4-seters sofa?

# Test deg selv

1. Finn alle faktorene i tallene.

a 28 b 65 c 72 d 180

2. Primtallsfaktoriser tallene.

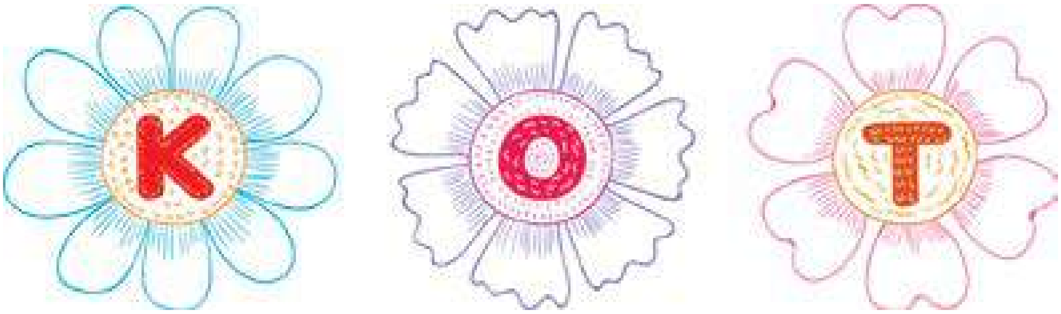
a 112 b 405 c 2 000

3. Primtallsfaktoriser to tall som er multiplum av disse tallene.

a 48 b 56 c 105

4. Farten til vannet i en elv er 1 km/t, og farten til en båt er 9 km/t (i stille vann). Hvor langt kommer båten på 2 timer hvis den kjører med strømmen? Hva om den kjører mot strømmen?

5 Hvor mange «ord» kan man lage av bokstavene K, O og T hvis hver bokstav skal brukes nøyaktig én gang?



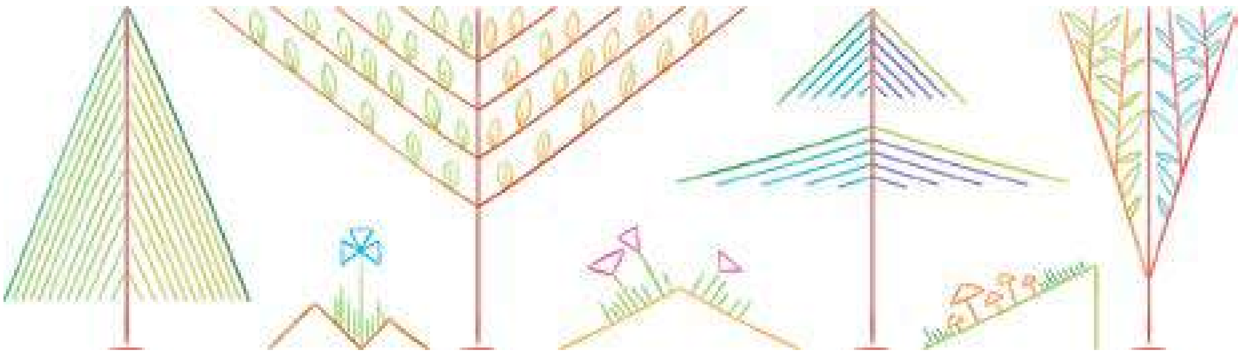

6 Løs likningene.

a) $40 - (17 - x) = 29$

b) $4y = 27 + y$

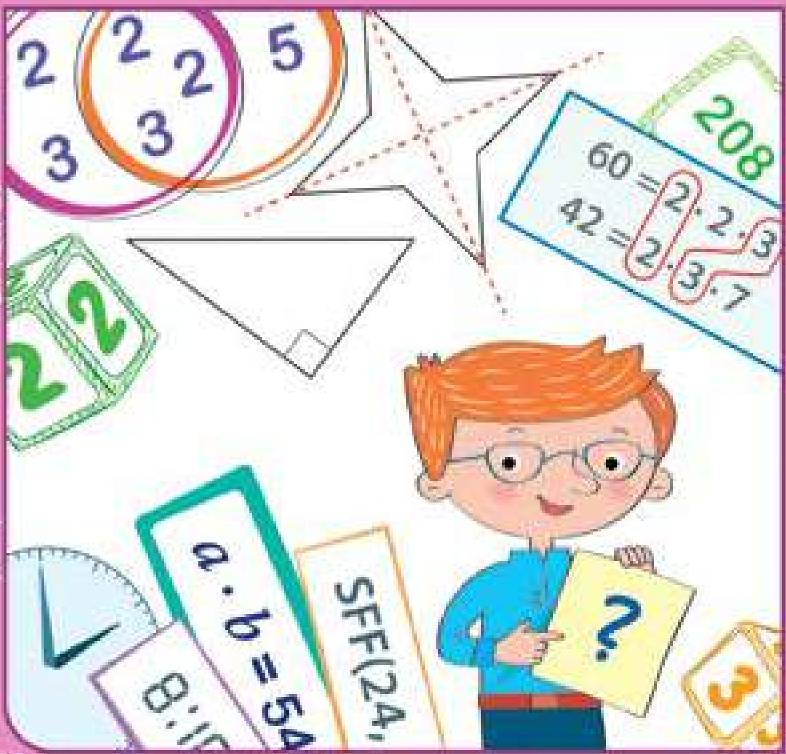
c) $5z + 3 = 39 + 3z$

7 Tegn vinkler som er 40° og 100°. Tegn halveringslinjene til vinklene.



# 11

# Største felles faktor. Minste felles multiplum



## 246

**a** Skriv ned alle faktorene i 18 og 24.
Hvilke tall er faktor i *både* 18 og 24? Skriv dem ned.
Strek under den største av disse faktorene.

Du har nå funnet **største felles faktor** for tallene 18 og 24.
Største felles faktor forkortes SFF, og vi skriver kort: SFF(18, 42) = 6.

> ***Største felles faktor*** *for to tall $m$ og $n$ er det største tallet som både $m$ og $n$ er delelig med.*

**b** Finn:

| | | |
|---|---|---|
| i SFF(9, 15) | iv SFF(56, 84) | vii SFF(80, 60) |
| ii SFF(20, 15) | v SFF(36, 72) | viii SFF(63, 42) |
| iii SFF(24, 32) | vi SFF(8, 25) | ix SFF(27, 60) |

**c** På samme måte kan vi finne største felles faktor for tre, fire eller flere tall.
For eksempel, SFF(6, 9, 12) = 3.

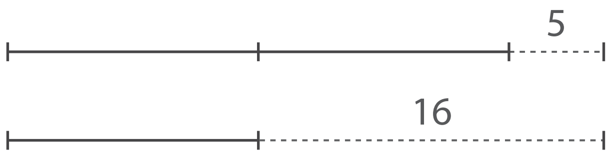
Finn:

| | |
|---|---|
| i SFF(12, 15, 21) | iv SFF(32, 48, 64, 80) |
| ii SFF(30, 15, 45) | v SFF(13, 26, 39, 65) |
| iii SFF(16, 18, 24) | vi SFF(12, 28, 60, 64, 100) |

## 247

**a** Les oppgaven og studer modellen nedenfor.

I en tønne var det dobbelt så mye vann som i en annen.
Etter at noen fylte 5 L vann i den første tønnen og 16 L i den andre, var det like mye vann i de to tønnene.
Hvor mange liter vann var det i hver tønne til å begynne med?




Hvor mange flere liter vann var det opprinnelig i den første tønnen enn i den andre?
Hvilken regneoperasjon må du bruke for å finne svaret?

Løs oppgaven trinn for trinn.

**b** Hvilken sammenheng er det mellom tekstoppgaven over og likningen $2x + 5 = x + 16$?

Løs likningen og sammenlikn de to måtene å løse oppgaven på.

**c** Sammenlikn denne oppgaven med oppgaven i a):

På den nederste hyllen var det tre ganger så mange bøker som på den øverste. Etter at 73 bøker fra den nederste hyllen og 17 bøker fra den øverste ble tatt bort, var det like mange bøker på de to hyllene. Hvor mange bøker var på hver hylle til å begynne med?

Løs oppgaven på den måten du liker best.

## 248

**a** Finn:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **i)** | SFF(9, 25) | **iv)** | SFF(32, 40) | **vii)** | SFF(55, 88) |
| **ii)** | SFF(36, 18) | **v)** | SFF(48, 36) | **viii)** | SFF(105, 35) |
| **iii)** | SFF(18, 30) | **vi)** | SFF(24, 35) | **ix)** | SFF(32, 45) |

**b** Kan største felles faktor for to tall være lik et av tallene?
Finnes det slike eksempler i a)?

Gi et par eksempler der SFF($m$, $n$) = $m$. Hva kan du si om tallene $m$ og $n$ i disse tilfellene?

**c** Har du sett eksempler der største felles faktor var 1?
Gi et par eksempler der SFF($m$, $n$) = 1.

**d** La $k$ være et naturlig tall ulik 1. Hva er SFF(1, $k$)?

**e** Tenk over hvorfor du har blitt bedt om å finne største felles faktor og ikke minste felles faktor i oppgavene du har jobbet med.

## 249

**a** Finn verdien til dette uttrykket for $m = 1$ og for $m = 2$:

$$784 : 2^m - 62$$

Finn flere verdier for $m$ slik at verdien til uttrykket er et naturlig tall.
Sjekk svaret ved å finne verdien til uttrykket.

**b** Hva kan $n$ være for at verdien til dette uttrykket skal være et naturlig tall?

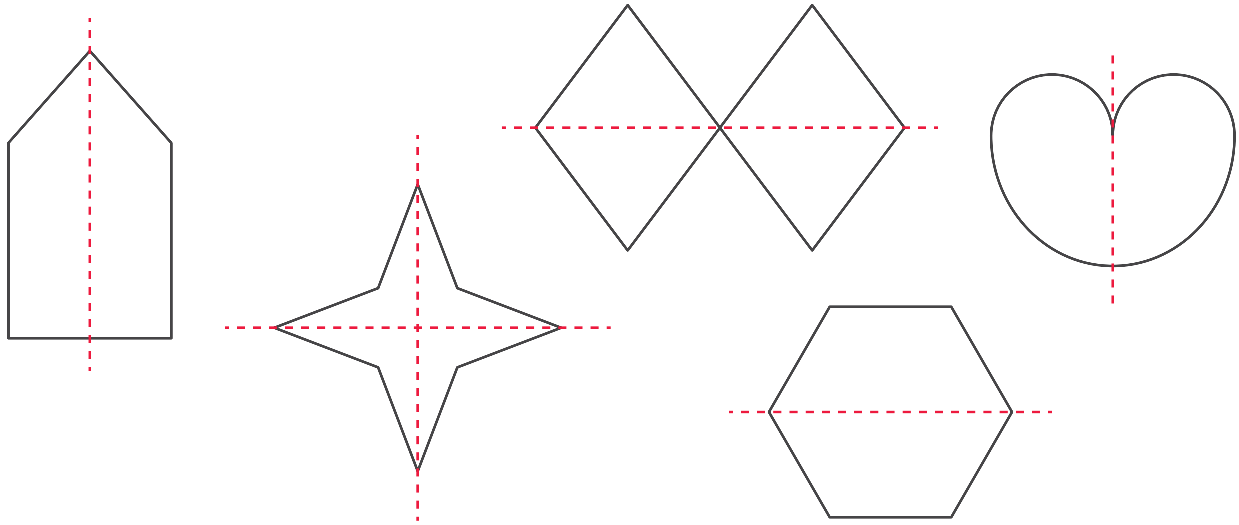
$$32 - 1\,080 : 6^n$$

Finn alle mulige løsninger.
Sjekk svaret ved å finne verdien til uttrykket.


**c** Skriv ned verdiene til uttrykkene du fant, og finn to tall blant dem som har største felles faktor 6.

## 250

**a** Er de røde linjene symmetrilinjer for figurene? Begrunn.

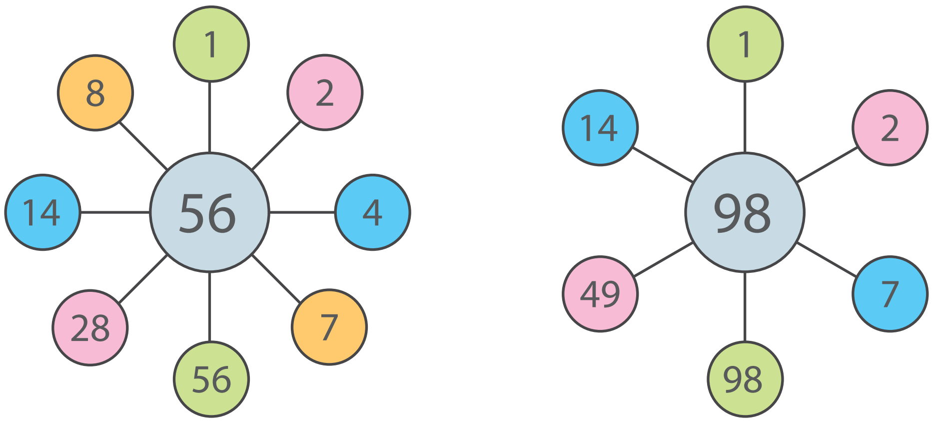


Har noen av figurene andre symmetrilinjer? Begrunn.

**b** Lag noen egne figurer, og tegn inn alle symmetrilinjene.

## 251

**a** Det finnes flere algoritmer for å finne største felles faktor. La oss se på én av dem.
Vi ønsker å finne SFF(56, 98). Prøv å lage en algoritme ved hjelp av skjemaene nedenfor.



Sammenlikn med denne:

***Algoritme 1 for å finne største felles faktor***

*1. Finn alle faktorene til de gitte tallene.*
*2. Finn alle felles faktorer for tallene.*
*3. Velg den største faktoren blant de som er felles.*

*Dette tallet er største felles faktor for de gitte tallene.*

**b** Finn:

| | | |
|---|---|---|
| i SFF(28, 35) | iv SFF(64, 96) | vii SFF(27, 45, 63) |
| ii SFF(36, 48) | v SFF(144, 112) | viii SFF(26, 39, 65, 78) |
| iii SFF(81, 54) | vi SFF(30, 42, 72) | ix SFF(40, 52, 92, 36) |

## 252

**a** Løs oppgaven.

Farten til vannet i en elv er 3 km/t, og farten til en båt er 15 km/t (i stille vann). Det tar båten 2 timer å kjøre med strømmen fra A til B. Hvor lang tid vil det ta for en trestokk å flyte fra A til B?


**b** Hvis du står fast, finn først avstanden mellom A og B. Husk å ta hensyn til at båten kjørte med strømmen.

**c** Hvor lang tid vil det ta for båten å kjøre fra B til A, forutsatt at farten er den samme?

**d** Lag en egen oppgave der man må finne ut hvor lang tid en båt bruker (med eller mot strømmen). La en medelev løse oppgaven.

## 253

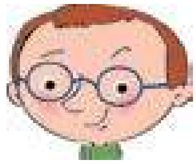
**a** Bruk algoritmen fra oppgave 251 og finn:

**i)** SFF(98, 112) **ii)** SFF(90, 108) **iii)** SFF(128, 104)

**b** La oss bli kjent med en annen algoritme for å finne største felles faktor.

**Richard** fant ut at SFF(60, 42) = 6 ved å skrive det som står i rammen. Forklar hvordan han tenkte.

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$



**c** **Synne** skrev følgende:

$$\ldots = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$
$$\ldots = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$\ldots = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$$
$$\ldots = 2 \cdot 5 \cdot 13$$

$$\ldots = 2 \cdot 7 \cdot 11$$
$$\ldots = 3 \cdot 5 \cdot 13$$

Finn ut hvilke tall hun vil finne største felles faktor for.
Hva blir største felles faktor i hvert tilfelle?

Prøv å lage en ny algoritme for finne største felles faktor.

Sammenlikn med denne:

***Algoritme 2 for å finne største felles faktor***

1. *Primtallsfaktoriser de gitte tallene.*
2. *Finn alle primfaktorer som er felles.*
3. *Multipliser felles primfaktorer.*

*Verdien til produktet er største felles faktor for tallene.*

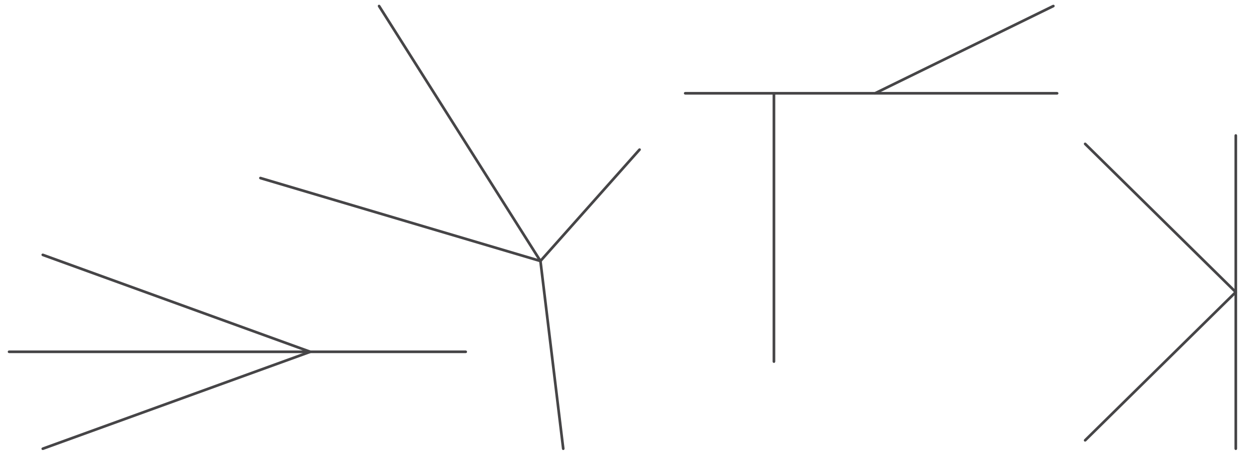
**d** Finn største felles faktor ved å bruke primtallsfaktorisering.

**i)** SFF(60, 84) **iii)** SFF(120, 64) **v)** SFF(108, 180)

**ii)** SFF(84, 98) **iv)** SFF(140, 112) **vi)** SFF(132, 165)

## 254

**a** Hvor mange par av nabovinkler er det på hver tegning? Begrunn.



**b** Merk av et punkt og trekk tre stråler fra punktet slik at du ikke får noen nabovinkler. Er det mulig å trekke en fjerde stråle fra punktet slik at du fortsatt ikke får noen nabovinkler?

Er det mulig å trekke en femte stråle uten å få nabovinkler?
En sjette?
Hvordan må strålene trekkes for å få det til?

**c** Sett av et punkt og trekk flere stråler slik at det ikke dannes nabovinkler.

Hvor mange stråler trakk du? Hvordan trakk du dem?

**d** Hvor store er to nabovinkler hvis den ene er:

**i)** dobbelt så stor som den andre?

**ii)** 20° større enn den andre?

**iii)** 170° mindre enn den andre?

## 255

**a** For å finne verdien til et produkt brukte **Kristian** tabellen nedenfor. Hvilket produkt var det snakk om?

| | |
|---|---|
| 23 | 72 |
| 46 | 36 |
| 92 | 18 |
| 184 | 9 |
| 552 | 3 |
| 1 656 | 1 |

Forklar hvordan Kristian tenkte.

**b** Bruk metoden med å multiplisere og dividere med samme tall.

**i)** $33 \cdot 144$ **ii)** $216 \cdot 45$ **iii)** $384 \cdot 84$ **iv)** $168 \cdot 315$

## 256

**a** Finn tallet som har denne primtallsfaktoriseringen.

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

**b** Hva er likt og ulikt mellom $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ og disse uttrykkene?

$(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 3)$ $(2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3)$

Bruk dette og forklar hvorfor disse likhetene er sanne:

$$288 = 16 \cdot 18$$
$$288 = 12 \cdot 24$$
$$288 : 16 = 18$$
$$288 : 24 = 12$$

**c** Primtallsfaktoriser disse tallene: 224 432 792

Bruk resultatet og finn verdien til disse uttrykkene.

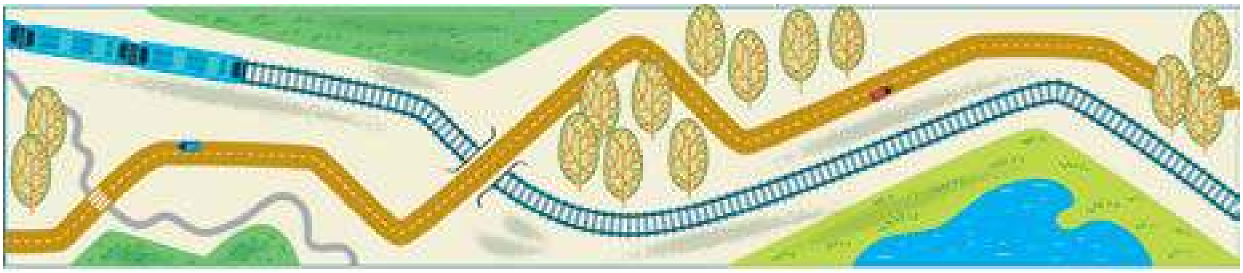
| | | |
|---|---|---|
| i 224 : 14 | iii 432 : 27 | v 792 : 11 |
| ii 224 : 8 | iv 432 : 36 | vi 792 : 24 |

## 257

**a** Løs oppgavene aritmetisk.

**I** To tog startet fra hver sin by kl. 14.00 og kjørte mot hverandre. Det ene toget kjørte i 80 km/t, og det andre kjørte 20 km/t fortere. Avstanden mellom de to byene var 1 080 km. Hva var klokka da togene møttes?

**II** To biler startet samtidig fra samme sted og kjørte i motsatte retninger. Den ene bilen kjørte i 84 km/t, og den andre kjørte 16 km/t saktere. Hva var avstanden mellom bilene etter 2 timer?



**b** I hvilken oppgave måtte du finne en møtehastighet?

Hvilken av oppgavene kan løses ved å finne ut hvor fort objektene beveger seg fra hverandre? Valgte du å løse oppgaven på den måten? Hvis ikke, gjør det nå.

**c** Lag en oppgave der det er lurt å finne ut hvor fort to kjøretøy beveger seg vekk fra hverandre. La en medelev løse oppgaven.

## 258

**a** Finn et mønster og fortsett tallfølgene.

8, 16, 24, … 10, 20, 30, …

Finn felles tall i følgene, og strek under det minste av disse.
Er du enig i at vi har funnet det minste tallet som er delelig med både 8 og 10?

Dette tallet kalles minste felles multiplum for tallene 8 og 10.
Minste felles multiplum forkortes MFM, og vi skriver kort MFM(8, 10) = 40.

> ***Minste felles multiplum*** *for tallene $m$ og $n$ er det minste naturlige tallet som er delelig med både $m$ og $n$.*

Vi kan også si at MFM($m$, $n$) er det minste tallet som både $m$ og $n$ er faktor i.

**b** Finn:

**i)** MFM(6, 4) **ii)** MFM(9, 15) **iii)** MFM(36, 18) **iv)** MFM(8, 15)

**c** Tenk over hvordan man kan finne minste felles multiplum for tre eller flere tall.

Finn:

**i)** MFM(6, 8, 10) **ii)** MFM(12, 15, 10) **iii)** MFM(10, 15, 20, 40)

**d** Kan minste felles multiplum for to tall være lik et av tallene? Finn et slikt eksempel i punkt b).
Gi to egne eksempler der MFM($m$, $n$) = $m$.

**e** Kan minste felles multiplum for to tall være lik produktet av de to tallene? Finn et slikt eksempel i punkt b). Gi to egne eksempler der MFM($m$, $n$) = $m \cdot n$.

**f** La $k$ være et naturlig tall ulik 1. Hva er MFM(1, $k$)?

Har MFM(0, $k$) har noen mening? Begrunn.

**g** Tenk over hvorfor du har blitt bedt om å finne minste felles multiplum og ikke største felles multiplum i oppgavene du har jobbet med.

Kan man finne største felles multiplum for to tall? Fortell enten hvordan det kan gjøres eller hvorfor det ikke kan gjøres.

## 259

**a** Løs likningen.

$$3x = 24$$

Tenk over om likningene nedenfor har samme rot som den over.

$$4x = 24 + x \qquad 2x = 24 - x$$

Sjekk om du hadde rett.

**b** **Simon** løste likningen $2x = 24 - x$ slik:

$$2x = 24 - x$$
$$2x + x = 24 - x + x$$
$$3x = 24$$
$$x = 8$$

Forklar hva han har gjort.

**c** Løs likningene.

**i)** $x = 24 - x$ **iii)** $2x = 15 - x$ **v)** $2x = 68 - 2x$

**ii)** $5x = 48 - x$ **iv)** $7x = 24 + 3x$ **vi)** $5x = 132 - 7x$

**d** Finn røttene som er faktor i: 272 429 680

**e** Finn røttene som er lik: SFF(153, 85) SFF(324, 600)

## 260

**a** Da **Kaja** skulle finne minste felles multiplum for 12 og 15 gjorde hun slik:

12, 24, 36, 48, <u>60</u>, 72, 84, . . .
15, 30, 45, <u>60</u>, 75, 90, . . .
MFM(12, 15) = 60

Hvordan tenkte hun?

Er du enig i at dette er en mulig framgangsmåte?

***Algoritme 1 for å finne minste felles multiplum***

1. *Rams opp multipler av de gitte tallene, i stigende rekkefølge.*
2. *Finn det minste tallet som inngår i hver «oppramsing».*

*Tallet du kom fram til er minste felles multiplum for de gitte tallene.*

**b** Bruk algoritmen og finn:

| | | |
|---|---|---|
| **i)** MFM(18, 27) | **iv)** MFM(27, 72) | **vii)** MFM(8, 6, 10) |
| **ii)** MFM(48, 30) | **v)** MFM(108, 96) | **viii)** MFM(20, 24, 36) |
| **iii)** MFM(84, 56) | **vi)** MFM(200, 128) | **ix)** MFM(32, 48, 64) |

## 261

**a** Løs oppgaven ved å skrive ned alle tallene.

Hvor mange tresifrede tall kan du lage av sifrene 4, 6 og 8 hvis sifrene ikke skal gjentas?

**b** Sammenlikn denne oppgaven med den over:

Hvor mange firesifrede tall kan du lage av sifrene 2, 4, 6 og 8 hvis sifrene ikke skal gjentas?

Løs oppgaven ved å skrive ned alle tallene.

**c** Hvis du står fast, skriv først ned alle tallene du kan lage hvis det første sifferet er 2.

Gjenta resonnementet ved å velge et annet siffer som det første i tallet.

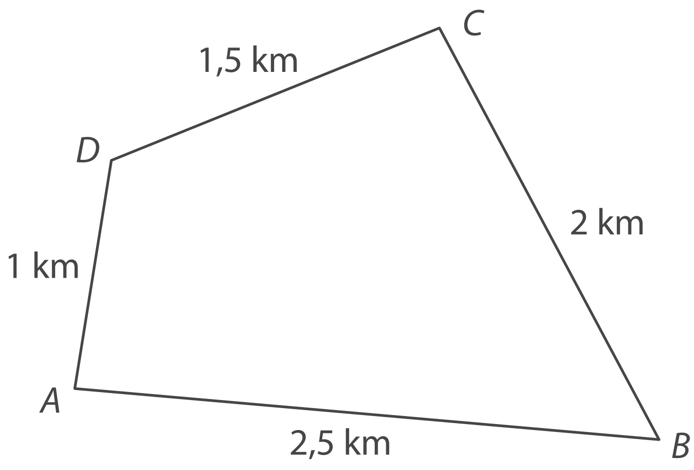
2 __ __ __     4 __ __ __     6 __ __ __     8 __ __ __

**d** Vil svaret endre seg hvis sifrene du kan bruke er 1, 3, 5 og 7?

Hvordan vil svaret endre seg hvis sifrene du kan bruke er 0, 3, 5 og 7?

## 262

**a** Ei skiløype har en firkantet form som er vist på tegningen.




Hvor lang er skiløypa?

**b** Hvor mye lengre eller kortere er

**i)** delen *ABC* av skiløypa enn *ADC*?

**ii)** delen *BAD* enn *BCD*?

**c** En hestehage har en rektangulært form med omkretsen på 500 m. Hva kan lengdene til sidene i rektangelet være? Finn flere løsninger.

## 263

**a** Se hvordan **Vegard** fant MFM(56, 70).

$56 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{7}$

$70 = 2 \cdot \underline{5} \cdot 7$ MFM(56, 70) $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 5 = 280$

Forklar fremgangsmåte hans.

**b** **Tanja** skrev følgende:

| | | |
|---|---|---|
| $\ldots = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3}$ | $\ldots = \underline{2} \cdot \underline{7} \cdot \underline{11}$ | $\ldots = \underline{2} \cdot \underline{5} \cdot \underline{7} \cdot \underline{7}$ |
| $\ldots = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \underline{2} \cdot \underline{5}$ | $\ldots = 2 \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5} \cdot 7 \cdot \underline{7} \cdot 11$ | $\ldots = \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{3} \cdot \underline{11}$ |

Hvilke tall fant er det hun vil finne minste felles multiplum for?
Hva blir minste felles multiplum i hvert tilfelle?

Er du enig i dette?

*Algoritme 2 for å finne minste felles multiplum*

1. *Primtallsfaktoriser de gitte tallene.*
2. *Skriv ned faktoriseringen til det ene tallet.*
3. *Føy til primfaktorene som mangler, men som er med i de andre tallene.*
4. *Finn verdien til produktet.*

*Tallet du fant er minste felles multiplum.*

**c** Bruk algoritmen og finn:

| | | |
|---|---|---|
| **i)** MFM(36, 27) | **iv)** MFM(45, 72) | **vii)** MFM(16, 20, 24) |
| **ii)** MFM(42, 30) | **v)** MFM(108, 132) | **viii)** MFM(28, 42, 21) |
| **iii)** MFM(84, 98) | **vi)** MFM(192, 128) | **ix)** MFM(40, 32, 64) |

## 264

**a** Finn verdiene til $a$, $b$, $c$ og $d$.

$a = \text{SFF}(882,\ 1\,323)$ $\quad b = 2^3 \cdot 3 \cdot 19$ $\quad c = \text{MFM}(48,\ 108)$ $\quad d = 3^3 \cdot 17$

**b** Lag en sammensatt ulikhet der:

**i)** tallene $a$ og $b$ passer inn, mens tallene $c$ og $d$ ikke passer inn.

**ii)** nøyaktig 30 naturlige tall passer inn, og $a$, $b$, $c$ og $d$ er blant disse.

## 265

**a** Finn:

**i)** SFF(108, 132) **iv)** SFF(48, 112) **vii)** SFF(338, 208)

**ii)** SFF(40, 72) **v)** SFF(576, 216) **viii)** SFF(132, 198)

**iii)** SFF(112, 256) **vi)** SFF(144, 45) **ix)** SFF(1 024, 500)

**b** Hvilke av svarene i a) er røtter til disse likningene?

$216 + 2x = 5x$ $\quad 5y = 528 - 3y$ $\quad 395 = 5 \cdot (91 - z)$ $\quad 101 - 512 : v = 69$

## 266

**a** Finn verdiene til uttrykkene.

**i)** $216 \cdot \frac{1}{2}$ **iii)** $508 \cdot \frac{1}{2}$ **v)** $192 \cdot \frac{1}{4}$ **vii)** $192 \cdot \frac{3}{4}$ **ix)** $308 \cdot \frac{1}{2}$

**ii)** $132 \cdot \frac{2}{3}$ **iv)** $225 \cdot \frac{1}{5}$ **vi)** $216 \cdot \frac{3}{4}$ **viii)** $256 \cdot \frac{3}{8}$ **x)** $224 \cdot \frac{5}{8}$

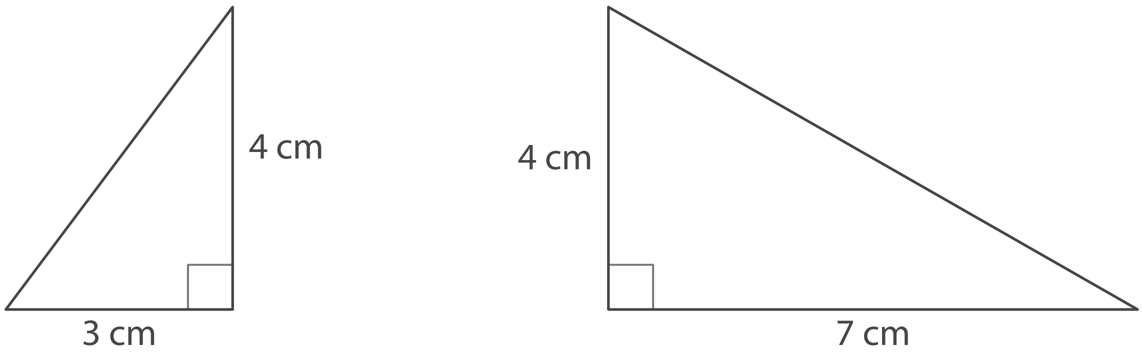
**b** Hvilket av svarene i a):

**i)** er et kvadrattall? **iii)** er lik MFM(12, 27)?

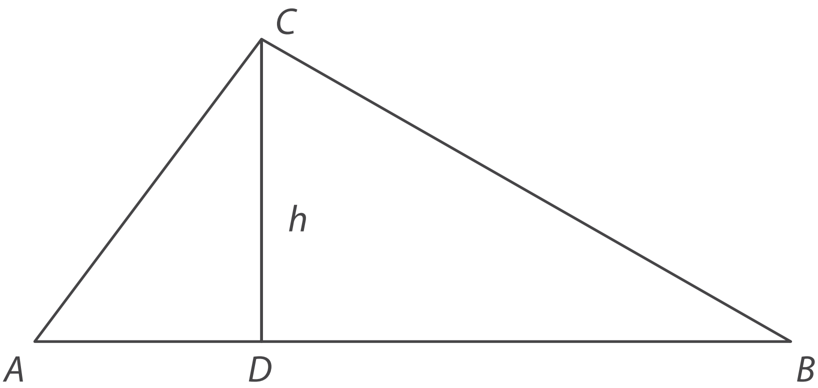
**ii)** er lik SFF(270, 315)? **iv)** kan primtallsfaktoriseres slik: $2^5 \cdot 3$?

## 267

**a** Finn arealene av trekantene.




**b** Hva er sammenhengen mellom figuren under og trekantene i a)?




Finn arealet av trekant *ABC*.

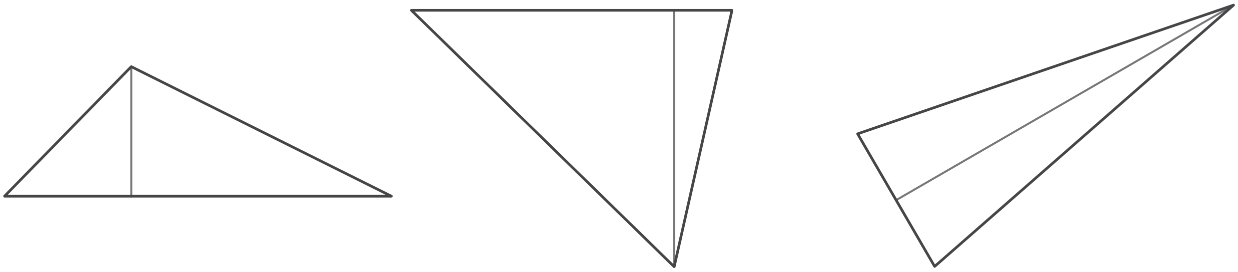
Linjestykket *CD* kalles **høyden** i trekanten *ABC*. Hvorfor tror du det har fått dette navnet? Linjestykket *AB* kalles **grunnlinjen**. Legg merke til at høyden står normalt på grunnlinjen.

Hvordan kan du finne arealet av trekant *ABC* ved hjelp av grunnlinjen *AB* og høyden *CD*?

Er du enig med dette?

> ***Arealet av en trekant*** *kan finnes ved å multiplisere lengden av én av sidene (kalt grunnlinje) med lengden av den tilhørende høyden, og dividere med 2.*
>
> *Areal av en trekant = (grunnlinje · høyde) : 2*

**c** Gjør de nødvendige målingene og finn arealet av hver trekant.



## 268

**a** Finn største felles faktor for:

**i)** 39 og 26 **ii)** 39 og 35 **iii)** 25 og 32 **iv)** 28 og 63 **v)** 45 og 28

La du merke til noe?

**b** Vi sier at tallene 39 og 35 er **relativt primiske**. Det samme er 25 og 32 samt 45 og 28. Hva er egenskapen til relativt primiske tall?

> *To naturlige tall $m$ og $n$ er* ***relativt primiske*** *hvis største felles faktor for tallene er 1, dvs. hvis SFF$(m, n) = 1$.*

Legg merke til at tall som er relativt primiske ikke nødvendigvis er primtall.

**c** Hva tror du minste felles multiplum for relativt primiske tall er?

Finn: **i** MFM(39, 35) **ii** MFM(25, 32) **iii** MFM(45, 28)

Sjekk svaret ditt: Hvis to hele tall $m$ og $n$ er relativt primiske, så er MFM$(m, n) = m \cdot n$.

**d** Hvilke av disse tallparene er relativt primiske?

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 49 og 105 | 95 og 63 | 117 og 99 | 111 og 259 | 343 og 243 |
| 65 og 56 | 112 og 77 | 105 og 143 | 192 og 121 | 1 001 og 845 |

**e** Finn to tall som er relativt primiske:

16 21 28 45 81 91

Finn flere løsninger.

## 269

**a** Løs oppgaven.

Avstanden mellom to elvekaier *M* og *N* er 48 km. En båt brukte 2 timer på å komme seg fra *M* til *N*, mens en trestubbe brukte et døgn. Hva var farten til båten (i stille vann)?

**b** Hvis du står fast, så finn farten til vannet i elven først. Hvilken del av opplysningene kan hjelpe deg? Hvordan kan du nå finne farten til båten?

**c** Båten kjørte fra *N* mot *M* i 2 timer, med samme fart som i sted. Finn ut om båten rakk fram til *M* på denne tiden. Hvis den ikke rakk fram, finn ut hvor langt det var igjen. Er det nok med 30 min ekstra for å komme til *M*?

**d** Velg enten i) eller ii) og lag en oppgave som handler om en båt som kjører langs en elv der:

**i)** farten til båten er ukjent. **ii)** farten til vannet er ukjent.

La en medelev løse oppgaven din.

## 270

**a** Løs likningen.

$$2x = 36 - x$$

Bytt ut 36 med 40, og prøv å løse den nye likningen. Er roten til likningen et naturlig tall?

Sett inn tall fra rammen slik at likningen $2x = \ldots - x$ får et naturlig tall som rot.

Hvordan valgte du tallene?
Skriv ned røttene til likningene du fikk.

| | | |
|---|---|---|
| 18 | 28 | 39 |
| 49 | 65 | 105 |

**b** Finn likningene der roten vil være et naturlig tall, og løs dem.

**i)** $3x = 28 - x$ **iii)** $50 - 3x = x$ **v)** $2x = 84 - 5x$

**ii)** $5x = 480 - 3x$ **iv)** $3x = 306 - 2x$ **vi)** $918 - 4x = 5x$

## 271

**a** Husker du hva vi kaller tallene i disse parene?

| |
|---|
| 35 og 24 |
| 64 og 21 |
| 125 og 144 |

Primtallsfaktoriser tallene.

Har relativt primiske tall noen felles faktor? Begrunn.

> *Hvis to naturlige tall $m$ og $n$ er relativt primiske, så er*
> *SFF$(m, n) = 1$ og MFM$(m, n) = m \cdot n$.*
>
> *Primtallsfaktoriseringen av $m$ og $n$ har ingen felles primfaktorer.*

**b** Finn relativt primiske tall blant disse (uten å regne ut):

$a = 3 \cdot 13^2$ $b = 3^2 \cdot 17 \cdot 23^2$ $c = 2^2 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11$ $d = 2 \cdot 13 \cdot 19^2$

**c** Finn tall som er relativt primisk til disse tallene.

$k = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$ $m = 5^4 \cdot 11^2$ $n = 2^2 \cdot 5^2 \cdot 13$

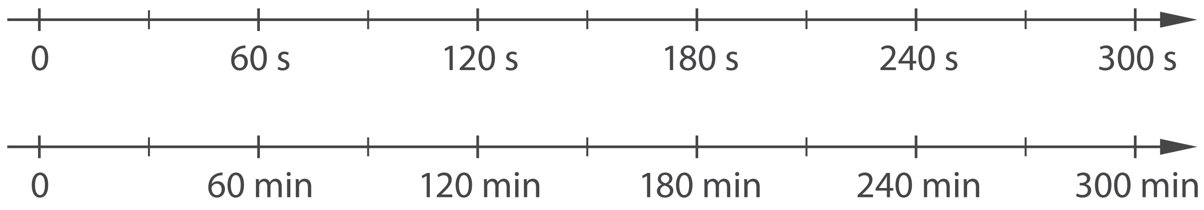
**d** Lag selv en oppgave med relativt primiske tall, og la en medelev løse den.

## 272

**a** Hvor mange sekunder er det i ett minutt? I et halvt minutt? I ett og et halvt minutt?

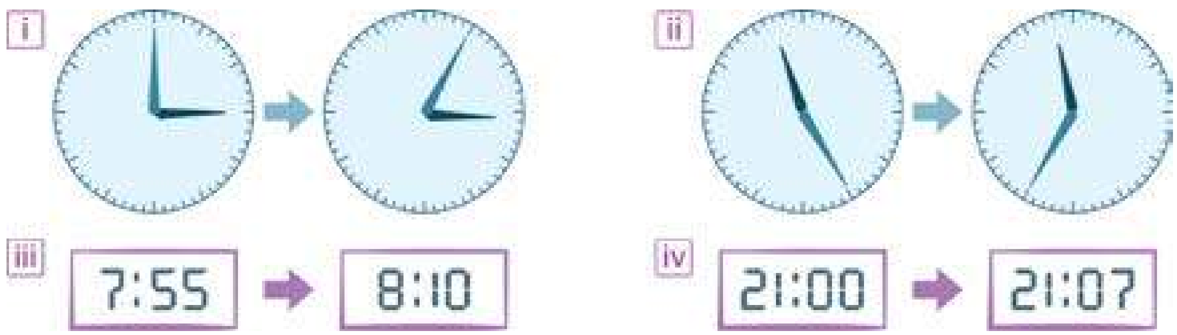
Hvor mange minutter er det i 300 sekunder? Hvor mange minutter er det i 150 sekunder?

**b** Hva er likt og hva er ulikt for tallinjene nedenfor?




Hvor mange minutter er det i en og halv time? I to og en halv time? I tre og halv time?

**c** Hvor mange sekunder har gått fra det ene klokkeslettet til det neste?




## 273

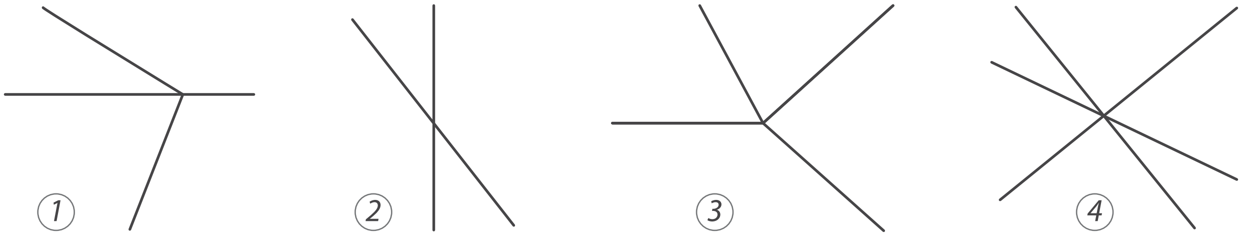
**a** Sammenlikn tegningene.


Vinklene $u$ og $w$ kalles **toppvinkler**. Det samme gjør vinklene $v$ og $z$.

Hvordan tegner man toppvinkler?

*To vinkler i planet kalles* ***toppvinkler*** *hvis de har samme toppunkt og vinkelbeina til den ene er en forlengelse av vinkelbeina til den andre.*

**b** Finn tegninger der du ser toppvinkler. På hvilke tegninger ser du nabovinkler?




**c** Prøv å lage en tegning som inneholder:

**i)** både nabovinkler og toppvinkler.

**ii)** nabovinkler, men ikke toppvinkler.

**iii)** toppvinkler, men ikke nabovinkler.

Fikk du til alle punktene? Hvilket punkt er det som ikke går? Hvorfor går det ikke?

**d** Lag en egen oppgave som handler om nabovinkler og toppvinkler. La en medelev løse den.

## 274

**a** Finn største felles faktor og minste felles multiplum for tallene.

**i)** 84 og 56 **ii)** 78 og 52 **iii)** 70 og 105 **iv)** 144 og 192 **v)** 24, 32 og 30

**b** Føy et tall til 84 og 56 slik at største felles faktor for de tre tallene fortsatt er 28.

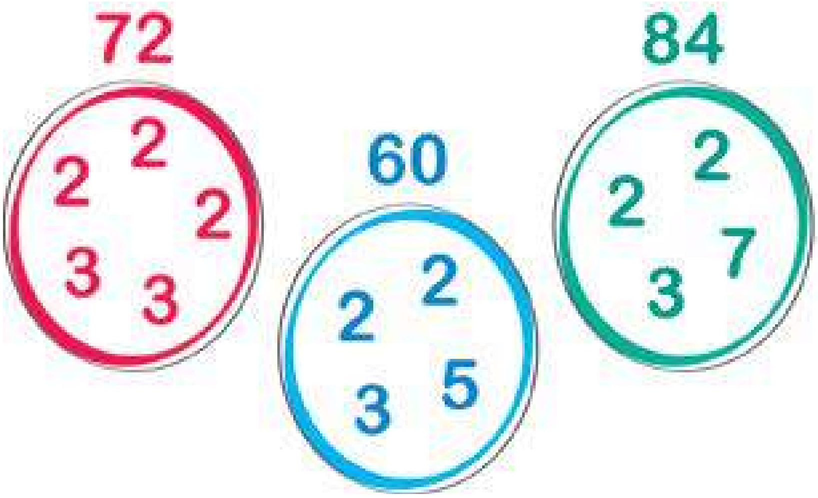
**c** Føy et tall til 78 og 52 slik at minste felles multiplum for de tre tallene blir 312.

**d** Føy et tall til 70 og 105 slik at største felles faktor for de tre tallene blir 1.

**e** Føy et tall til 144 og 192 slik at minste felles multiplum for de tre tallene fortsatt er 480.

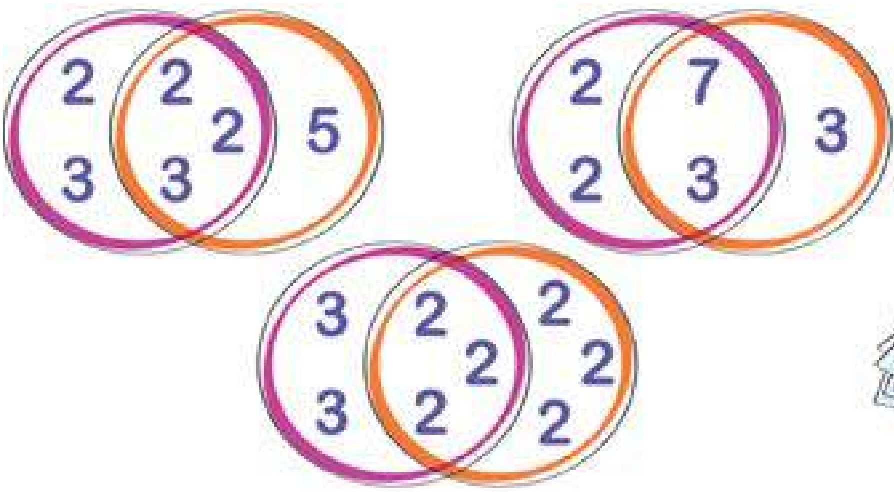
# Hjernetrim

**1** **Rana** primtallsfaktoriserte noen tall og skrev slik:




Velg to tresifrede tall, primtallsfaktoriser dem og skriv slik som Rana gjorde.

**2** For å finne SFF(72, 60), SFF(72, 64) og SFF(84, 63) brukte **Oliver** disse skjemaene:




Fullfør tankegangen til Oliver og finn største felles faktor for tallene.

Hvordan kan du bruke skjemaene til å finne minste felles multiplum for tallene?

**3** Bruk liknende skjema som i oppgave 2, og finn SFF og MFM for disse tallene:

a) 96 og 72

b) 100 og 75

c) 112 og 84

d) 108 og 144

e) 132 og 99

f) 192 og 216

**4** La $a$ og $b$ være to naturlige tall større enn 1.
Finn ut om $a$ og $b$ kan være relativt primiske hvis:

a) $a \cdot b = 392$

b) $a \cdot b = 1\,000$

c) $a \cdot b = 256$

d) $a \cdot b = 396$

e) $a \cdot b = 544$

Finn $a$ og $b$ i de tilfellene der svaret er ja.

# Test deg selv

**1** Finn:

a) SFF(18, 30)

b) SFF(80, 48)

c) SFF(16, 12, 24)

**2** Finn:

a) MFM(15, 18)

b) MFM(28, 21)

c) MFM(8, 12, 20)

**3** Finn et sammensatt tall som er relativt primisk til:

a) 96

b) 112

c) 176

d) 208

e) 245

**4** Tor hadde dobbelt så mye penger som Julia. Etter at Tor hadde kjøpt en sjokolade til 18 kr og Julia hadde kjøpt en is til 5 kr, hadde de like mye penger. Hvor mye penger hadde hver til å begynne med?

**5** Gunnar, Ingvar og Daniel går fast i svømmehallen. Gunnar går dit hver fjerde dag, Ingvar går hver sjette dag, og Daniel går hver åttende dag. Den første april var de der alle tre. Vil dette skje igjen i løpet av april?

**6** Farten til vannet i en elv er 2 km/t, og farten til en båt er 18 km/t. Hvor lang tid vil båten bruke på å kjøre 48 km mot strømmen?

**7** Hvor mange firesifrede tall kan man lage av sifrene 0, 1, 2, 3, hvis ingen av sifrene kan gjentas?

**8** Løs likningene.

a) $x = 26 - x$

b) $5x = 42 - x$

c) $3x = 42 - 4x$

**9** Tegn to nabovinkler slik at den ene er:

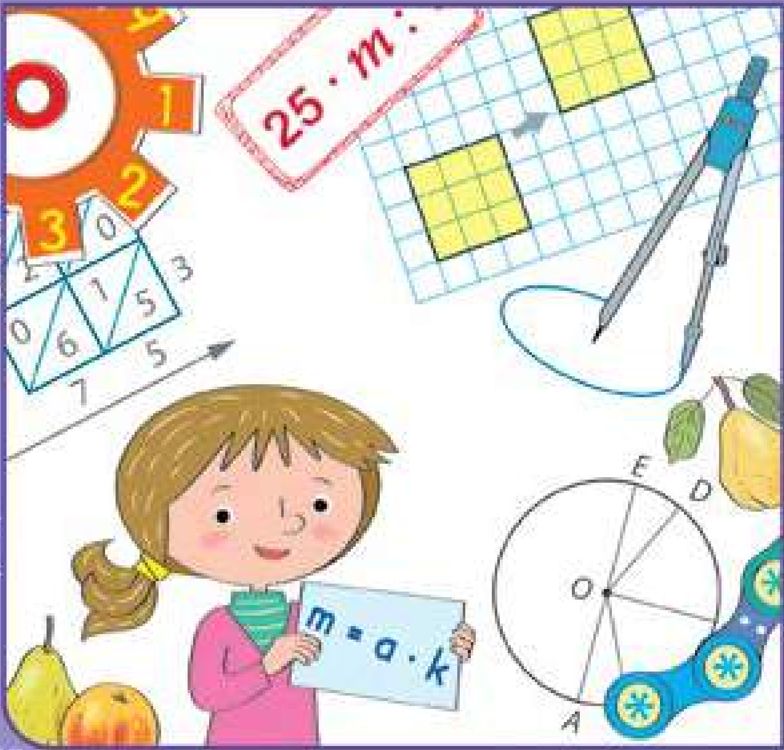
**a)** dobbelt så stor som den andre.

**b)** $40^\circ$ mindre enn den andre.

**10** Tegn toppvinkler på $30^\circ$.
Hvor store er de andre toppvinklene på figuren din?

12

# Egenskaper ved divisjon



## 275

**a** Er 72 og 48 delelig med 6? Er summen av disse tallene delelig med 6?

Er 105 og 45 delelig med 15? Er 105 + 45 delelig med 15?

**b** La $m$ og $n$ være naturlige tall som er delelig med $k$. Tror du at $m + n$ også er et multiplum av $k$? Sjekk hypotesen[1] din ved å bruke konkrete tall.

Fant du noen eksempler der $m + n$ ikke var delelig med $k$? Kan vi være sikker på at slike eksempler ikke eksisterer? Tenk over hvordan vi kan begrunne dette.

**c** I matematikken er det vanlig å bevise hypoteser. Matematiske bevis er viktige for å bestemme hva som er sant i faget. La oss bevise følgende setning.

> *La $m$ og $n$ være to naturlige tall.*
> *Hvis både $m$ og $n$ er delelig med $k$, så vil $m + n$ være delelig med $k$.*

Studer beviset:

Siden $m$ er delelig med $k$, så finnes det et naturlig tall $a$ slik at $m = a \cdot k$. På samme måte må det finnes et naturlig tall $b$ slik at $n = b \cdot k$.

Da må vi ha: $m + n = a \cdot k + b \cdot k$ (Forklar hvorfor.)
Dette kan skrives slik: $m + n = (a + b) \cdot k$ (Forklar hvorfor.)
Det betyr at $m + n$ må være delelig med $k$. (Forklar hvorfor.)

Denne kjeden av logiske resonnement sier vi er et **bevis** for setningen.

**d** Gitt at: $81 + a$ er delelig med 3 — $918 + c$ er delelig med 9
$248 + b$ er delelig med 8 — $320 + d$ er delelig med 16

Finn to mulige verdier for $a$, $b$, $c$ og $d$.

**e** La $m$ og $n$ være to naturlige tall som er delelig med $k$, og la $m > n$.

Undersøk med tre talleksempler om $m - n$ er delelig med $k$. Bevis at $m - n$ alltid er delelig med $k$.

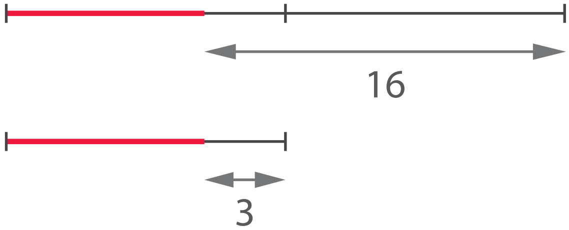
---

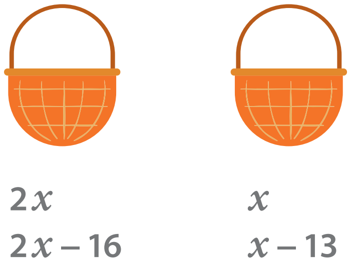
[1] *Ordet «hypotese» kommer fra gresk og betyr en gjetning, antakelse eller forklaring som synes rimelig ut fra det man vet, og som man forsøker å bevise eller avvise.*

## 276

**a** Les oppgaven og studer modellene.

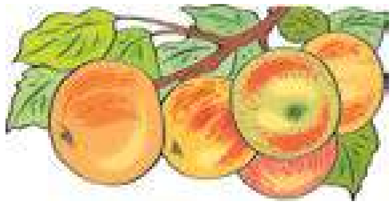
I den ene kurven er det dobbelt så mange pærer som i den andre. Etter at 16 pærer ble tatt fra den første kurven og 3 fra den andre, var det like mange pærer i de to kurvene. Hvor mange pærer var det i hver kurv til å begynne med?



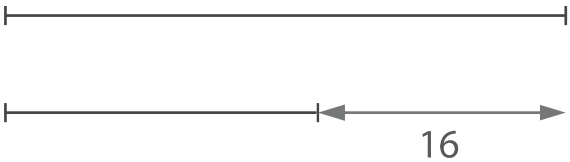

Hvordan vil du løse oppgaven – aritmetisk eller algebraisk? Løs oppgaven.

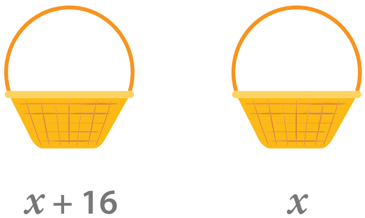
**b** Sammenlikn denne oppgaven med den forrige:



I den ene kurven var det 16 flere epler enn i den andre. Etter at 3 epler ble tatt fra hver kurv, var det dobbelt så mange epler i den første kurven som i den andre. Hvor mange epler var det i hver kurv til å begynne med?

Løs oppgaven ved å bruke en av de påbegynte modellene nedenfor.




**c** Hva må endres i oppgaven hvis svaret skal kunne finnes ved hjelp av denne likningen?

$$x + 18 + 3 = 2(x + 3)$$

Lag den nye oppgaven og løs den.

## 277

**a** Avgjør, uten å regne, om divisjonen vil gå opp eller ikke. Begrunn svaret.

**i)** (68 + 108 + 1 030) : 2

**ii)** (44 + 54 + 64 + 100) : 4

**iii)** (27 + 42 + 81) : 3

**iv)** (530 + 700 + 825 + 1 010) : 10

**v)** (9 + 100 + 999) : 9

**vi)** (36 + 54 + 84 + 120) : 6

**b** Skriv ned uttrykkene der divisjonen ikke går opp. Begrunn valget.

> *Hvis alle leddene i en sum bortsett fra ett er delelig med $k$, så er summen* ***ikke delelig*** *med $k$.*

**c** Finn en mulig verdi for bokstaven slik at divisjonen går opp.

**i)** $(63 + a + 81) : 9$

**ii)** $(195 + b + 255) : 5$

**iii)** $(39 + 78 + c + 260) : 13$

**iv)** $(42 + 63 + d + 98) : 7$

Finn en verdi for bokstaven slik at divisjonen *ikke* går opp.

**d** **William** kom med følgende hypotese:

Hvis to av leddene i en sum ikke er delelig med $k$, og de andre leddene er delelig med $k$, så vil ikke verdien til summen være delelig med $k$.

Kan du vise at denne påstanden er usann? Hvordan?

> *For å* ***motbevise*** *en påstand (hypotese) er det nok å komme med ett eksempel som viser at påstanden er usann.*

Et slikt eksempelet kalles et **moteksempel**.

**e** Finn et moteksempel som motbeviser hypotesen til William.

## 278

**a** Finn tallene som er primtallsfaktorisert slik:

**i)** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ **ii)** $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ **iii)** $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$

**b** Finn alle tall som $(2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 3)$ er delelig med.

**c** Regn ut ved å bruke resultatet fra a).

**i)** $216 : 27$ **ii)** $252 : 21$ **iii)** $252 : 18$ **iv)** $528 : 33$ **v)** $528 : 44$

## 279

**a** En båt med fart 17 km/t brukte 3 timer på å kjøre 42 km mot strømmen i en elv. Finn farten til vannet i elven.

**b** I en annen elv brukte en annen båt med fart 18 km/t, 2 timer på å kjøre 40 km med strømmen. Var farten til vannet i denne elven den samme som i a)?

**c** En flåte ble satt ut på den første elven og drev med strømmen i 6 timer. Hvis flåten settes ut på den andre elven, hvor lang tid vil den da bruke på å tilbakelegge samme strekning?

## 280

**a** Skriv ned uttrykkene der divisjonen vil gå opp.

$25 \cdot 40 : 5$ $16 \cdot 27 : 8$ $43 \cdot 32 : 3$ $13 \cdot 24 \cdot 17 : 6$

Hvorfor er du sikker på at divisjonen går opp i uttrykkene du skrev?

**b** **Laura** kom med følgende hypotese:

> *Hvis minst én av faktorene i et produkt er delelig med $k$,
> så er verdien til produktet delelig med $k$.*

Tror du at det er nok eksempler i a) for å si at hypotesen gjelder?
Tror du det er mulig å finne et moteksempel som gjør at vi må forkaste hypotesen?

**c** La oss bevise følgende:

La $n$ og $m$ være naturlige tall der $m$ er delelig med $k$. Da er produktet $m \cdot n$ delelig med $k$.

Bevis:
Hvis $m$ er delelig med $k$, så må det finnes et naturlig tall $a$ slik at $m = a \cdot k$.
(Forklar hvorfor et slikt tall alltid må finnes.)

Likheten medfører at $m \cdot n = a \cdot k \cdot n$.
(Forklar hvor likheten kommer fra.)

Da er produktet $m \cdot n$ et multiplum av $k$ (forklar hvorfor),
og $m \cdot n$ er derfor delelig med $k$.


**d** Finn en mulig verdi for bokstaven slik at divisjonen går opp.

**i)** $23 \cdot a : 10$ **iii)** $72 \cdot c : 4$ **v)** $132 \cdot e : 12$

**ii)** $b \cdot 17 : 6$ **iv)** $d \cdot 28 : 9$ **vi)** $f \cdot 114 : 14$

I hvilke tilfeller kan bokstaven stå for et hvilket som helst naturlig tall?
Begrunn.

**e** Prøv å finne en verdi for bokstaven slik at divisjonen ikke går opp:

**i)** $13 \cdot a : 5$ **iii)** $21 \cdot c : 2$ **v)** $81 \cdot e : 32$

**ii)** $b \cdot 27 : 3$ **iv)** $d \cdot 500 : 25$ **vi)** $f \cdot 315 : 35$

Klarte du det i alle tilfellene? Begrunn hvorfor det eventuelt ikke gikk.

## 281

**a** Løs likningen.

$$2x + 3 = x + 7$$

Hva er likt for likningen over og den under?

$$2(x + 3) = x + 7$$

Har de samme rot? Sjekk ved å løse den andre likningen og sette prøve på svaret.

Hvordan omformer du likningen i starten?

**b** Løs likningene.

**i)** $3x - 14 = x$

**ii)** $2(y + 7) = y + 16$

**iii)** $2z - 10 = z + 6$

**iv)** $2(u - 10) = u + 6$

**v)** $6v - 13 = 5(v - 1)$

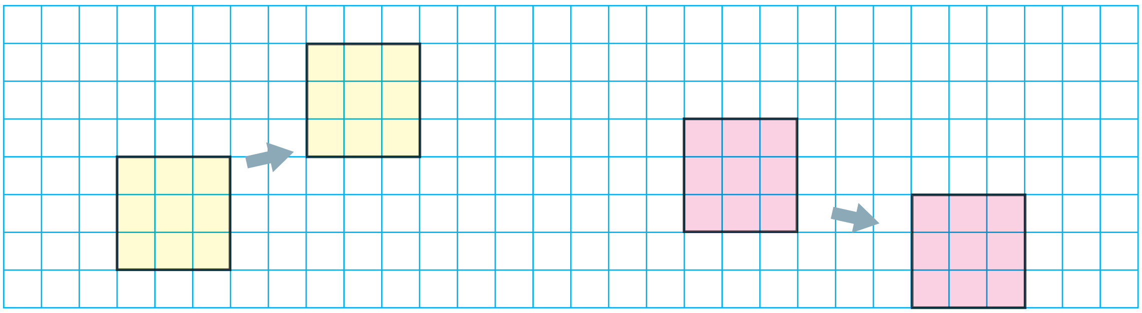
**vi)** $7(13 + w) = 92 + 6w$

**c** Finn røttene som er faktor i: 144 224 182

**d** Hvilke av røttene er lik: SFF(130, 156) SFF(176, 288) SFF(364, 455) ?

## 282

**a** Hvilke avbildninger (forflytninger) er gjort på kvadratene nedenfor?
Hva er forskjellen mellom avbildningene?



Kopier tegningene.

**b** Tegn et kvadrat med sidelengder lik 4 ruter.
Forskyv kvadratet to ruter til venstre og en rute ned.

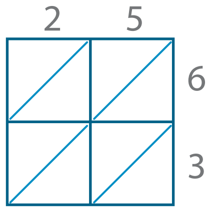
**c** Tegn et nytt kvadratet og forskyv det 5 ruter opp og 3 ruter til høyre.

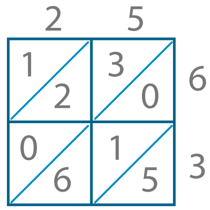
## 283

**a** Du skal nå få bli kjent med en ny algoritme for å multiplisere to naturlige tall. Denne ble brukt i Middelalderen både i Østen og i Italia og kalles gjerne «gittermetoden».

La oss multiplisere 25 og 63. Se på tabellen til venstre og legg merke til hvordan sifrene er skrevet.

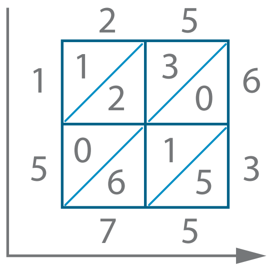
Oppsettet består av 4 ruter som hver er delt i to av en diagonal. Hvordan har man kommet fram til tallene som står inne i hver rute i tabellen til høyre?



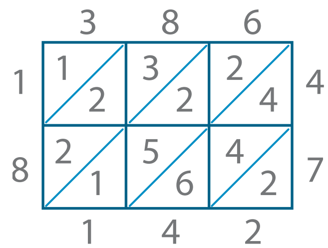

**b** Sifrene til venstre for og under tabellen danner verdien til produktet (følg pilen). Ser du hvor disse sifrene kommer fra?

Bruk vanlig algoritme og vis at $25 \cdot 63 = 1\ 575$.




**c** I den neste tabellen vises hvordan tallene 47 og 386 kan multipliseres ved hjelp av denne algoritmen. Forklar hvor alle sifrene kommer fra.

Hva blir svaret?




**d** Regn ut ved hjelp av gittermetoden.

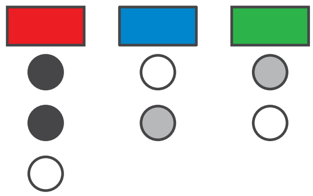
**i)** $59 \cdot 26$ **ii)** $345 \cdot 89$ **iii)** $76 \cdot 923$ **iv)** $261 \cdot 487$

**e** Prøv å forklare hvorfor denne algoritmen fungerer.

## 284

**a** Løs oppgaven ved å studere til den påbegynte tegningen.

Tre baller – en svart, en hvit og en grå – skal plasseres i tre bokser – en rød, en blå og en grønn – slik at det kun blir én ball i hver boks. Hvor mange måter kan det gjøres på?



**b** Endre på opplysningene slik at det er fire bokser – en rød, en blå, en grønn og en gul, og tre baller med samme farger som i sted. På hvor mange måter kan ballene plasseres i boksene hvis det ikke skal være mer enn én ball i en boks?

Lag en liknende tegning som over hvis du trenger det.

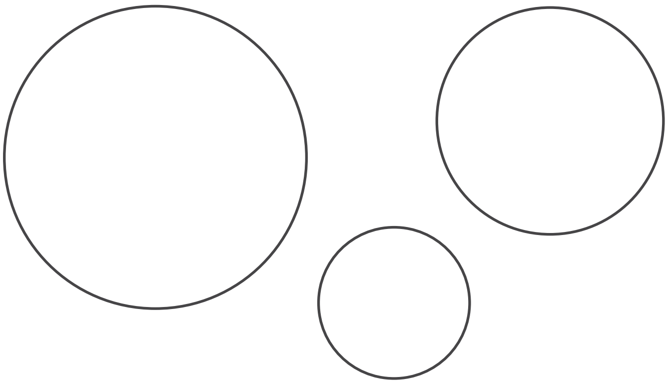
**c** Sammenlikn denne oppgaven med den i b):

En far, en mor og to barn setter seg inn i en bil med 4 seter, inkludert førersetet. På hvor mange måter kan de plassere seg hvis det er en av foreldrene som kjører?

Løs oppgaven.

## 285

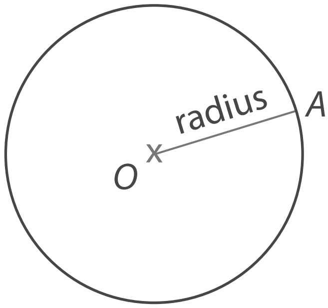
**a** Hva slags figurer er dette?



Hvilket redskap kan du bruke for å tegne dem?

**b** Tegn en sirkel med sentrum i punkt *O*.

Merk av et punkt *A* på sirkelen og trekk opp linjestykket *OA*.
Hva heter et slikt linjestykke?

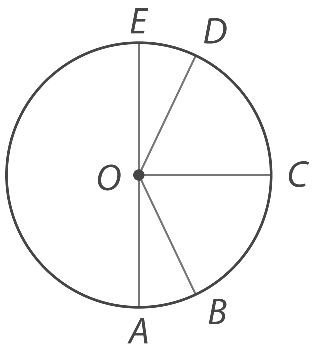



Tegn andre radier til sirkelen.

**c** Tegn en sirkel med sentrum i *P* og to radier *PA* og *PB*.
Husker du hva vinkelen ∠*APB* kalles?

Hvor stor er sentralvinkelen på tegningen din?

**d** Hva heter de spisse, rette og stumpe sentralvinklene på denne tegningen?
Er det en annen type vinkel på tegningen? Hva kalles den, og hvor stor er den?




**e** Tegn tre sirkler og fire radier i hver av dem slik at:

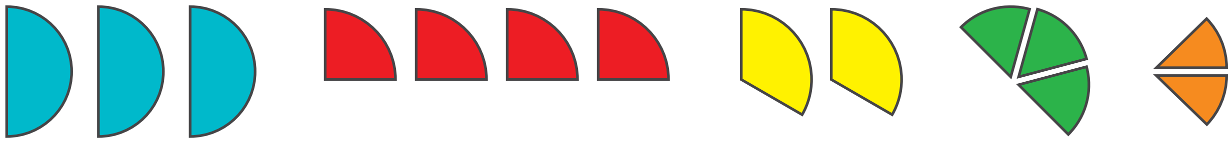
**i)** det ikke er noen spisse sentralvinkler i den første sirkelen

**ii)** det er nøyaktig tre spisse sentralvinkler i den andre sirkelen

**iii)** det er flest mulig spisse sentralvinkler i den tredje sirkelen

## 286

**a** Lag summer som passer til tegningene:



Finn verdiene til summene.

**b** Lag tegninger som passer til uttrykkene, og finn verdiene.

**i)** $1 - \frac{1}{6}$ **iii)** $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$ **v)** $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$

**ii)** $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}$ **iv)** $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$ **vi)** $5 - 1\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}$

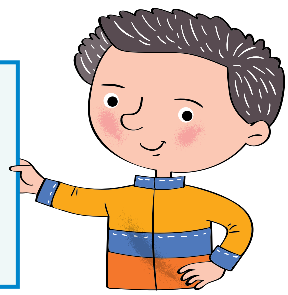
## 287

**a** **Richard** ble bedt å finne ut om disse divisjonen går opp (uten å regne helt ut):

981 : 9 9 700 : 4 656 : 6

Han begynte å skrive følgende:

$$981 = 900 + 81$$
$$9\,700 = 97 \cdot 100$$
$$656 = 600 + 56$$



Hvordan tenkte han? Hvilken kunnskap brukte han?

**b** Bruk egenskaper ved divisjon, og finn ut om divisjonen går opp.

**i)** 189 : 3 **iii)** 362 : 4 **v)** 4 963 : 7 **vii)** 585 : 25

**ii)** 856 : 4 **iv)** 3 642 : 6 **vi)** 63 047 : 7 **viii)** 7 775 : 25

Sjekk svaret ved å dele.

## 288

**a** Løs oppgaven.

To gresshopper hopper langs en tallinje. Begge starter i 0 og hopper mot høyre. Den ene hopper i hopp på 8 enheter og den andre i hopp på 10 enheter. Finn punktet nærmest 0 der begge to lander på beina.

Hvilken størrelse passer til oppgaven – SFF(8, 10) eller MFM(8, 10)?

**b** Hvordan endres svaret hvis:

**i)** hopplengden til den første gresshoppen er 14 og til den andre er 21?

**ii)** hopplengden til den første gresshoppen er 24 og til den andre er 21?

**iii)** hopplengden til den første gresshoppen er 24 og til den andre er 36?

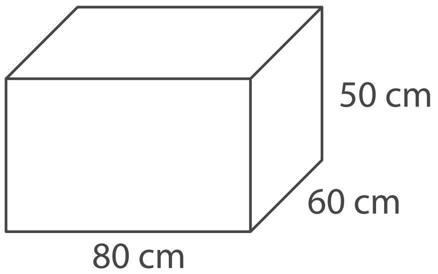
**c** En tredje gresshoppe hopper med hopp på 12 enheter. Finn punktet nærmest 0 der både denne og gresshoppene fra a) lander på beina.

**d** Lag en oppgave der man må finne minste felles multiplum for flere tall. Gi oppgaven til noen medelever.

## 289

**a** Et rett prisme med rektangulær grunnflate har sidekanter 80 cm, 60 cm og 50 cm.

Finn volumet i $cm^3$.
Oppgi svaret i liter.

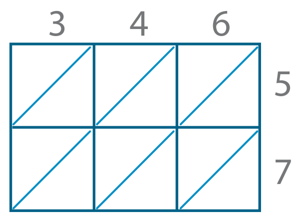



**b** **Lisa** har et akvarium med samme mål som prismet. Finn arealene av sideflatene i akvariet.

**c** Hvor mange liter vann trengs for å fylle halve akvariet? For å fylle tre firedeler? For å fylle fem seksdeler?

## 290

**a** **Sara** laget skjemaet til høyre. Hvilken oppgave har hun fått av læreren?

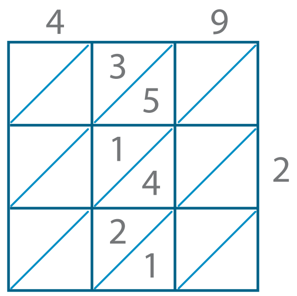



Gjør ferdig skjemaet, og finn verdien til 346 · 57.

**b** Regn ut ved å bruke gittermetoden.

**i)** 85 · 74
**ii)** 63 · 895
**iii)** 924 · 758
**iv)** 535 · 784

**c** Gjenopprett sifrene som mangler i faktorene, og finn verdien til uttrykket.




## 291

**a** Prøv å finne ut om divisjonen går opp ved kun å bruke egenskaper ved divisjon.

**i)** 28 476 : 4
**ii)** 27 144 : 3
**iii)** 93 339 : 9
**iv)** 64 875 : 25
**v)** 13 576 : 4
**vi)** 27 133 : 3
**vii)** 93 039 : 9
**viii)** 11 112 : 6

Var det lett å avgjøre dette i alle tilfellene?

**b** Regn ut og sjekk om du hadde rett. Del med rest der divisjonen ikke går opp.

Det kan av og til være tidkrevende å finne ut om en divisjon går opp eller ikke ved f.eks. å se om dividenden kan skrives som en sum der alle leddene er delelig med divisor. Det finnes **delelighetsregler** som vi kan bruke. Disse gjør at vi kan finne ut om divisjonen går opp ved å se på sifrene i tallene.

I neste kapittel skal du bli kjent med noen delelighetsregler.

## 292

**a** Vet du hvor mange døgn det er i ett år?

**b** Hva er et **skuddår**?

Det tar i gjennomsnitt 365 og et kvart døgn for jorden å gå én runde rundt solen. Av praktiske grunner må et kalenderår ha et helt antall dager. Et normalår har derfor 365 dager. Pga det kvarte døgnet vil vi i løpet av 4 år komme et helt døgn på etterskudd sammenliknet med solåret. Dette fikses ved at vi hvert 4. år skyter inn en ekstra dag i februar (skuddagen). I et skuddår har derfor februar måned 29 døgn (og ikke 28 som vanlig), og hele året har til sammen 366 døgn.

I Norge ble skuddår innført med den gregorianske kalenderen den 1. mars 1700.

Årene 2000, 2004, 2008, 2012, 2016, … var skuddår.

Hva er sammenheng mellom skuddår og tallene 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, …?
Hva kan du si om tallene som står for skuddår?

# Hjernetrim

**1** Vis, uten å utføre divisjon med de oppgitte tallene, at verdien til summen:

**a)** $1 + 2 + 3 + \ldots + 999 + 1\,000$ er delelig med både 91 og 143

**b)** $1 + 2 + 3 + \ldots + 9\,999 + 10\,000$ er delelig med både 73 og 137

**c)** $1 + 3 + 5 + \ldots + 219 + 221$ er delelig med både 9 og 37

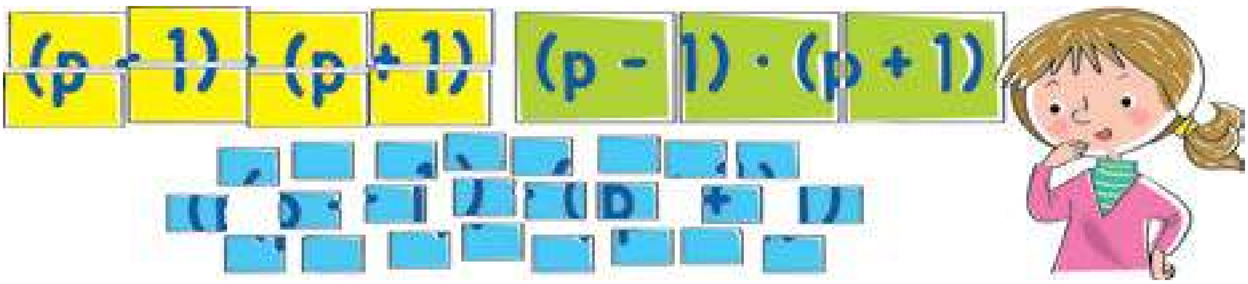
**d)** $1 + 3 + 5 + \ldots + 253 + 255$ er delelig med $2^{14}$

**2** La $p$ være et primtall større enn 3.

**a)** Forklar hvorfor $(p - 1) \cdot (p + 1)$ alltid vil være delelig med 8.

**b)** Forklar hvorfor $(p - 1) \cdot (p + 1)$ alltid vil være delelig med 3.

**c)** Vil $(p - 1) \cdot (p + 1)$ alltid være delelig med 24? Begrunn.



**3** La $k$ være et oddetall.

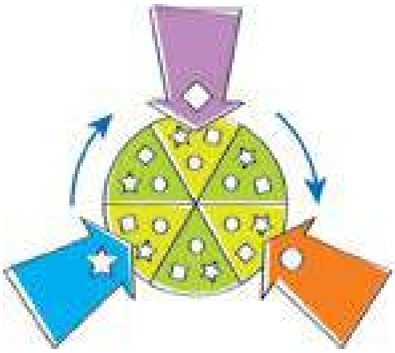
**a)** Er det sant at $(k - 1) \cdot (k + 1)$ alltid er delelig med 8? Begrunn.

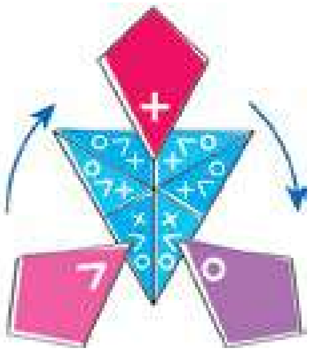
**b)** Er det sant at $(k - 1) \cdot (k + 1)$ alltid er delelig med 6? Begrunn.

(Hvis du mener at det ikke er sant, holder det å komme med ett moteksempel der påstanden ikke gjelder.)

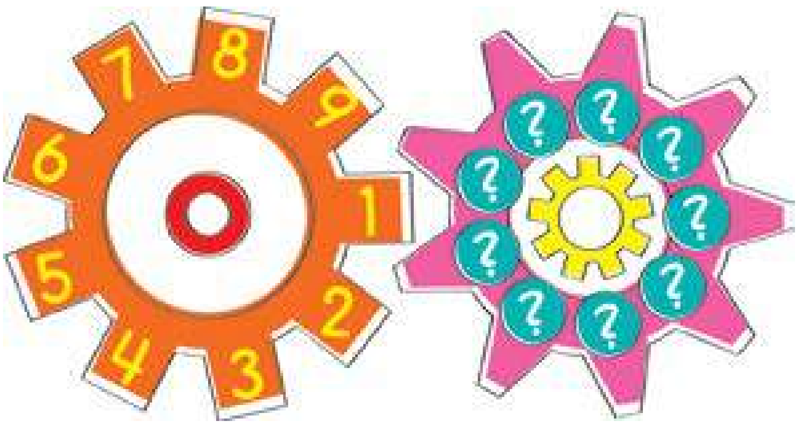
**4** Begrunn hvorfor denne påstanden alltid vil være sann:

Når du multipliserer tre etterfølgende naturlige tall, får du et tall som er delelig med 6.





**5** Finn det minste naturlige tallet som er delelig med alle ensifrede naturlige tall. Begrunn.



# Test deg selv

**1** Finn en verdi for bokstaven slik at divisjonen går opp.

a) $(98 + a) : 7$

b) $(b + 72) : 9$

c) $(56 + c + 96) : 8$

d) $(132 + d + 84) : 12$

**2** Finn en verdi for bokstaven slik at divisjonen ikke går opp.

a) $(a + 96) : 4$

b) $(117 + b) : 9$

c) $(108 + c + 144) : 12$

**3** Finn en verdi for bokstaven slik at divisjonen går opp, og deretter en verdi slik at den ikke går opp.

a) $37 \cdot k : 4$

b) $25 \cdot m : 7$

c) $95 \cdot n : 9$

**4** En båt gikk med jevn fart. Det tok båten 2 timer å kjøre 48 km på en stille innsjø, og deretter 2 timer å kjøre 46 km mot strømmen i en elv. Hva var farten til vannet i elven?

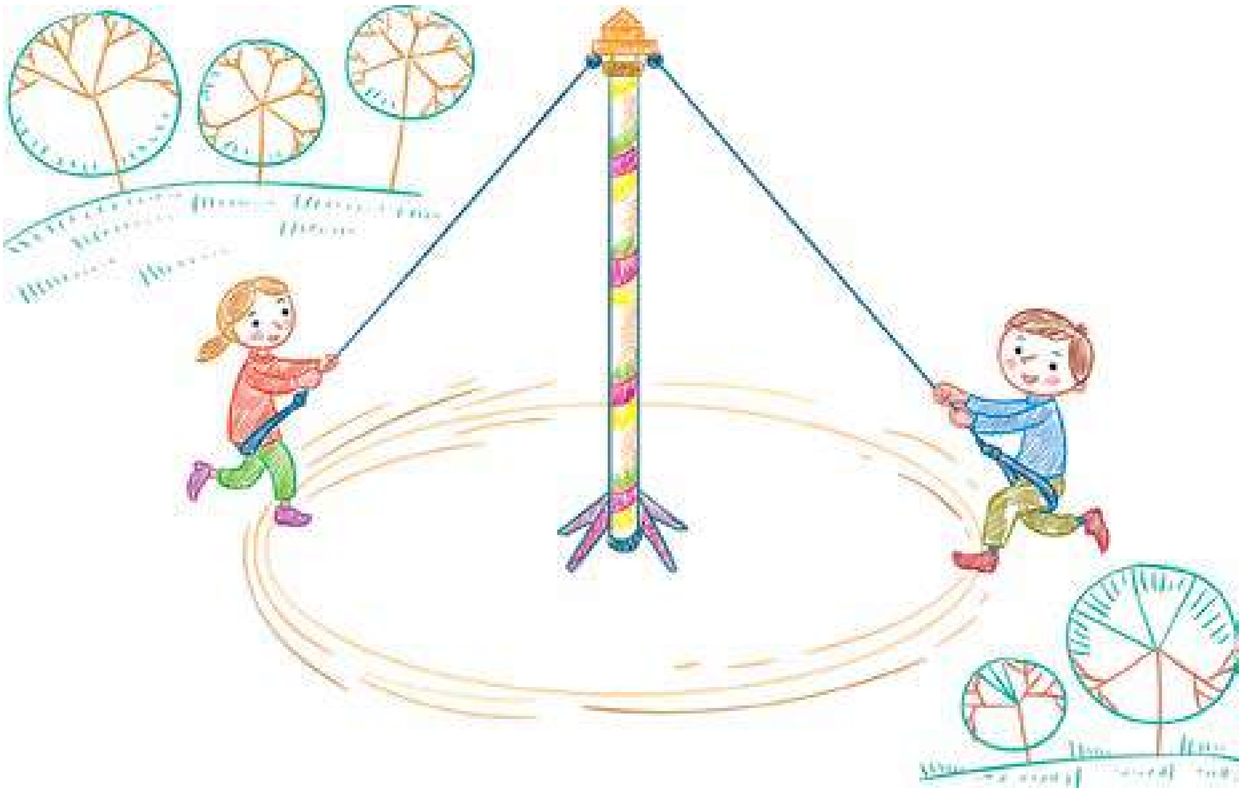
**5** Løs likningene.

a) $2(x - 1) = x + 6$

b) $2(y + 1) = y + 6$

c) $3(z - 3) = 2z + 1$

**6** Tegn tre sirkler med radius 4 cm og tegn sentralvinkler på 90°, 35° og 130°.



13

# Regler for delelighet

## 293

**a** Hvilke av disse tallene er delelig med 2?

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **28** | **35** | **17** | **70** | **132** | **331** | **494** | **589** | **2 467** |

Hva kaller vi tall som er delelig med 2?
Hva kaller vi tall som ikke er delelig med 2?

Hvordan ser vi om et tall er et partall eller et oddetall?

Da du svarte på det siste spørsmålet, formulerte du en regel for når et tall er delelig med 2 eller ikke.

> ***2-regelen***
>
> *Et naturlig tall er **delelig med 2** hvis det siste sifferet i tallet er 0, 2, 4, 6 eller 8.*
>
> *Et naturlig tall er **ikke delelig med 2** hvis det siste sifferet er 1, 3, 5, 7 eller 9.*

**b** Prøv å forklare 2-regelen ved å bruke disse likhetene:

$354 = 350 + 4$ $\qquad 4\,765 = 4\,760 + 5$ $\qquad 10\,198 = 10\,190 + 8$ $\qquad 24\,681 = 24\,680 + 1$

**c** Fullfør følgende resonnement:

Et vilkårlig flersifret tall kan skrives som en sum av tiere og enere, f.eks. $354 = 350 + 4$ eller $4\,765 = 4\,760 + 5$.

Alle tall som slutter på 0 er delelig med 2.
(Det er en følge av likheter som $350 = 35 \cdot 10$ og $4\,760 = 476 \cdot 10$. Forklar hvorfor likhetene viser at 350 og 4 760 er delelig med 2.)

Blant ensifrede tall er det kun disse tallene som er delelig med 2: … (oppgi tallene)

Derfor kan vi si at hvis det siste sifferet i et flersifret tall er … (fortsett og kom fram til en konklusjon).

**d** Forklar hvorfor et flersifret tall som slutter på 1, 3, 5, 7 eller 9 ikke er delelig med 2.

**e** Hvis det er mulig, erstatt ∗ med et siffer slik at tallet blir et multiplum av 2. Begrunn valget.

| i | ii | iii | iv | v |
|---|---|---|---|---|
| 237∗ | 3905∗ | 49∗8 | 602∗53 | 7∗3410 |

Hvorfor passer det med flere siffer for noen av eksemplene?
Hvorfor er det umulig å finne et passende siffer for det ene eksempelet?

**f** På hvor mange måter kan hver stjerne i tallet 2∗7∗ erstattes med et siffer slik at blir et partall?

## 294

**a** Løs oppgaven aritmetisk.

Farten til en båt er 11 ganger større enn farten til vannet i elven der båten kjører. Båten kjører med strømmen og bruker 2 timer på 48 km. Finn farten til båten og til vannet i elven.

**b** Hvis du står fast, tenk over hvordan du kan bruke opplysningene til å finne summen av farten til båten og til vannet. Kan dette hjelpe deg med å finne hver fart?

**c** **Tobias** vil løse oppgaven algebraisk. Han kaller farten til vannet for $v$.
Hva står disse uttrykkene for?

$11v$ $\qquad$ $11v + v$ $\qquad$ $2(11v + v)$

Hva er verdien til det siste uttrykket ifølge oppgaveteksten?

Hjelp Tobias med å sette opp en likning. Løs likningen.
Sammenlikn de to ulike måtene å løse oppgaven på.

**d** Løs oppgaven – velg den måten du mener er mest effektiv.

Farten til en båt er 5 ganger større enn farten til vannet i elven. Båten kjører med strømmen og bruker 3 timer på 36 km. Finn farten til båten og til vannet i elven.

## 295

**a** Sammenlikn likningene og løs dem.

$$3(x-1)=x+5 \qquad 3(y-1)=2(y+5)$$

**b** **Ane** påstår at $x$ og $y$ er relativt primiske tall og at MFM($x$, $y$) = 52. Har hun rett?

**c** Løs likningene.

**i)** $3(y+2)=2(y+7)$ **iii)** $7(a-3)=5(a+9)$ **v)** $9(2+b)=4(b+7)$

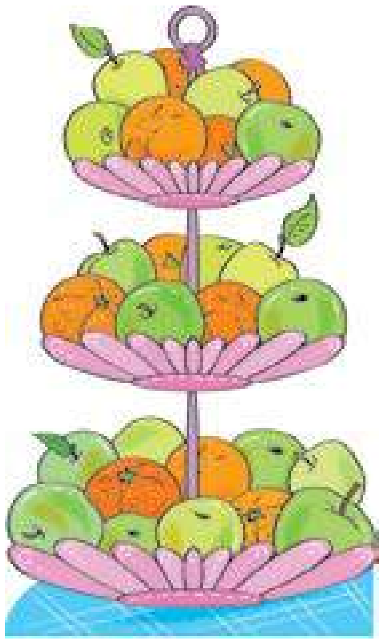
**ii)** $3(z-2)=2(z+7)$ **iv)** $4(u+1)=3(u+6)$ **vi)** $12(5+c)=11(6+c)$

**d** Hvilke av røttene i c) er lik: SFF(616, 136) SFF(858, 714) SFF(462, 165) ?

## 296

**a** Løs oppgaven. Finn flere løsninger.

Til en hagefest ble 80 klementiner og 96 epler fordelt i skåler slik at hver skål inneholdt like mange klementiner og like mange epler. Hvor mange skåler kan det ha vært?



**b** Hva er størst mulig antall skåler? Hva er sammenhengen mellom dette tallet og tallene 80 og 96?

Hvor mange frukter av hvert slag er det da i hver skål?

**c** Endre antall epler og klementiner slik at størst mulig antall skåler blir 18.

**d** Lag egen liknende oppgave som handler om 80 klementiner, 96 epler og noen boller. Gi oppgaven din til noen medelever.

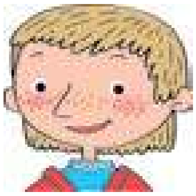
## 297

**a** Hvilke av summene i rammen er delelig med 2?
Kan du svare uten å finne verdiene til summene?

| |
|---|
| 798 + 1374 |
| 3675 + 4756 |
| 4994 + 777 |
| 4673 + 8259 |

Er summen av to oddetall et partall eller et oddetall?
Lag noen eksempler som hjelper deg med å sette opp en hypotese.

**b** **Peter** påstår at *summen av to oddetall alltid er et partall*. Gå gjennom beviset til Peter og svar på spørsmålene hans.

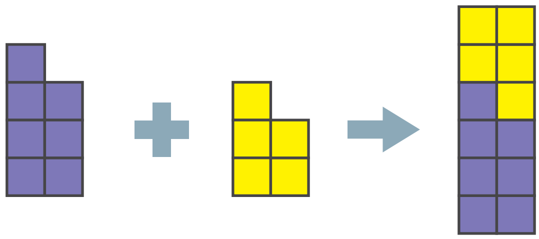


Bevis:
La $a$ og $b$ være to oddetall.

Er tallene $(a + 1)$ og $(b + 1)$ partall eller oddetall?
Hva kan du si om summen av dem: $(a + 1) + (b + 1)$?

Finn ut om likheten $(a + 1) + (b + 1) = (a + b) + 2$ er sann for alle mulige verdier av $a$ og $b$.
Hvordan kan vi bruke likheten til å konkludere med at $a + b$ er et partall?

**Stine** mener at påstanden til Peter er sann, men hun bruker figurer for å vise hvorfor:



«Denne type figurer kan vi lage uansett hvilke oddetall vi har i summen,» sier hun.

Hvordan tror du Stine tenker?

**c** Tenk over hva som må til for at summen av tre naturlige tall skal være et partall? For at summen av flere naturlige tall skal være et partall?

**d** La $a$ og $b$ være to oddetall der $a > b$. Bevis at $a - b$ er et partall.

**e** Avgjør, uten å regne ut, om verdiene til uttrykkene er partall eller oddetall.

**i)** 367 + 691 + 33

**ii)** 555 – 44 – 33 – 22

**iii)** 11 + 111 + 1 111 + 11 111

**iv)** 33 + 313 + 353 + 555 + 99

**v)** 1 002 + 357 – 149

**vi)** 20 002 – 1 001 + 303 – 44 + 5

Sjekk svarene dine ved å regne ut.

## 298

**a** Studer modellen og løs oppgaven aritmetisk.

I den første togvognen var det 17 flere passasjerer enn i den andre. Etter at 9 passasjerer hadde forlatt hver vogn, var det dobbelt så mange i den første vognen som i den andre. Hvor mange passasjerer var det i hver vogn til å begynne med?


**b** **Ask** begynte å løse oppgaven algebraisk. Han lot $x$ stå for antall passasjerer i den andre vognen. Hva står uttrykkene til høyre for?

$x + 17$ $\qquad$ $x - 9$

$x + 17 - 9$

Bruk uttrykkene og sett opp en likning som passer til oppgaven.

Løs likningen og fullfør oppgaven.

Fikk du samme svar som i sted?

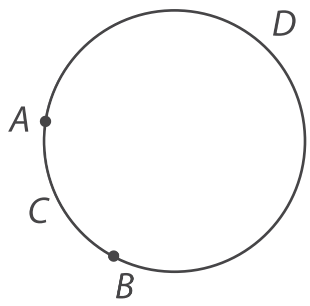
**c** Løs oppgaven – velg den løsningsstrategien du liker best.

I en hage var det 54 flere epletrær enn pæretrær. Etter at gartneren hadde plantet 7 nye epletrær og like mange pæretrær, var det 4 ganger så mange epletrær som pæretrær. Hvor mange trær av hvert slag var det opprinnelig i hagen?

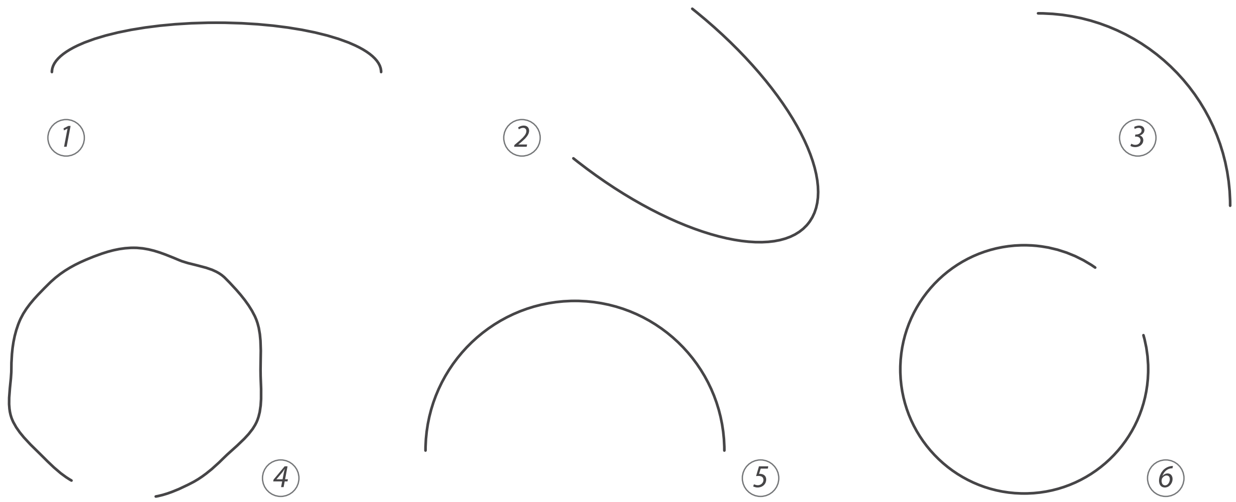
## 299

**a** Punktene *A* og *B* på sirkelen deler sirkelen i to deler.
Hver av delene kalles en **sirkelbue**.

Buene på figuren kan kalles *ACB* og *ADB*.
Hvorfor brukes tre bokstaver for å gi navn til en bue?




**b** Hvilke av disse kurvene kan være sirkelbuer? Begrunn.

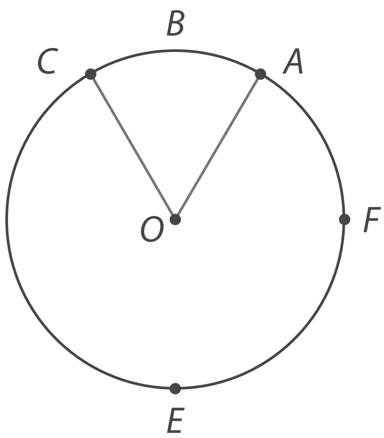



**c** En sirkelbue spenner over en bestemt sentralvinkel.
Denne vinkelen måler et visst antall grader.

Hvor stor vinkel spenner buen *ABC* på figuren til høyre over?

**Jesper** svarte slik:

> **Buen *ABC* spenner over sentralvinkelen *AOC* som er 60°.**




Hadde Jesper rett?

**d** Hvor store vinkler spenner buene *EFA* og *FAC* over?

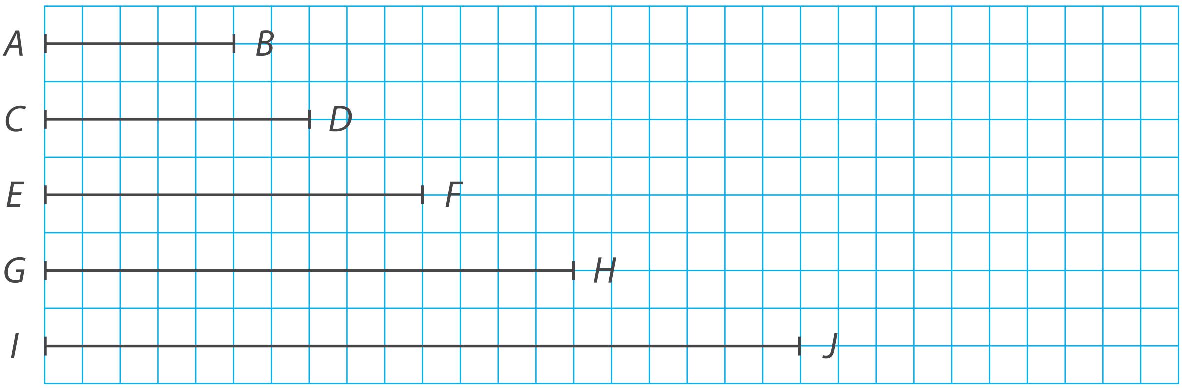
**e** Tegn en sirkel og merk av en sirkelbue som spenner over:

**30° 130° 50° eller 110° (velg selv)**

## 300

**a** Hvilke av linjestykkene nedenfor har disse lengdene?

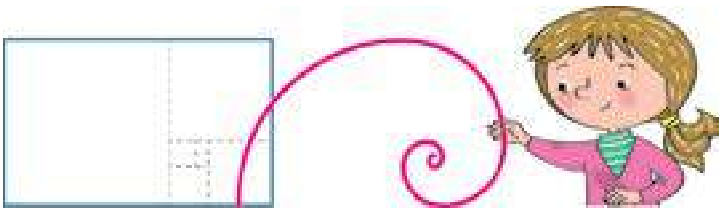
| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 cm | 1 dm | 35 mm | 100 mm |
| 0,5 dm | 3,5 cm | 0,1 m | 50 mm |




Finn lengdene til de andre linjestykkene.

**b** To rektangler har omkrets 17 cm og 25 cm. Hvilke av linjestykkene i a) kan være sider i disse rektanglene?

**c** To rektangler har areal 35 cm$^2$ og 70 cm$^2$. Hvilke av linjestykkene i a) kan være sider i disse rektanglene?



## 301

**a** Finn tall i rammen som er delelig med 10 og tall som er delelig med 5. Begrunn valget.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 495 | 5740 | 33002 | 12345 | 379990 | 50503 |

Skriv ned et par tall til som er delelig med 10.
Er disse tallene også delelig med 5?

Skriv ned et par tall til som er delelig med 5, men ikke med 10.
Lag regler for når et naturlig tall er delelig med 10 og 5.

***10-regelen***

*Et naturlig tall er **delelig med 10** hvis det siste sifferet i tallet er 0.*

*Et naturlig tall er **ikke delelig med 10** hvis det siste sifferet er forskjellig fra 0.*

***5-regelen***

*Et naturlig tall er **delelig med 5** hvis det siste sifferet i tallet er 0 eller 5.*

*Et naturlig tall er **ikke delelig med 5** hvis det siste sifferet er forskjellig fra 0 eller 5.*

**b** Forklar hvorfor reglene over gjelder.

Hvis du står fast, kan du bruke likheter av denne typen:

$495 = 490 + 5$

$5740 = 574 \cdot 10$

$33002 = 33000 + 2$

**c** Sammenlikn 10-regelen og 5-regelen med 2-regelen. Hva er likt i formuleringene?

**d** Skriv av tall fra rammen som er:

**i)** partall

**ii)** oddetall som er delelig med 5

**iii)** partall som ikke er delelig med 5

**iv)** tall som er delelig med 10

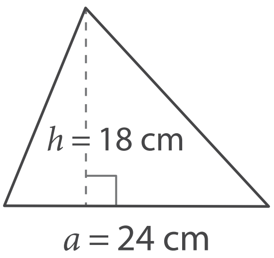
| | | |
|---|---|---|
| 6785 | 14852 | 3010 |
| 83560 | 700008 | 75 |
| 45454 | 52525 | 25252 |

Skriv et par nye tall i hver gruppe.

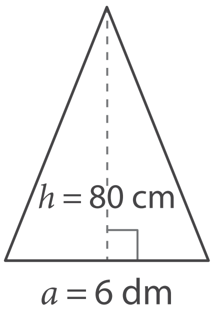
## 302

**a** Finn arealet av hver trekant. Hvis du får problemer, se på oppgave 267.

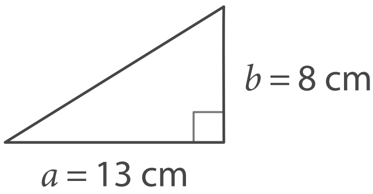
1




2

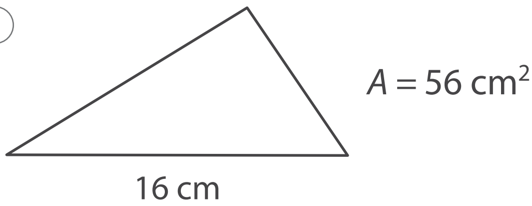



3

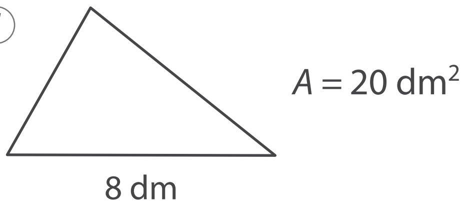



**b** Grunnlinjen og arealet i trekantene nedenfor er gitt. Hvor lang er den tilhørende høyden?

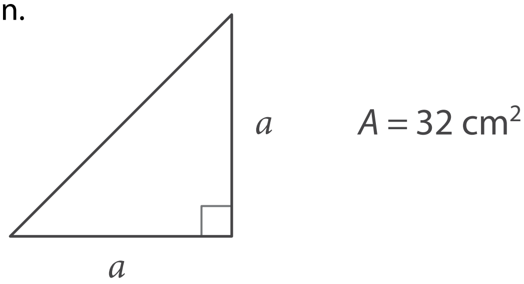
1




1




**c** Finn $a$ i denne trekanten.



## 303

**a** Les oppgaven, og se på modellen.

En bror er 4 år eldre enn søsteren sin. For to år siden var han 5 ganger så gammel. Hvor gamle er de nå?


Forklar modellen – ved hvilket tidspunkt gjelder den? Hvor mye eldre var broren enn søsteren da? Løs oppgaven aritmetisk.

**b** Vil det komme et tidspunkt da broren er dobbelt så gammel som søsteren? I så fall, når?

**c** Sammenlikn denne oppgaven med den forrige:

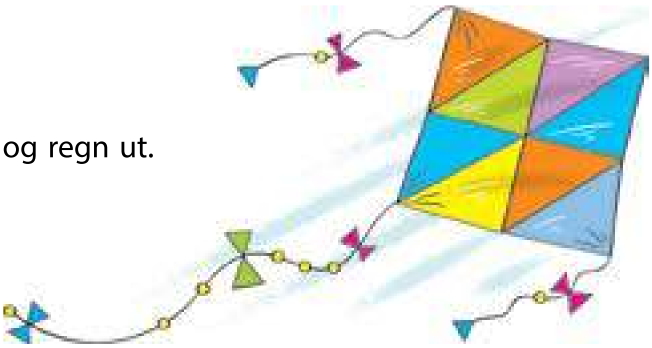
Moren til Katrine er 24 år eldre enn datteren. Om 5 år vil moren være 4 ganger så gammel som Katrine. Hvor gamle er de nå?

Løs oppgaven.

## 304

**a** Bruk gittermetoden og regn ut. (Hvis du står fast, se tilbake på oppgave 283.)

**i)** $57 \cdot 328$ **ii)** $75 \cdot 94\,049$



**b** Bruk den vanlige multiplikasjonsalgoritmen og regn ut.

**i)** $57 \cdot 328$ **ii)** $75 \cdot 94\,049$

Hvilken metode liker du best?

**c** Regn ut.

i $78 \cdot 643$ ii $208 \cdot 526$ iii $7 \cdot 596\,838$ iv $876 \cdot 456$

## 305

**a** Hvilke av tallene i rammen er delelig med 2? Begrunn.

Kan et oddetall være delelig med 4?
Hvilke av tallene i rammen er delelig med 4?
Kan man bestemme om et tall er delelig med 4 ved kun å se på det siste sifferet i tallet?

| | | |
|---|---|---|
| 174 | 356 | 435 |
| 484 | 1 272 | 1 348 |

**b** Hva ligger bak disse likhetene?

174 = 100 + 74 356 = 300 + 56 435 = 400 + 35

484 = 400 + 84 1 272 = 1 200 + 72 1 348 = 1 300 + 48

Bruk likhetene og prøv å formulere en regel for når et naturlig tall er delelig med 4 eller ikke.

**4-regelen**

*Et naturlig tall er **delelig med 4** hvis tallet som dannes av de to siste sifrene er delelig med 4.*

*Et naturlig tall er **ikke delelig med 4** hvis tallet som dannes av de to siste sifrene ikke er delelig med 4.*

Forklar 4-regelen.

**c** Bruk regelen og finn tallene som er delelig med 4.

7 428 167 908 500 500 12 345 678 2 874 500 500 876 532 12 347 856

**d** Hvis det er mulig, erstatt ∗ med et siffer slik at tallet blir delelig med 4.

i 35∗4 ii 7∗68 iii 98585∗ iv ∗046 v 97513∗ vi 48∗86

I hvilket tilfelle kan ∗ erstattes med et hvilket som helst siffer?
I hvilke tilfeller er det umulig å finne et passende siffer?

## 306

**a** Les oppgaven og sammenlikn den med oppgave 294.

Farten til en båt er 16 km/t større enn farten til vannet i elven der båten kjører. Båten kjører med strømmen og bruker 2 timer på 36 km. Finn farten til båten og til vannet i elva.

Hva er hovedforskjellen mellom de to oppgavene?
Løs oppgaven over.

**b** Hva vil skje med svaret hvis farten til båten er 14 km/t større enn farten til vannet? Løs den nye oppgaven.

**c** Undersøk hva som vil skje hvis differansen mellom farten til båten og til vannet er 18 km/t. Kan differansen være større enn 18 km/t?

**d** Velg ett av punktene og lag en oppgave der:

- det er gitt hvor mye større farten til båten er enn farten til vannet
- det er gitt hvor mange ganger større farten til båten er enn farten til vannet

La en medelev løse oppgaven.

## 307

**a** Bestem, uten å regne ut, hvilke verdier som vil være partall og hvilke som vil være oddetall. Begrunn svaret.

$673 \cdot 5\,775$ $\quad$ $7\,001 \cdot 993 \cdot 80\,645$ $\quad$ $807 \cdot 56 \cdot 6\,823$ $\quad$ $389 \cdot 449 \cdot 42 \cdot 999$

*Hvis alle faktorene i et produkt er oddetall, så er verdien til produktet et oddetall.*

*Hvis minst en av faktorene i et produkt er et partall, så er verdien til produktet et partall.*

**b** Erstatt bokstavene med tall slik at verdiene til uttrykkene blir partall.

**i)** $7 \cdot 33 \cdot a \cdot 11$ **ii)** $9 \cdot b + 87$ **iii)** $4 \cdot c + 7 \cdot 9 + 5 \cdot d$ **iv)** $9 \cdot (e + 3) + 75$

**c** Erstatt bokstavene i b) med tall slik at verdiene til uttrykkene blir oddetall.

## 308

**a** Fortsett tallfølgen: 18, 27, 36, 45, …

Avgjør om tallene i denne tallfølgen er delelig med 9: 108, 117, 126, 135, 144,…

Kan man bestemme om et tall er delelig med 9 ved kun å se på de siste sifrene i tallet? Hva kan delelighet med 9 være avhengig av?

Skriv ned noen tall som er delelig med 9 og noen som ikke er delelig med 9. Legg sammen alle sifrene i hvert tallene. Kan du formulere en hypotese på grunnlag av det du ser?

Summen av alle sifrene i et naturlig tall kalles **tverrsummen** til tallet.

> ***9-regelen***
>
> *Et naturlig tall er **delelig med 9** hvis tverrsummen er delelig med 9.*
>
> *Et naturlig tall er **ikke delelig med 9** hvis tverrsummen ikke er delelig med 9.*

**b** Forklar regelen ved å bruke et konkret tall.

**Line** valgte tallet 783 og skrev følgende:

$$783 = 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3 = 7 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 3 =$$
$$= (7 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + 7 + 8 + 3 = \ldots$$

Forklar utregningen.

Avgjør om verdien til uttrykkene **$7 \cdot 99 + 8 \cdot 9$** og **$7 + 8 + 3$** er delelig med 9. Hva er sammenheng mellom den siste summen og tallet 783?

**c** Gjør liknende med tallene 7 164 og 5 476.

Sammenlikn med følgende:

$7\,164 = (7 \cdot 999 + 1 \cdot 99 + 6 \cdot 9) + (7 + 1 + 6 + 4)$

$5\,476 = (5 \cdot 999 + 4 \cdot 99 + 7 \cdot 9) + (5 + 4 + 7 + 6)$

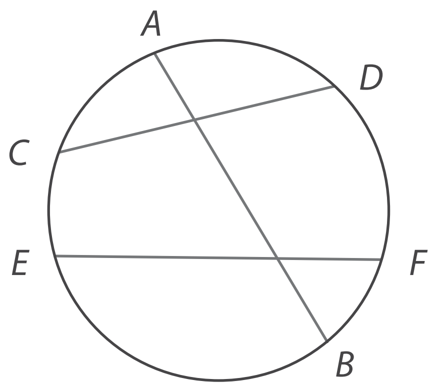
Avgjør om tallene over er delelig med 9.

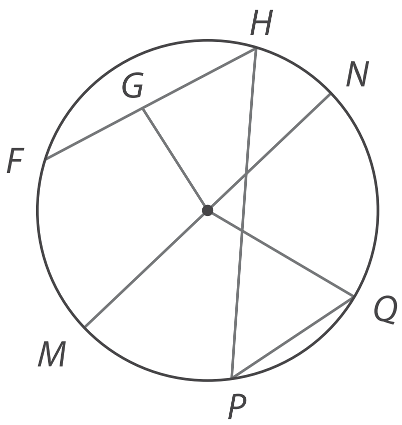
**d** Finn multipler av 9 blant tallene i rammen.
Sjekk ved å utføre divisjon.

| | | |
|---|---|---|
| 5 121 | 64 584 | 12 345 |
| 59 734 | 63 054 | 223 344 |

## 309

**a** Finn en felles egenskap for linjestykkene *AB*, *CD* og *EF* på tegningen til venstre.




*En* ***korde*** *er et linjestykke mellom to punkt på en sirkel.*

Hvilke av linjestykkene på tegningen til høyre er korder? Skriv ned navnene.

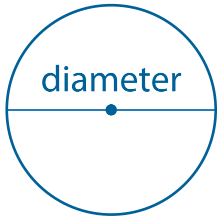
**b** Tegn en sirkel med radius 3 cm, og prøv å tegne korder med disse lengdene:

2 cm  6 cm  8 cm

Klarte du det? Hvis ikke – hva var det som ikke gikk? Hvorfor gikk det ikke?

**c** Se på den lengste korden du fikk til å tegne. Hvordan er den plassert?

*En korde som går gjennom sentrum i en sirkel kalles en* ***diameter****.*




Hvor mange ganger lengre enn radiusen er diameteren til en sirkel?

**d** Tegn en sirkel med radius 4 cm. Hvor lang er diameteren til sirkelen?

Er det mulig å tegne korder med disse lengdene? I så fall, gjør det. Hvis det ikke er mulig, begrunn hvorfor.

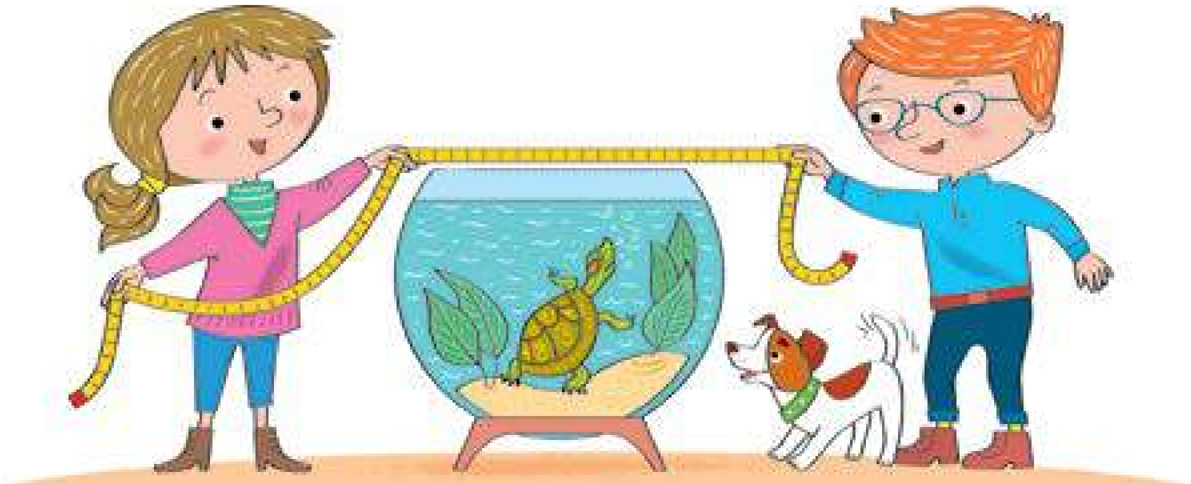
20 mm 5 cm 8 cm 1 dm

**e** En korde i en sirkel har lengde 20 cm. En korde i en annen sirkel har lengde 10 cm. Er det riktig å si at radius til den første sirkelen er dobbelt så lang som radius til den andre?

Vil svaret endres hvis ordet «korde» byttes ut med «diameter»?

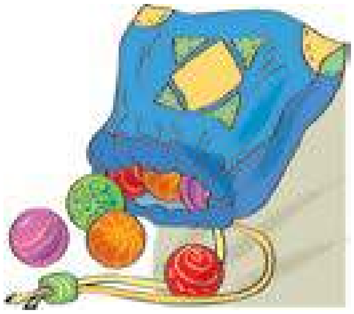
**f** I en sirkel er det mulig å tegne en korde på 2 cm, men ikke en på 6 cm. Hva kan radius og diameter til denne sirkelen være?

Kall radius for $r$ og diameter for $d$, og skriv svaret ved hjelp av to sammensatte ulikheter.



## 310

**a** Les oppgaven.



Erik har en pose med klinkekuler. Hvis han teller dem med 2, 3, 5 eller 7 om gangen, får han én kule til overs. Hva mange kuler er det i posen hvis det er snakk om færre enn 300?

Tenk deg at én kule tas ut av posen. Hva er da sammenhengen mellom antallet som er igjen i posen og tallene 2, 3, 5 og 7?

Løs oppgaven.

**b** Hva blir annerledes hvis tallet 300 byttes ut med 500? Løs den nye oppgaven.

**c** Sammenlikn denne oppgaven med de forrige:

En familie har plukket epler i hagen sin. Hvis eplene fordeles likt i 10, 12 eller 15 esker, blir det alltid 9 epler igjen. Hvor mange epler har de plukket hvis antallet er tosifret?

Løs oppgaven.

## 311

**a** Skriv et flersifret tall som er delelig med 9. Begrunn valget.

Bytt om rekkefølgen på sifrene. Er det nye tallet er delelig med 9? Begrunn.

Sjekk svaret ved å dele tallet med 9.

**b** Skriv et flersifret tall som ikke er delelig med 9. Bytt om rekkefølgen på sifrene. Er det mulig å gjøre dette på en slik måte at det nye tallet blir delelig med 9? Begrunn.

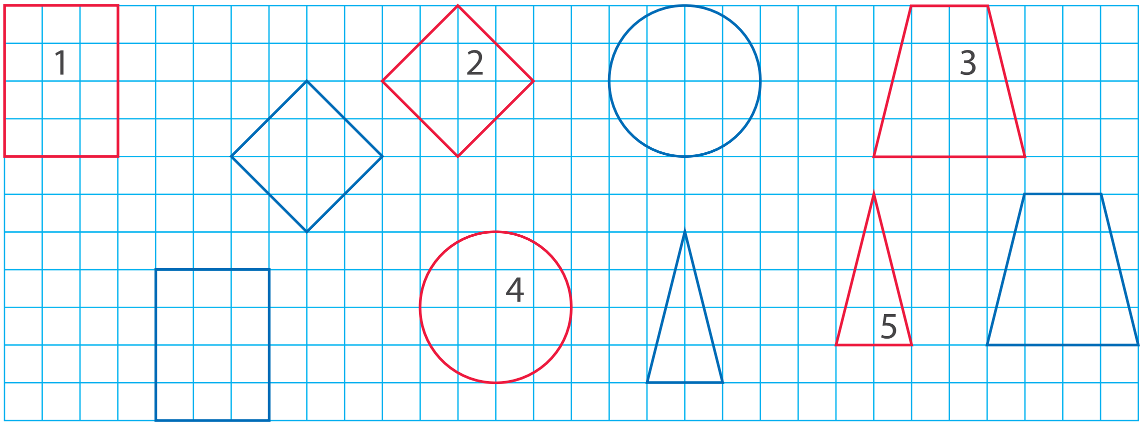
**c** Erstatt ∗ med siffer slik at tallet blir delelig med 9.

**i)** 4 7∗5 **ii)** 41 ∗22 **iii)** ∗10 991 **iv)** 9 97∗ 799 **v)** 77∗ 778

I hvilke tilfeller er det to mulige svar? Begrunn.

## 312

**a** Hver røde figur har blitt parallellforskjøvet, og bildet er tegnet som en blå figur. Beskriv hvor mange ruter og i hvilken retning de røde figurene er forskjøvet.




**b** Tegn et rektangel, en trekant og et kvadrat. Parallellforskyv:

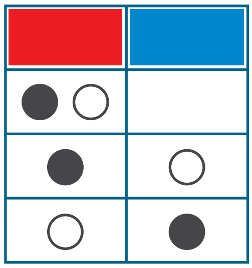
- rektangelet 4 ruter til venstre og 3 ruter ned
- trekanten 2 ruter til høyre og 5 ruter opp
- kvadratet 1 rute ned og 7 ruter til venstre

## 313

**a** Les oppgaven og legg merke til tabellen.

Vi har en rød og en blå eske, og en hvit og en svart kule. På hvor mange måter kan kulene plasseres i eskene hvis det er lov å ha én, to eller ingen kuler i en eske?

Er alle mulighetene vist i tabellen? Løs oppgaven.



**b** På hvor mange måter kan tre kuler ● ● ○ plasseres i de to eskene? Lag en tabell som viser alle mulige måter kulene kan plasseres på.

**c** Tre kuler med ulike farger skal plasseres i tre esker med ulike farger. På hvor mange måter kan dette gjøres hvis:

**i)** det skal være én kule i hver eske? **ii)** det kan være 0, 1, 2 eller 3 kuler i en eske?

## 314

**a** Hvor mange like deler er hver sirkel delt inn i?

Hvor stor del av hver sirkel er fargelagt? Begrunn.

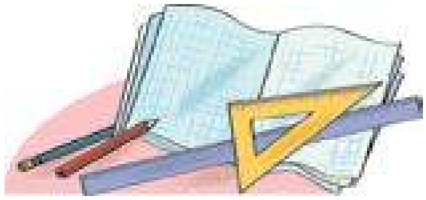
**b** Tegn et linjestykke *AB* på 12 cm. Tegn nye linjestykker som utgjør:

**i)** halvparten av *AB*

**ii)** en tredel av *AB*

**iii)** en seksdel av *AB*

**iv)** en tolvdel av *AB*



Velg navn til linjestykkene og skriv ned lengdene.

**c** Tegn et kvadrat med side 4 cm og fargelegg en firedel av kvadratet. Finn arealet av det fargelagte området.

**d** Tegn et rektangel med sider 6 cm og 4 cm. Fargelegg to tredeler av rektangelet. Finn arealet av det fargelagte området.

## 315

**a** Hvilke av tallene i rammen er delelig med 9?
Er tallene du valgte også delelig med 3?

| | | |
|---|---|---|
| 468 | | 17 523 |
| | 2 364 | |
| 1 001 001 | | 435 237 |

**b** Finn ut om tallene 2 364, 1 001 001 og 435 237 er delelig med 3.

Hvordan kan man finne ut om et tall er delelig med 3 eller ikke?

Velg noen tall som er delelig med 3 og noen tall som ikke er delelig med 3, og sjekk om du tenkte riktig.

**c** Forklar denne utregningen:

$$
\begin{aligned}
2\,364 &= 2 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 4 \\
&= 2 \cdot (999 + 1) + 3 \cdot (99 + 1) + 6 \cdot (9 + 1) + 4 \\
&= (2 \cdot 999 + 3 \cdot 99 + 6 \cdot 9) + (2 + 3 + 6 + 4)
\end{aligned}
$$

Er verdiene til uttrykkene **$2 \cdot 999 + 3 \cdot 99 + 6 \cdot 9$** og **$2 + 3 + 6 + 4$** delelig med 3? Hva kan du da si om tallet 2 364?

Har du et forslag til en hypotese?

***3-regelen***

*Et naturlig tall er **delelig med 3** hvis tverrsummen er delelig med 3.*

*Et naturlig tall er **ikke delelig med 3** hvis tverrsummen ikke er delelig med 3.*

**d** Bruk 3-regelen og finn tallene som er delelig med 3.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 252 | 525 252 | 73 482 | 1 726 353 |
| 77 777 | 888 888 | 401 877 | 304 060 |

Hvilke av de tallene du valgte er også delelig med 9?
Sjekk svaret ved å dele.

**e** Erstatt ∗ med siffer slik at tallet blir delelig med 3.

i 4∗28

ii 10∗24

iii ∗1 345

iv 53∗01

v ∗10 407

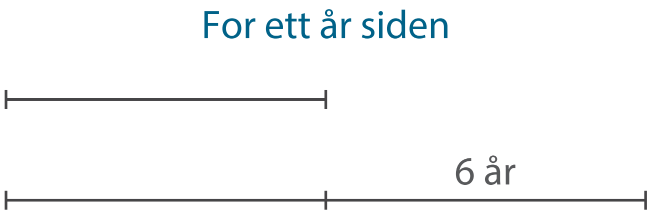
vi ∗33∗

Hvor mange ulike løsninger finnes i hvert tilfelle?

## 316

**a** Løs oppgaven aritmetisk. Hvis du står fast, ta en titt på modellen.

Hannah er 6 år eldre enn Julie. For ett år siden var Hannah dobbelt så gammel som Julie. Hvor gamle er de nå?




**b** Løs oppgaven i a) algebraisk.

Hvis du står fast, start med å kalle alderen til Julie for $x$. Hva står da disse uttrykkene for?

| | | |
|---|---|---|
| $x + 6$ | $x - 1$ | $x + 6 - 1$ |

Hva er sammenhengen mellom de to siste uttrykkene ifølge oppgaveteksten?

Sett opp en likning og fullfør oppgaven.

Sammenlikn de to måtene å løse oppgaven på.

**c** Løs oppgaven.

En far er 30 år eldre enn sønnen. Om 4 år vil faren være 6 ganger så gammel som sønnen. Hvor gamle er de nå?


## 317

**a** Hvordan pleier vi å dele inn et år?

**b** Hva slags informasjon finner du i tabellen?

| | |
|---|---|
| Januar | 31 |
| Februar | 28 eller 29 |
| Mars | 31 |
| April | 30 |
| Mai | |
| Juni | |
| Juli | |
| August | |
| September | |
| Oktober | |
| November | |
| Desember | |

Skriv av og fyll ut resten av tabellen.

Hvorfor står det to tall ved siden av februar? Når er det 28 dager i februar, og når er det 29?

**c** Del månedene i grupper etter en egenskap som du mener er viktigst. Sammenlikn ditt forslag med det andre har gjort.

**d** I Norge har vi fire årstider: vinter, vår, sommer og høst. Se hvordan månedene er fordelt på årstidene:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Vinter** | Desember | Januar | Februar |
| **Vår** | Mars | April | Mai |
| **Sommer** | Juni | Juli | August |
| **Høst** | September | Oktober | November |

Anta at det er et normalår med 365 døgn. Hvor mange dager er det da til sammen i:

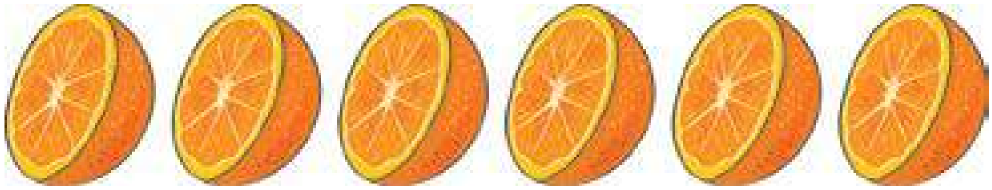
**i)** vintermånedene og sommermånedene?

**ii)** vårmånedene og høstmånedene?

Hvordan endres svaret hvis det er skuddår?
Legg sammen antall dager i vinter-, vår-, sommer- og høstmånedene.
Hva fikk du? Fikk du det du forventet?

## 318

**a** Hvor mange halve appelsiner er det på tegningen?
Hvor mange hele appelsiner er blitt delt?



Hvilket tall får du hvis du legger sammen:

**i)** tolv halvdeler?

**ii)** tjueåtte halvdeler?

**iii)** hundre halvdeler?

**b** Hvor mange halvdeler er det i tre? Hvor mange firedeler er det i tre?
Hvor mange halvdeler er det i sju? Hvor mange firedeler er det sju?

Lag tegninger som viser svaret.

**c** Hvor mange åttedeler er det i:

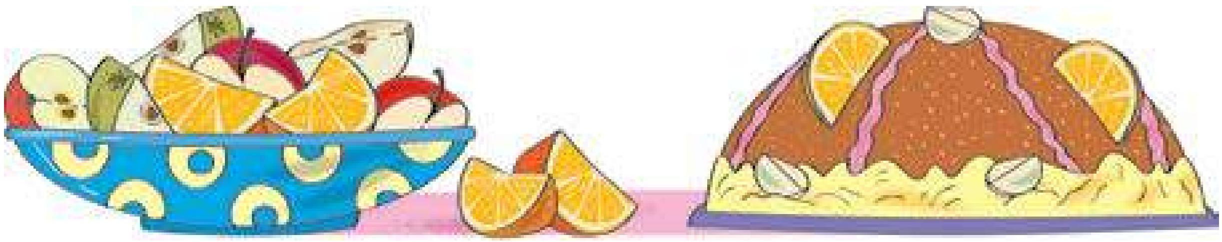
**i)** to hele?

**ii)** en halv?

**iii)** en firedel?

**iv)** tre firedeler?

**d** I en skål er det 20 halve epler, 12 kvarte pærer og 16 kvarte appelsiner. Hvor mange epler, pærer og appelsiner ble delt i biter?



## Fra matematikkens historie

Matematikk deles ofte inn i emner som aritmetikk, algebra, geometri, kombinatorikk osv. Vet du hvor disse ordene kommer fra?

Ordet «aritmetikk» er av gresk opprinnelse. Det stammer fra ordet «arithmos» som betyr tall og ordet «tekhne» som betyr kunst. «Tallkunst» ble høyt verdsatt i antikken.

Ordet «algebra» forbindes med den arabiske matematikeren Mohamed Ibn Musa Al-Khwarizmi som levde i Bagdad på 800-tallet. Et av verkene hans har tittelen "Al-kitab almuhtasar fi hisab al-jabr wa-l-muqabala". Det kan oversettes med "Den sammenskrevne tekst om kalkulasjoner ved al-Jabr og al-Muqabala".

De to ordene al-Jabr og al-Muqabala viser til spesifikke operasjoner for å forenkle likninger. Al-Jabr betyr å gjenoppbygge eller gjøre fullstendig. Al-Khwarizmi brukte ordet om det å flytte et ledd over på den andre siden av likhetstegnet samtidig som man skifter fortegn. Ordet al-Muqabala kan oversettes med sammenlikning og viser til det å trekke fra samme størrelse på begge sider av likhetstegnet.

Ordet al-Jabr har i årenes løp blitt til ordet «algebra». I våre dager brukes ordet også om andre sider ved matematikken enn bare det å løse likninger.

Et annet ord vi har fått fra Al-Khwarizmi er ordet «algoritme». En latinsk oversettelse av en av tekstene hans starter med ordene «Dixit Algorismi» eller «Al-Khwarizmi sier». Dermed kan vi si at ordet stammer direkte fra navnet hans.

Sammenlikn ordet «geometri» med ordene «geografi» og «geologi». Hva er felles? Har du hørt om Gaia? Hun var gudinne av jorden i gresk mytologi. På gresk betyr «ge» land eller jord. Etterstavelsen «-metri» kommer av gresk «metria». Det er avledet av ordet «metron» som betyr mål. Gjett da hva ordet «geometri» betyr.

Tenk selv over opprinnelsen til ordet «kombinatorikk».

# Hjernetrim

1 **a)** Forklar hvorfor resten du får når du deler et tall med 9, er lik resten du får når du deler summen av sifrene med 9. (Tips: se tilbake på oppgave 308.)

**b)** Finn resten når følgende tall deles med 9 (uten å utføre den opprinnelige divisjonen):

i) 779
ii) 2279
iii) 3126
iv) 3825
v) 5597
vi) 2599
vii) 62986
viii) 78787

**c)** Erstatt ∗ med et siffer slik at det som står i tabellen stemmer.

| Tall | Rest når tallet deles med 9 |
|---|---|
| 7∗53 | 2 |
| 84∗38 | 7 |
| 100∗88 | 5 |
| 3 784∗56 | 8 |
| 5 ∗76 5∗3 | 4 |
| 58∗9∗267 | 3 |
| 76 ∗∗1 177 | 6 |

**2** **a)** Skriv ned et tall. Skriv til høyre for dette (uten mellomrom), et tresifret tall som er delelig med 8. Del det nye tallet med 8. Gjør dette for flere tall. Prøv å forklare hvorfor slike tall alltid er delelig med 8.

**b)** Erstatt * med siffer slik at tallene er delelig med 8.

i) 7 *24

ii) 76 45*

iii) 553 3*8

iv) 25 **2

v) 346 *7*

vi) 909 **6

**3** Avgjør om tallet 123 456 789 er et primtall eller et sammensatt tall. Vil svaret endres om du bytter om rekkefølgen til sifrene i tallet?

**4** En kode er satt sammen av sifrene 2 og 3. Det er til sammen sju siffer i koden. Finn koden hvis du vet at det er flere toere enn treere og at det sjusifrede tallet er delelig med både 3 og 4.

**5** Erstatt * i tallet 72 *4* med siffer slik at tallet blir delelig med 45. Finn alle mulige løsninger.

# Test deg selv

1. Lag tre firesifrede partall ved å bruke sifrene 3, 8, 1, og 5. Hvert siffer skal kun brukes én gang.

2. Lag tre sekssifrede oddetall ved å bruke sifrene 0, 5 og 6. Hvert siffer skal brukes to ganger.

3. Finn ut om verdiene til uttrykkene er partall eller oddetall, uten å regne ut.

   a) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$

   b) $9 + 89 + 689 + 4689 + 24689$

   c) $1 + 2 + 3 + \ldots + 99 + 100$

   d) $999 + 998 + \ldots + 902 + 901$

4. Hvis det er mulig, erstatt ∗ med siffer slik at tallene:

   78∗ ∗1∗5 ∗0∗4 12 20∗

   **a)** er delelig med 10.

   **b)** er delelig med 5, men ikke er delelig med 10.

5. **a)** Skriv ned to flersifrede tall som er delelig med 4.

   **b)** Endre det nest siste sifferet i tallene slik at de nye tallene ikke er delelig med 4.

6 Skriv ned to flersifrede tall som er delelig med 9.

7 Skriv ned to flersifrede tall som er delelig med 3, men ikke med 9.

8 Bruk kun sifrene 1 og 2 og lag to femsifrede tall som er delelig med 9.

9 Farten til en båt er 8 ganger så stor som farten til vannet i elven. Båten kjører med strømmen og bruker 3 timer på 54 km. Finn farten til båten og til vannet i elven.

10 En mor er 6 ganger så gammel som datteren. Om ett år vil hun være 5 ganger så gammel. Hvor gamle er de nå?

11 Løs likningene.

a $3(x-1)=2(x+1)$

b $4(y+1)=3(y+2)$

c $5(z-3)=2(z+6)$

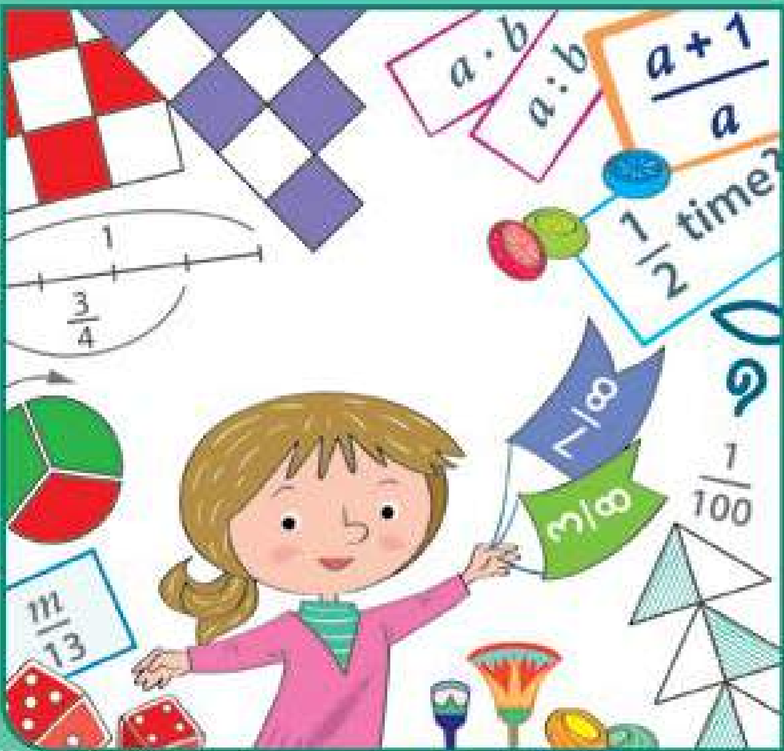
12 Tegn sirkler og merk av sirkelbuer som spenner over vinkler på 40°, 150° og 180°.

13 Tegn en sirkel med radius 3 cm. Hvis det er mulig, tegn korder med disse lengdene:

**2 cm** **3 cm** **5,5 cm** **6,5 cm**

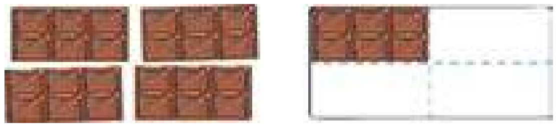
14

# Brøk



## 319

**a** **Amalie** delte en sjokolade i 4 like deler og spiste 3 av delene. Hvor stor del av sjokoladen spiste Amalie?



**Andreas** svarte tre firedeler, og skrev svaret som en brøk: $\frac{3}{4}$. Hadde han rett?

$\frac{n}{m}$ — *Teller*, *Brøkstrek*, *Nevner*

***Nevneren*** *forteller hvor mange like deler helheten er delt opp i.*
***Telleren*** *forteller hvor mange slike deler vi har.*
***Brøkstreken*** *har samme betydning som et deletegn.*

**b** Skriv brøkene med symboler.

**i)** to tredeler **ii)** fire femdeler **iii)** sju tideler **iv)** fem tolvdeler

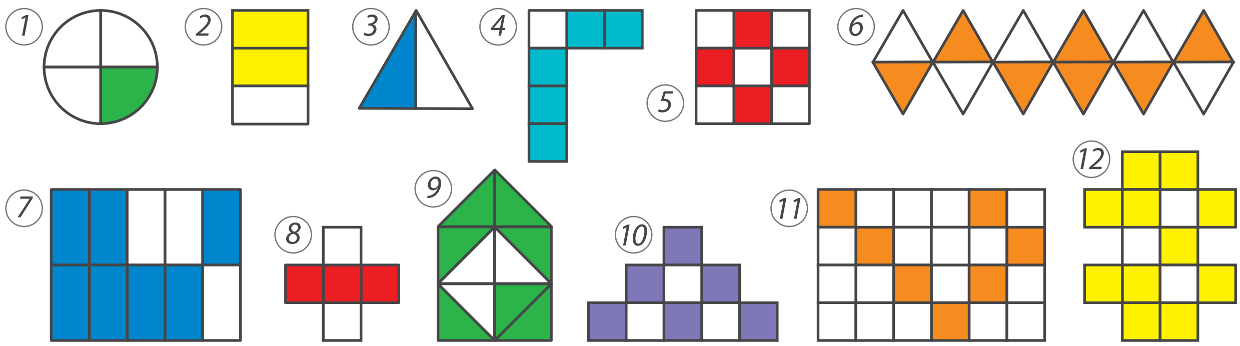
Hva er teller og hva er nevner i hver brøk?

**c** Les brøkene.

$\frac{1}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{8}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{10}{4}$ $\frac{13}{2}$

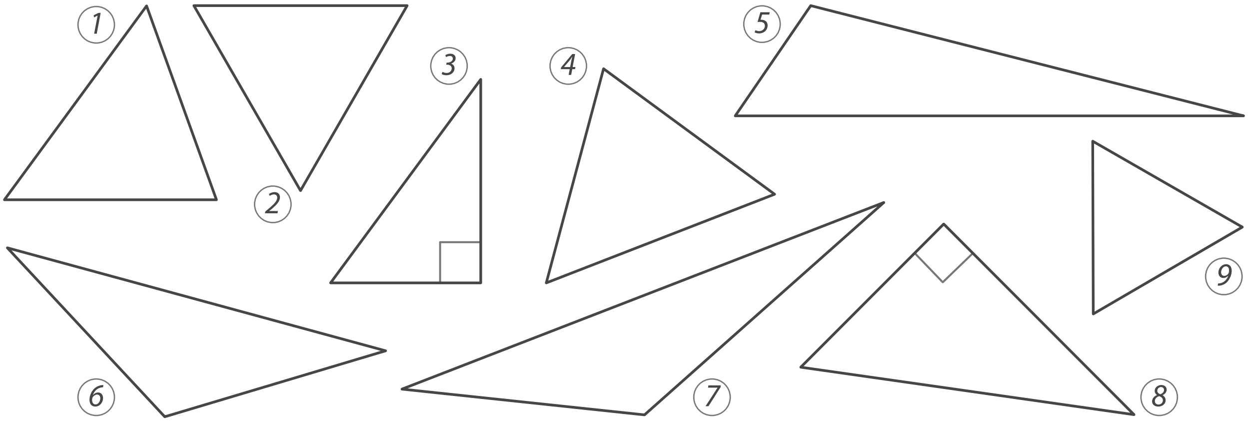
Skriv ned et par egne brøker og la en medelev lese dem.

**d** Hvor stor del av hver figur er fargelagt?



## 320

**a** Hva slags trekanter ser du her? Begrunn.




**b** Tegn:

**i)** en spissvinklet trekant der en av sidene har lengde 4 cm.

**ii)** en rettvinklet trekant der en av vinklene er 30°.

**iii)** en stumpvinklet trekant der en vinkel er 130° og en annen er 45°.

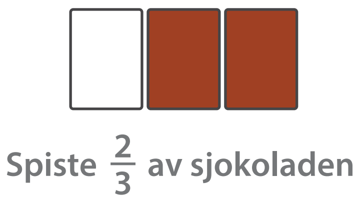
## 321

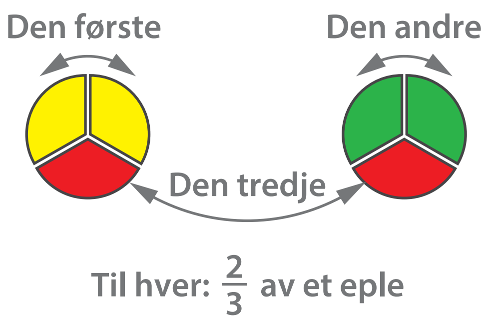
**a** Lag tegninger som passer til oppgavene og løs dem.

**I** Tobias delte en sjokolade i tre like deler og spiste to av dem. Hvor stor del av sjokoladen spiste Tobias?

**II** En mor delte to epler likt mellom de tre barna sine. Hvor mye fikk hvert barn?

**b** Sammenlikn dine tegninger med disse:




Tenk over hvorfor de to oppgavene får samme svar.

**c** Da du løste oppgavene i a) ble du kjent med to ulike sider ved brøk.

> ***1. Brøk som en del av en helhet***
>
> *Brøken $\frac{m}{n}$ får vi ved å dele en helhet i $n$ like store deler og ta $m$ slike deler.*
>
> ***2. Brøk som resultatet av en divisjon***
>
> *Brøken $\frac{m}{n}$ er svaret på divisjonen $m : n$.*

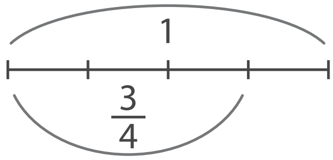
Kan $m$ være lik null? Hva blir verdien til brøken da? Begrunn.

**d** Finn $\frac{3}{4}$ av et linjestykke ved å tegne.

To elever foreslo å gjøre slik:

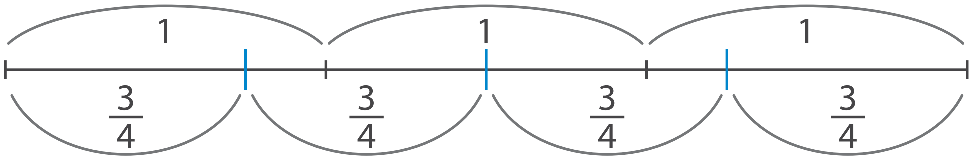
**Henrik:**

- Tegn et linjestykke.
- Del det i 4 like store deler.
- Ta 3 av delene.




**Veronika:**

- Tegn tre like lange linjestykker etter hverandre.
- Del det totale linjestykket i 4 like deler.
- Hver av de 4 delene viser tre firedeler av et linjestykke på 1.




Hvilken måte liker du best?

**e** Bruk tegning (linjestykker eller andre geometriske modeller) til å vise disse brøkene:

$$\frac{2}{5} \qquad \frac{5}{6} \qquad \frac{3}{8}$$

## 322

**a** Løs likningene.

**i)** $4x + 7 = x + 79$

**ii)** $120 - 3y = y$

**iii)** $3(z - 1) = z + 33$

**iv)** $3(v - 2) = 2(v + 3)$

**b** Lag en likning der roten er lik største felles faktor for røttene du fikk i a).

**c** Lag en likning der roten er lik minste felles multiplum for røttene du fikk i a)

## 323

**a** Les tekstoppgaven.

Farten til en rulletrapp er 80 cm/s. En gutt går i rulletrappens retning. I en vanlig trapp ville farten hans vært 40 cm/s. Hvor lang tid bruker gutten på å gå hele trappen hvis den er 60 m lang?

Har du sett liknende oppgaver før? Hva kan rulletrappen sammenliknes med?
Løs oppgaven.

**b** Hvilken fart må gutten gå med for å bruke 40 sekunder på hele trappen? Vi antar at rulletrappen og gutten går i samme retning.

**c** Hvilke andre spørsmål kan man stille som handler om bevegelse i en rulletrapp? Lag spørsmål til noen medelever, og la dem svare. Du kan endre tallene hvis du vil.

## 324

**a** Hvilke av tallene i rammen er delelig med 4?
Begrunn.

| | | |
|---|---|---|
| 1 104 | 95 292 | 301 202 |
| 12 300 | 753 952 | 13 400 |

**b** Hvilke av tallene du fant er også delelig med 8?

Hvilke siffer i et tall tror du man må undersøke for å kunne vite om tallet er delelig med 8 eller ikke?

Hvis du står fast, se på dette:

$$1\,104 = 1\,000 + 104$$

$$95\,292 = 95\,000 + 292$$

$$9\,753\,952 = 9\,753\,000 + 952$$

***8-regelen***

*Et naturlig tall er **delelig med 8** hvis tallet som består av de siste tre sifrene er delelig med 8.*

*Et naturlig tall er **ikke delelig med 8** hvis tallet som består av de siste tre sifrene ikke er delelig med 8.*

**c** Hvis det er mulig, erstatt ✱ med et siffer slik at tallet blir delelig med 8.

| | | | |
|---|---|---|---|
| i 7 82✱ | iii 39 7✱0 | v 88 ✱14 | vii 17✱ 152 |
| ii 635 ✱36 | iv 3✱ 744 | vi 987 00✱ | viii 789 ✱00 |

I ett av eksemplene er det ikke mulig å finne et passende siffer. Hvorfor ikke?
I hvilke eksempler kan man velge et hvilket som helst siffer?

## 325

**a** Du husker sikkert at brøken $\frac{m}{n}$ kan skrives som $m : n$.

Kan en brøk være lik et naturlig tall?
Hvis svaret er ja, hva kan du da si om tallene $m$ og $n$?

**b** Finn brøker som er lik et naturlig tall:

$\frac{8}{2}$ $\frac{7}{2}$ $\frac{12}{3}$ $\frac{12}{5}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{20}{5}$ $\frac{20}{15}$ $\frac{24}{8}$ $\frac{28}{7}$ $\frac{45}{10}$ $\frac{45}{9}$ $\frac{108}{8}$ $\frac{108}{12}$

Skriv likheter.

**c** Sett inn passende tall.

**i)** $2 = \frac{10}{\square}$ **iii)** $9 = \frac{9}{\square}$ **v)** $21 = \frac{105}{\square}$ **vii)** $6 = \frac{\square}{\square}$

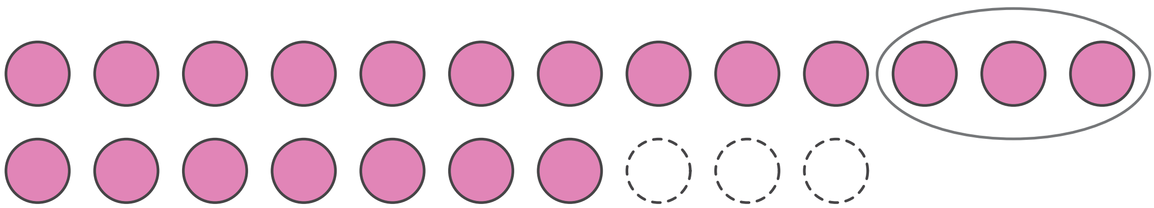
**ii)** $\frac{\square}{3} = 5$ **iv)** $\frac{\square}{5} = 16$ **vi)** $12 = \frac{\square}{12}$ **viii)** $13 = \frac{\square}{\square}$

## 326

**a** Løs oppgaven ved å lage et uttrykk som passer til.

Den eldste søsteren hadde 13 drops, og den yngste hadde 7. Søstrene delte alle dropsene likt mellom seg. Hvor mange fikk hver?

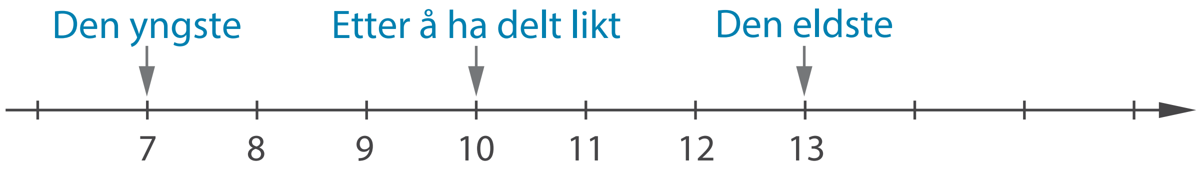
**b** Hvis du står fast, se på tegningen.



**c** Da du løste oppgaven i a) fant du **gjennomsnittet** av tallene 13 og 7.

> *Tallet $m = (a + b) : 2$ er **gjennomsnittet** av tallene $a$ og $b$.*

Studer tegningen nedenfor og prøv å beskrive hva gjennomsnittet av tallene 13 og 7 viser.




**d** Finn gjennomsnittet av tallene.

i 23 og 39

ii 64 og 36

iii 99 og 199

iv 1 og 2

**e** Gjennomsnittet av to naturlige tall $a$ og $b$ er 16. Finn $a$ hvis:

**i)** $b = 5$

**ii)** $b = 26$

**iii)** $b$ er et primtall større enn 23 og mindre enn 30

## 327

**a** Tegn en trekant *ABC* der $\angle C = 90°$, $AC = 6$ cm og $BC = 5$ cm. Hva slags type trekant er det?

**b** Tegn en trekant *DEF* der $DE = 5$ cm, $\angle D = 50°$ og $\angle E = 70°$. Hva slags type trekant er det?

**c** Endre opplysningene til trekant *DEF* slik at det blir en stumpvinklet trekant. Tegn den nye trekanten.

**d** Tegn en trekant *KLM* der $\angle K = 45°$ og $\angle L = 75°$.

Mål $\angle M$ og sammenlikn svaret ditt med svarene til de andre i klassen.

## 328

**a** **Philip** multipliserte tallene 72 og 175 slik:

$$72 \cdot 175 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 7) = (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7) = \ldots$$

Forklar hvordan han tenkte og fullfør utregningen.

**b** Tallene $a$, $b$, $c$ og $d$ har følgende primtallsfaktorisering:

$a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$

$b = 3 \cdot 5 \cdot 5$

$c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$

$d = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

Bruk hoderegning, og finn verdiene til produktene.

i $a \cdot b$

ii $a \cdot d$

iii $b \cdot c$

iv $c \cdot d$

**c** Primtallsfaktoriser tallene: 288 1 875 192 3 125

Bruk resultatet til å finne verdiene til produktene.

i $288 \cdot 1\,875$

ii $1\,875 \cdot 192$

iii $288 \cdot 3\,125$

## 329

**a** En familie på fire delte 6 pærer og 2 appelsiner likt mellom seg. Hvor mange pærer og appelsiner fikk hver?

Lag tegninger som viser hvordan de delte frukten.

Hvorfor fikk de mer enn én pære, men mindre enn én appelsin?

**b** Seks barn delte noen pizzaer, drops og sjokolader likt mellom seg. De fikk $\frac{1}{2}$ pizza, 4 drops og 1 sjokolade hver. Hvor mange pizzaer, drops og sjokolader delte de?

Sammenlikn det opprinnelige antallet pizzaer, drops og sjokolader med antall barn. Lag brøker som viser hvor mye hvert barn får. Hvilken konklusjon kan du trekke?

*Hvis telleren er mindre enn nevneren, er brøken mindre enn én.*
*Hvis telleren er større enn nevneren, er brøken større enn én.*
*Hvis telleren er lik nevneren, er brøken lik én.*

**c** Finn en mulig verdi for bokstaven slik at likheten eller ulikheten blir sann.

**i)** $\frac{a}{5} < 1$ **iv)** $\frac{10}{d} < 1$ **vii)** $\frac{g}{8} < 1 < \frac{h}{8}$

**ii)** $\frac{5}{b} > 1$ **v)** $\frac{e}{12} = 1$ **viii)** $\frac{7}{m} < 1 < \frac{7}{n}$

**iii)** $\frac{c}{8} > 1$ **vi)** $\frac{15}{f} = 1$ **ix)** $\frac{p}{12} > 1 > \frac{q}{12}$

## 330

**a** Løs likningene.

**i)** $12 + x = 52 - x$ **iii)** $3(z - 4) = 2(3 + z)$

**ii)** $5(y - 3) = 3(y + 3)$ **iv)** $2(2v + 1) = 3v + 26$

**b** Bruk svarene fra a) og finn:

**i)** MFM($y$, $z$) **ii)** MFM($x$, $v$) **iii)** SFF($x$, $y$, $v$) **iv)** MFM($x$, $y$, $z$)

**c** Lag to likninger der røttene er sammensatte, men relativt primiske tall. La en medelev løse dem.

## 331

**a** Hva er den viktigste forskjellen mellom brøkene til venstre og brøkene til høyre?

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{9}{16}$ | $\frac{25}{36}$ | | $\frac{5}{3}$ | $\frac{7}{7}$ | $\frac{11}{6}$ | $\frac{27}{10}$ |

Brøkene $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{9}{16}$ og $\frac{25}{36}$ kalles **ekte brøker**.

Brøkene $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{11}{6}$ og $\frac{27}{10}$ kalles **uekte brøker**.

*Hvis telleren er mindre enn nevneren, sier vi at brøken er **ekte**.*
*Hvis telleren er større enn eller lik nevneren, sier vi at brøken er **uekte**.*

Dette betyr at:

- en ekte brøk er alltid mindre enn 1
- en uekte brøk er alltid større enn eller lik 1

**b** Velg verdier for bokstavene slik at brøkene i rammen blir:

i ekte

ii uekte

$\frac{2}{a}$ $\frac{b}{4}$ $\frac{13}{k}$ $\frac{m}{13}$

Finn flere løsninger.

**c** Finn alle ekte brøker der nevneren er mindre enn 5.

**d** Finn tre uekte brøker der nevneren er mindre enn 4.

Kan du skrive ned alle slike uekte brøker som finnes? Begrunn.

**e** Lag en oppgave som handler om å finne alle uekte brøker med en eller annen egenskap. Be noen medelever løse den.

## 332

**a** Les tekstoppgaven.

Farten til vannet i en elv er 2 km/t. En båt bruker 3 timer fra punkt A til punkt B, og 4 timer tilbake fra B til A. Finn farten til båten.

Hvilket av punktene ligger oppstrøms i forhold til det andre?
Hva i opplysningene gir informasjonen om dette?

**b** La $v$ være farten til båten.
Hva er meningen bak disse uttrykkene?

$v + 2 \qquad v - 2 \qquad 3(v + 2)$

Sett opp en likning som passer til oppgaven. Løs likningen, og svar på oppgaven.

**c** Hva må endres i oppgaveteksten hvis likningen $2(v + 3) = 3(v - 3)$ skal passe?

Lag den nye oppgaven og løs den.

## 333

**a** Hvilke av tallene i rammen er delelig med 3?

357 888 1 752 7 575 3 536 9 252

Hvilke av tallene er også delelig med 6?
Prøv å formulere en regel for når et tall er delelig med 6 eller ikke.

***6-regelen***

*Et naturlig tall er* ***delelig med 6*** *hvis tallet er et partall og tverrsummen er delelig med 3.*

*Et naturlig tall er* ***ikke delelig med 6*** *hvis det er enten et oddetall eller tverrsummen ikke er delelig med 3.*

**b** Finn ut om disse tallene er delelig med 3.

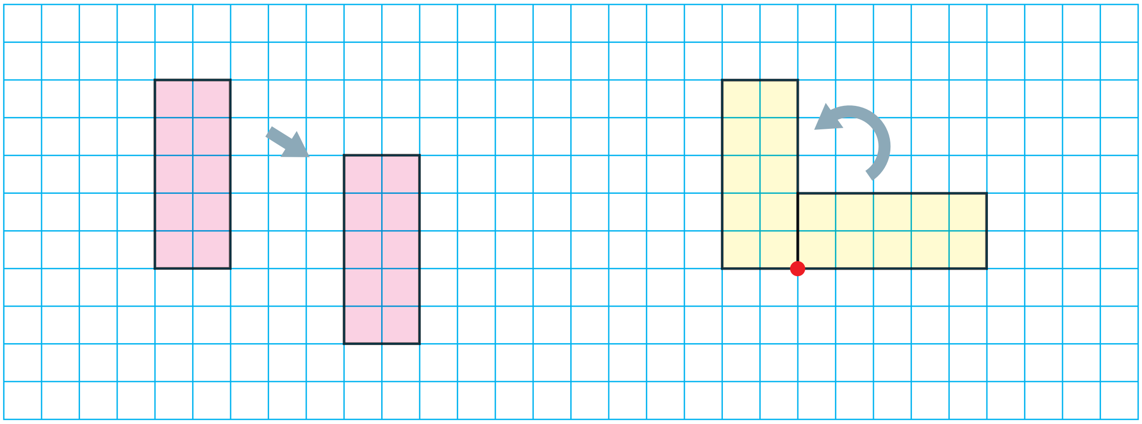
741 13 059 234 567

21 111 111 987 654 321

Er noen av tallene delelig med 6?
Bytt om rekkefølgen på sifrene slik at de nye tallene blir delelig med 6.

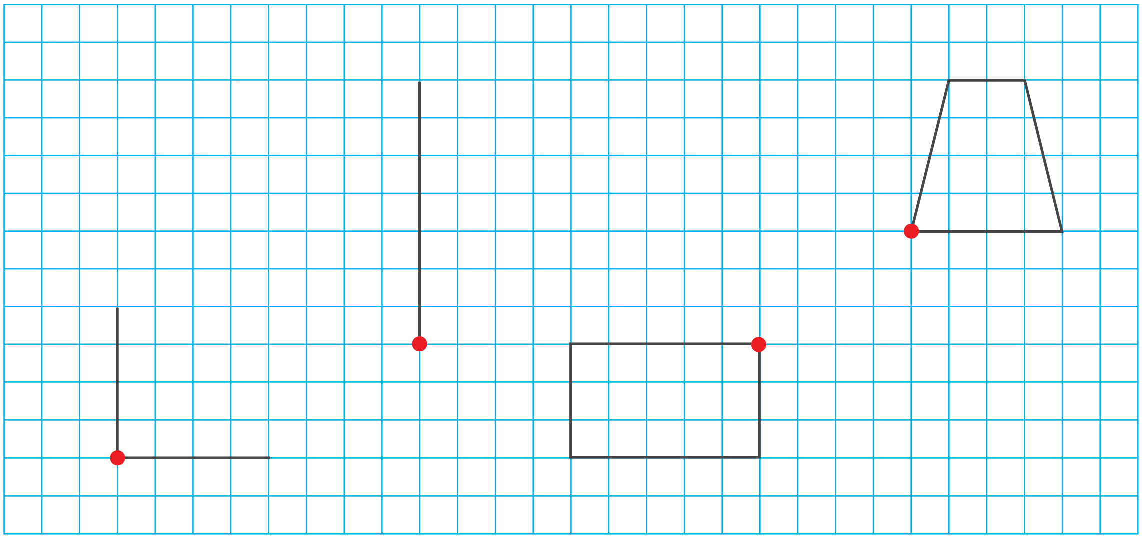
## 334

**a** Hva slags type avbildning er utført på rektangelet til venstre? Hva med det til høyre?



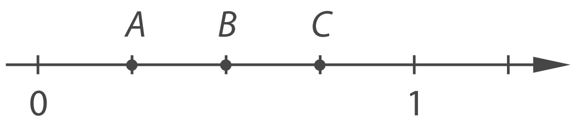
Hvor mange ruter og i hvilken retning er rektangelet til venstre forskjøvet?
Hvor mange grader er rektangelet til høyre rotert om det røde punktet?

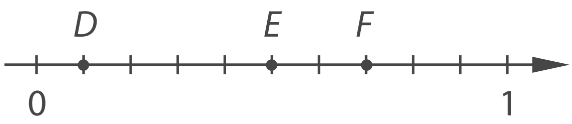
**b** Kopier figurene nedenfor i ruteboken din, og roter hver av dem 90° mot klokka om det røde punktet.



## 335

**a** Hvilke brøker representerer punktene *A*, *B*, *C*, *D*, *E* og *F*?




Hvilke av brøkene kan også skrives som et av disse tallene?

| | | |
|---|---|---|
| 0,5 | 0,1 | 0,7 |

**b** Tegn en tallinje og plasser disse brøkene på riktig sted:

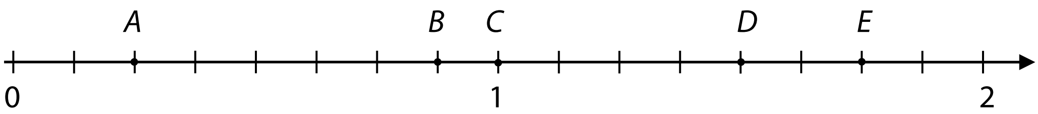
| | | |
|---|---|---|
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{7}{8}$ |

Hvilken enhetslengde vil passe best når du tegner på rutepapir?

**c** Tegn en annen tallinje og plasser disse brøkene:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{5}{6}$ | $\frac{7}{12}$ |

**d** Hva er forskjellig mellom brøkene som svarer til *A* og *B* og brøkene som svarer til *C*, *D* og *E*?




Bestem plasseringen til punktene *A*, *B*, *C*, *D* og *E*.

**e** Tegn en tallinje og sett av punkter som svarer til brøkene.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{4}{3}$ | $\frac{5}{2}$ | $\frac{9}{8}$ | $\frac{5}{4}$ | $\frac{5}{8}$ |

## 336

**a** Løs oppgaven ved å lage et uttrykk som passer til.

Tre brødre plukket sopp. Den ene fant 17 sopper, den andre 22 og den tredje 24. På veien hjem delte de soppene likt. Hvor mange sopper fikk hver?

**b** Løste du oppgaven ved å finne gjennomsnittet av tallene 17, 22 og 24? Altså slik:

$$(17 + 22 + 24) : 3$$

Hvorfor må vi dele med 3 når vi skal finne gjennomsnittet i dette tilfellet?

**c** Finn gjennomsnittet av tallene.

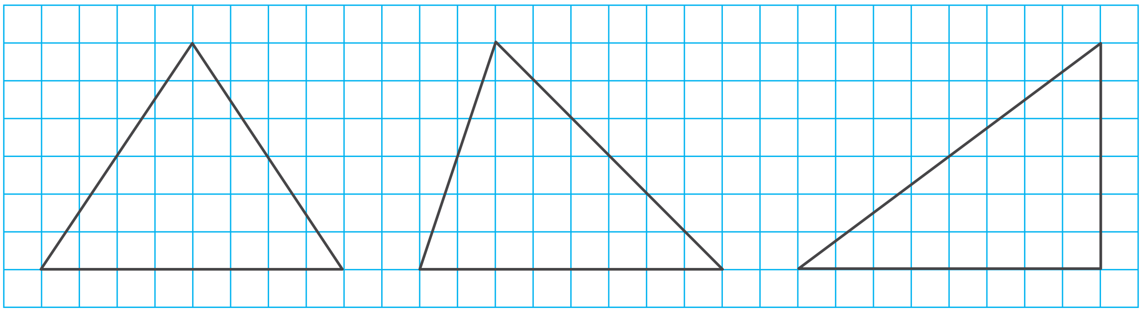
**i)** 57 og 81 **ii)** 38, 47 og 20 **iii)** 15, 21, 29 og 35

**d** Løs tekstoppgaven.

En skoleklasse målte temperaturen hver dag kl. 12.00 i fem dager etter hverandre. Resultatene var 12°, 16°, 14°, 8° og 15°. Hva var gjennomsnittstemperaturen?

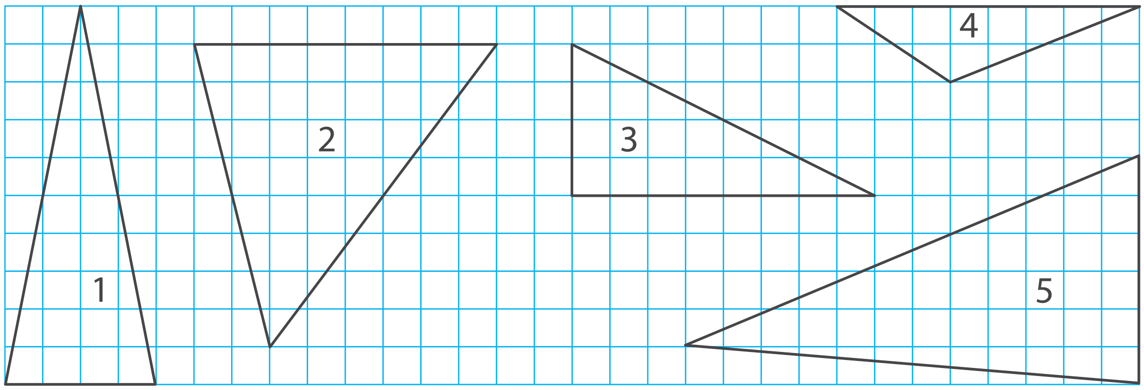
## 337

**a** Hva er likt og ulikt for trekantene?



Forklar hvorfor alle trekantene har samme areal.
Sjekk ved å finne arealet av hver trekant.

**b** Finn arealet av trekantene.




## 338

**a** Hvilke tall er primtallsfaktorisert her?

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ $\qquad$ $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

Hvordan kan du bruke primtallsfaktoriseringen for å finne verdien til 756 : 126?

**Sebastian** gjorde slik: $(\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot \cancel{7}) : (\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{7}) = 2 \cdot 3 = 6$

Hvordan tenkte han? Hvilken egenskap ved kvotienter brukte Sebastian?

**b** Tallene $a$, $b$, $c$ og $d$ har følgende primtallsfaktorisering:

$$a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$$
$$b = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$$
$$c = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$$
$$d = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$$

Bruk hoderegning og finn verdien til: i $a : b$ $\quad$ ii $a : c$ $\quad$ iii $a : d$

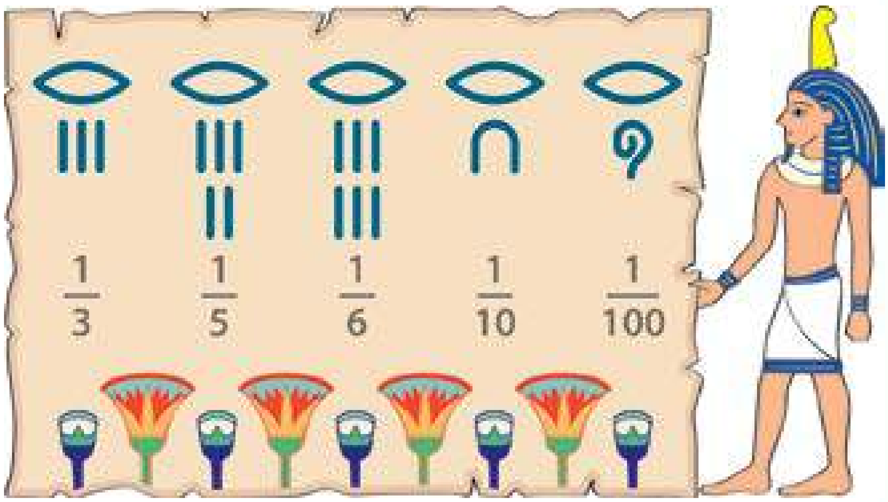
**c** Primtallsfaktoriser disse tallene: 2 016 $\quad$ 224 $\quad$ 63 $\quad$ 288

Bruk resultatet og regn ut: i 2016 : 224 $\quad$ ii 2016 : 63 $\quad$ iii 2016 : 288

## Fra matematikkens historie

Vår måte å skrive brøker på stammer fra 1200-tallet, men folk regnet med brøk lenge før den tid.

De gamle egypterne brukte kun brøker der telleren var 1 (med unntak av to tredeler og en sjelden gang tre firedeler). Slike brøker kalles **stambrøker**. Siden telleren alltid var 1, trengte ikke egypterne ta hensyn til noe annet enn nevneren når de skulle skrive brøkene. Det de gjorde var å sette tallet for nevneren under tegnet av en åpen munn. Her er noen eksempler:




Alle andre brøker skrev egypterne som en sum av ulike stambrøker. Det viser seg nemlig at alle mulige brøker kan uttrykkes som en slik sum. For eksempel:

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

og

$$\frac{7}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

Som du ser er ikke skrivemåten entydig. Summer av ulike stambrøker, kalles **egyptiske brøker**.

## 339

**a** Hvor mange minutter er det i:

i $\frac{1}{2}$ time?

ii $\frac{1}{4}$ time?

iii $\frac{1}{3}$ time?

iv $\frac{1}{5}$ time?

**b** Hvor stor del av en time er:

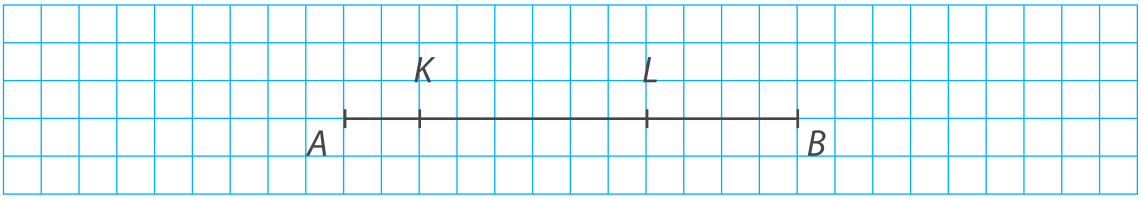
i 40 min?

ii 45 min?

iii 24 min?

Hvis du står fast, bruk svarene fra a).

**c** Linjestykket *AB* står for 1 time.




Hvor mange minutter står disse linjestykkene for?

i *AK*

ii *LB*

iii *AL*

iv *KB*

# Hjernetrim

**1** Bokstavene nedenfor står for naturlige tall. Hvilke av brøkene er ekte og hvilke er uekte? Begrunn svaret.

$\frac{a+1}{a}$ $\quad \frac{b}{b+1}$ $\quad \frac{c-1}{c+1}$ $\quad \frac{4d}{3d}$

$\frac{5e}{7e}$ $\quad \frac{6f}{6f}$ $\quad \frac{100-g}{90-g}$

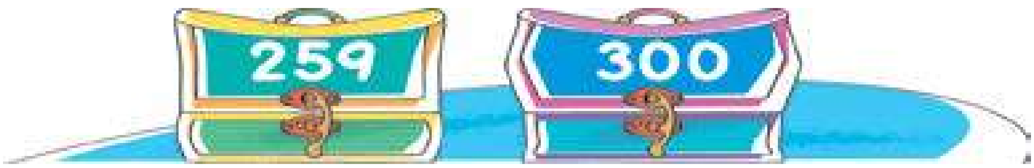
$\frac{2h+1}{5h}$ $\quad \frac{x+y+z}{y+z+x}$ $\quad \frac{10u-1}{7u+1}$

**2** Et tall og en firedel av tallet er til sammen 20. Hva er tallet?

**3** Fem venner spiste opp en sjokoladeplate. Én spiste $\frac{1}{3}$ av sjokoladen, en annen spiste $\frac{3}{8}$ og to spiste $\frac{1}{12}$ hver. Hvor mye spiste sistemann?

**4** **a)** Summen av 5 etterfølgende naturlige tall er 295. Hvilke tall er det snakk om?

**b)** Summen av 4 etterfølgende partall er 300. Hvilke partall er det snakk om?

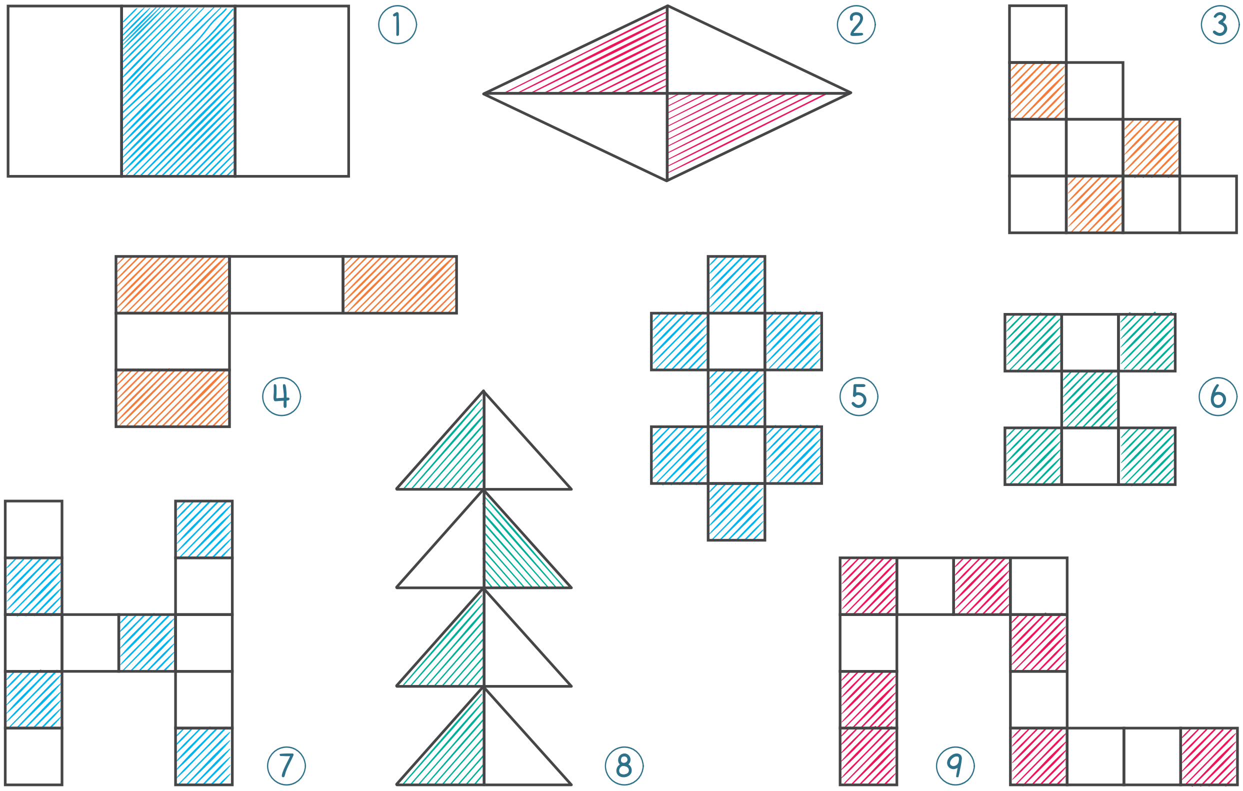


5 De seks gjenværende deltakerne i Idol fikk terningkast 3 i gjennomsnitt av en avis. Fire av deltakerne fikk terningkast 3, 3, 4 og 5. Hva fikk de to siste?

6 Gjennomsnittsalderen i en søskenflokk er 7 år. Den yngste er 3 år, og gjennomsnittsalderen til de andre er 8 år. Hvor mange søsken er det i familien?

# Test deg selv

**1** Hvor stor del av hver figur er fargelagt?




**2** Tegn et linjestykke *AB* som er 12 ruter langt. Tegn nye linjestykker som er:

a $\frac{1}{4}$ av *AB*

b $\frac{2}{3}$ av *AB*

c $\frac{5}{6}$ av *AB*

**3** Fyll inn naturlige tall hvis det er mulig.

a $3 = \frac{\square}{4}$

b $3 = \frac{20}{\square}$

c $\frac{63}{\square} = 7$

d $\frac{\square}{9} = 13$

e $\frac{1000}{\square} = 8$

4 Sorter ekte og uekte brøker i hver sin gruppe.

$\frac{3}{5}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{6}{6}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{20}{19}$ $\frac{202}{203}$ $\frac{10\,101}{11\,000}$

5 Fyll inn naturlige tall slik at ulikhetene blir sanne.

a $\frac{\square}{6} < 1$ b $\frac{5}{\square} \geq 1$ c $\frac{\square}{7} \leq 1$

Hvor mange løsninger er det i hvert tilfelle?

6 Tegn en tallinje og sett av punkter som svarer til brøkene.

$\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{11}{6}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{3}$

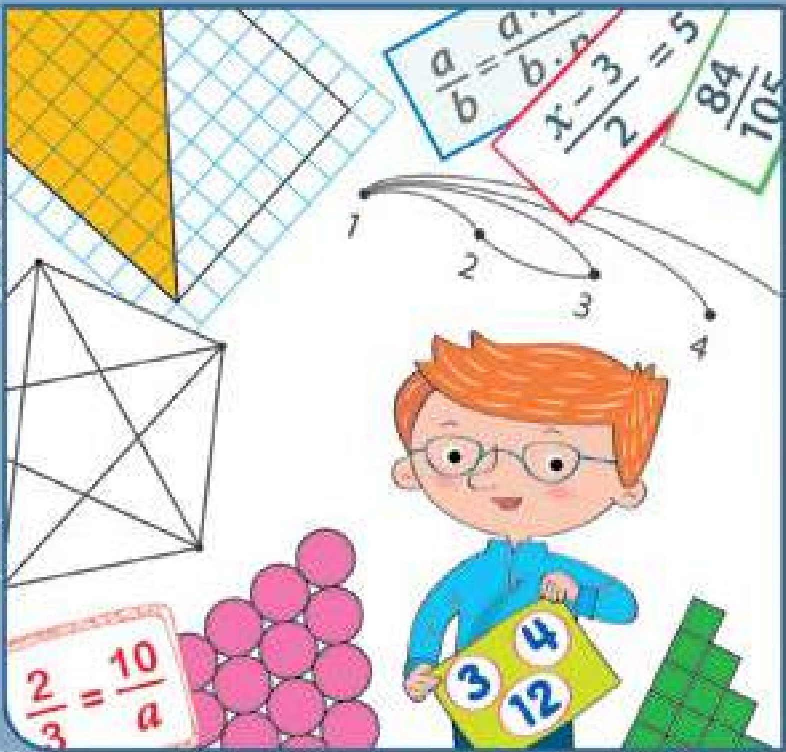
7 Frida plukket 37 epler, Vivian 22, Mira 19 og Kaja 18.
De delte alle eplene likt. Hvor mange epler fikk hver jente?

8 Tegn en trekant $ABC$ der $AB = 7$ cm, $\angle A = 50°$ og $\angle B = 60°$.

9 Tegn en trekant $KLM$ der $\angle L = 110°$, $KL = 5$ cm og $LM = 6$ cm.

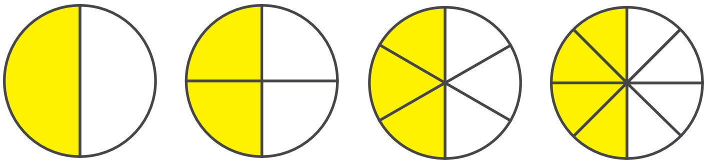
# 15

# Likeverdig brøk



## 340

**a** Hvor mange like deler er hver sirkel delt inn i? Hvor mange slike deler er fargelagt?



Hvor stor del av hver sirkel er fargelagt?

**b** Lag liknende tegninger med sirkler, linjestykker eller andre figurer som illustrerer følgende likheter:

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12} \qquad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} \qquad \frac{1}{5} = \frac{2}{10} \qquad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

La du merke til en felles egenskapen for brøker med samme verdi?

*En brøk kan gjøres om til en brøk med samme verdi ved å multiplisere eller dividere teller og nevner med samme tall (ulik 0).*

*Brøker som har samme verdi kalles **likeverdige brøker.***

**c** Er disse brøkene likeverdige? Begrunn.

**i)** $\frac{2}{3}$ og $\frac{6}{9}$

**ii)** $\frac{5}{8}$ og $\frac{25}{40}$

**iii)** $\frac{18}{12}$ og $\frac{3}{2}$

**iv)** $\frac{12}{9}$, $\frac{16}{12}$ og $\frac{4}{3}$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \quad \text{der } n \neq 0$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a : m}{b : m} \quad \text{der } m \neq 0$$

**d** Finn likeverdige brøker og lag kjeder av likheter.

$\frac{3}{2}$ $\frac{18}{45}$ $\frac{15}{9}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{18}{24}$ $\frac{13}{26}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{21}{14}$

$\frac{3}{4}$ $\frac{40}{24}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{81}{162}$ $\frac{12}{30}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{42}{56}$ $\frac{10}{6}$

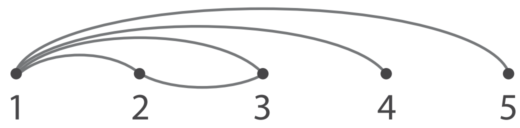
**e** Skriv noen egne ekte og uekte brøker. Be en medelev finne likeverdige brøker til de du skrev.

## 341

**a** Løs oppgaven.

En kiosk selger fem typer iskrem. Jostein vil kjøpe to typer is. Hvor mange ulike valg har han?

**b** Hvis du står fast, kan du bruke denne modellen.
Tegn den av og gjør den ferdig.




**c** Hvordan vil modellen og svaret endres hvis kiosken har seks typer iskrem, og Jostein fortsatt vil kjøpe to typer?

Løs den nye oppgaven.

## 342

**a** Hvilke av disse tallene er delelig med 3?

2 181 2 728 40 130 66 444

Hvilke av dem er delelig med 4?

Er et av tallene delelig med 12? Hvordan kan du finne dette tallet?


**b** Formuler en regel for når et tall er delelig med 12, og skriv ned et par flersifrede tall som er delelig med 12.

Sjekk svaret ved å dele med 12.

**c** Hvis det er mulig, erstatt ∗ med et siffer slik at tallet blir delelig med 12.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **i)** 5∗6 | **iii)** ∗∗14 | **v)** 86 86∗ | **vii)** 1 111 11∗ |
| **ii)** 7 77∗ | **iv)** ∗1 2∗3 | **vi)** 500 ∗00 | **viii)** 3 624 48∗ |

Hvis det finnes flere løsninger, finn alle.
Hvis det ikke finnes noen løsning, begrunn hvorfor ikke.

## 343

**a** Fyll inn tall som passer:

$$\frac{4}{5} = \frac{\square}{15} \qquad \frac{8}{3} = \frac{48}{\square}$$

Forklar hvordan du fant tallene.

*Når vi multipliserer teller og nevner i en brøk med samme tall, sier vi at vi **utvider brøken**.*

**b** Fyll inn tall som passer:

**i)** $\frac{5}{2} = \frac{10}{\square}$ **iii)** $\frac{5}{\square} = \frac{24}{36}$ **v)** $\frac{5}{12} = \frac{\square}{72}$ **vii)** $\frac{\square}{9} = \frac{48}{36}$

**ii)** $\frac{9}{4} = \frac{63}{\square}$ **iv)** $\frac{7}{4} = \frac{\square}{32}$ **vi)** $\frac{4}{10} = \frac{64}{\square}$ **viii)** $\frac{6}{20} = \frac{\square}{500}$

**c** Hvis det er mulig, finn en brøk som er likeverdig med $\frac{5}{6}$ og der nevneren er:

i 18 ii 20 iii 42 iv 56 v 144

Hvorfor er det ikke mulig i alle tilfellene?

**d** Hvilke tall kan stå som nevner i brøker som er likeverdige med $\frac{8}{15}$? Lag noen slike brøker.

**e** Finn en likeverdig brøk til:

i $\frac{7}{16}$ ii $\frac{21}{35}$ iii $\frac{11}{15}$ iv $\frac{96}{36}$

Lag to egne brøker og finn likeverdige brøker til dem.

## 344

**a** Løs oppgaven – legg merke til modellen.

Farten til vannet i en elv var 1 km/t, og farten til en båt var 13 km/t. Båten kjørte først 1 time med strømmen i elven og deretter 2 timer på en stille innsjø som elven rant ut i. Hvor langt kjørte båten?


**b** Hvis du står fast, tenk over når vannet virker inn på båtens bevegelse og når det ikke gjør det.

**c** Anta at båten snudde og kjørte 3 timer i motsatt retning, med samme farten som i a). Hvor mye kortere enn i sted kjørte båten?

## 345

**a** Sammenlikn likningene.

Vil de ha samme løsning? Begrunn.

$$(x - 3) : 2 = 5 \qquad \frac{x-3}{2} = 5$$

**b** Løs likningene.

Begynte du å løse den siste likningen slik?

$$\frac{x-3}{2} = 5$$
$$(x - 3) : 2 = 5$$
$$x - 3 = 5 \cdot 2$$
$$\ldots$$

**c** Løs likningene.

**i)** $\frac{y+3}{2} = 5$ **iii)** $\frac{u-14}{5} = 4$ **v)** $\frac{63 - p + 47}{13} = 8$

**ii)** $\frac{37-z}{3} = 12$ **iv)** $\frac{47-v}{9} = 5$ **vi)** $\frac{15 + q + 35 + q}{8} = 9$

**d** Finn røttene i c) som er lik:

SFF(78, 90)  SFF(102, 68)  SFF(32, 125)  SFF(91, 126)

## 346

**a** Hvilke av disse brøkene kan erstattes med et naturlig tall? Begrunn.

$\frac{2}{6}$  $\frac{12}{3}$  $\frac{7}{2}$  $\frac{14}{4}$  $\frac{54}{6}$  $\frac{11}{11}$  $\frac{104}{13}$  $\frac{100}{8}$  $\frac{375}{25}$

**b** Lag noen brøker som har samme verdi som:

i **1**  ii **5**  iii **7**  iv **12**

Var det vanskelig å finne slike brøker?
Hvilken konklusjon kan du trekke?
Er du enig med dette?

*Ethvert naturlig tall kan skrives som brøk på uendelig mange måter.*

**c** Forklar kjedene av likheter.

**i)** $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \ldots$

**ii)** $\frac{5}{5} = \frac{10}{6} = \frac{15}{19} = \frac{20}{12} = \ldots$

**d** Lag liknende kjeder for $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ og $\frac{7}{2}$ og for et par brøker som du velger selv.

Hvilken konklusjon kan du trekke?

Er du enig med dette?

*Til enhver brøk finnes det uendelig mange likeverdige brøker.*

**e** Fyll inn tall som passer.

**i)** $5 = \frac{\square}{9} = \frac{60}{\square}$

**ii)** $9 = \frac{63}{\square} = \frac{\square}{20}$

**iii)** $\frac{2}{5} = \frac{\square}{40} = \frac{42}{\square} = \frac{\square}{\square}$

**iv)** $\frac{4}{7} = \frac{12}{\square} = \frac{\square}{91} = \frac{\square}{\square}$

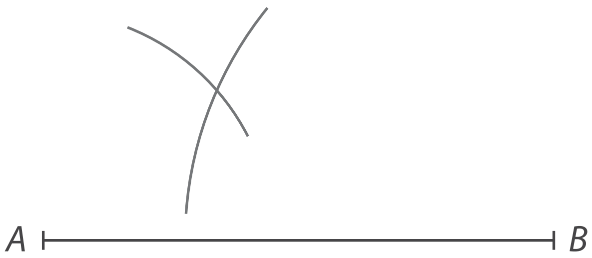
**v)** $\frac{8}{3} = \frac{\square}{39} = \frac{96}{\square} = \frac{\square}{\square}$

**vi)** $\frac{13}{9} = \frac{91}{\square} = \frac{\square}{117} = \frac{\square}{\square}$

## 347

**a** En trekant skal ha sider lik linjestykkene *AB*, *BC* og *AC*. Prøv å tegne trekanten ved hjelp av passer og linjal.


**b** Hvis du står fast, se på tegningen nedenfor. Forklar hva som ligger bak tegningen og hvorfor den kan hjelpe deg.




Når vi tegner og kun bruker passer og linjal som redskaper, sier vi at vi **konstruerer**.

**c** Konstruer en trekant *DEF* der *DE* = 5 cm, *EF* = 4 cm og *FD* = 3 cm.

**d** Konstruer en trekant der:

**i)** den ene siden er 7 cm og de andre to er 5 cm.

**ii)** omkretsen er 17 cm og to av sidene er 7 cm.

**iii)** sidene er 3,5 cm, 5,5 cm og 4 cm.

**e** Konstruer en trekant med tre like lange sider. Velg sidelengden selv.

## 348

**a** Løs oppgaven algebraisk.

En mor er 9 ganger så gammel som sønnen. Om 3 år vil moren være 5 ganger så gammel som sønnen. Hvor gamle er de nå?

**b** Hvis du står fast, la $x$ stå for alderen sønnen har nå, og prøv å gi mening til de andre uttrykkene i tabellen.

| | |
|---|---|
| $x$ | $x + 3$ |
| $9x$ | $9x + 3$ |

Se på uttrykkene i den høyre kolonnen. Hva er sammenhengen mellom disse ifølge oppgaveteksten?

Sett opp en likning og løs oppgaven.

**c** Når vil moren være 4 ganger så gammel som sønnen?

**d** Sammenlikn denne oppgaven med den i a):

En far er 32 år eldre enn datteren. For ett år siden var han 5 ganger så gammel som datteren. Hvor gamle er de nå?

Løs oppgaven.

## 349

**a** Finn gjennomsnittet av tallene.

**i)** 9, 21 **ii)** 3, 26, 13 **iii)** 9, 0, 9, 34 **iv)** 17, 4, 21, 16, 12

**b** Datasettene i i) og ii) er blitt endret:

9, 0, 21 0, 3, 0, 26, 0, 13, 0

Vil gjennomsnittet bli et annet? I så fall, forklar hva som vil skje med gjennomsnittet. Finn gjennomsnittet av de nye tallene.

**c** Føy noen nuller til tallene 17, 4, 21, 16 og 12 slik at det nye gjennomsnittet blir 7.

**d** Finn gjennomsnittet av tallene:

0, 0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0, 7, 0, 8, 0

Ta bort så mange nuller som nødvendig for at gjennomsnittet av de nye tallene skal bli 3.

**350**

**a** Hvordan er denne kjeden av likheter laget?

$$\frac{36}{48} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

Dette kalles å **forkorte brøker**.

Hva er ideen bak forkorting av brøk?
Hva kalles det motsatte av å forkorte en brøk?

**b** Kan $\frac{3}{4}$ forkortes?

Når vi forkorter brøker, skriver vi slik:

$$\frac{\overset{3}{\cancel{36}}}{\underset{4}{\cancel{48}}} = \frac{3}{4} \quad \text{eller} \quad \frac{36}{48} = \frac{36:12}{48:12} = \frac{3}{4}$$

**c** Forkort brøkene så mye som mulig.

**i)** $\frac{6}{10}$ **iii)** $\frac{15}{24}$ **v)** $\frac{26}{39}$ **vii)** $\frac{128}{32}$

**ii)** $\frac{15}{9}$ **iv)** $\frac{45}{15}$ **vi)** $\frac{54}{81}$ **viii)** $\frac{108}{32}$

Fikk du noen brøker der nevneren var 1? Hva er spesielt med slike brøker?

**d** Tre brøker ble forkortet slik:

$$\frac{a}{30} = \frac{3}{5} \qquad \frac{54}{b} = 3 \qquad \frac{g}{h} = \frac{9}{2}$$

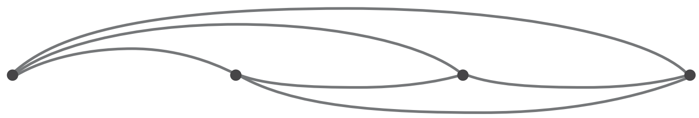
Finn $a$ og $b$.
Foreslå noen verdier for $g$ og $h$.

**e** Skriv ned tre brøker og be en medelev forkorte dem.

## 351

**a** Løs oppgaven. Bruk modellen nedenfor hvis du trenger det.

Fire elever har kvalifisert seg til en matematikkonkurranse, men bare to kan delta. Det skal trekkes lodd om hvem det blir. Hvor mange ulike resultater kan loddtrekningen gi?



**b** På hvor mange måter kan man velge to personer av en gruppe på fem?
På hvor mange måter kan man velge to av seks? To av sju?

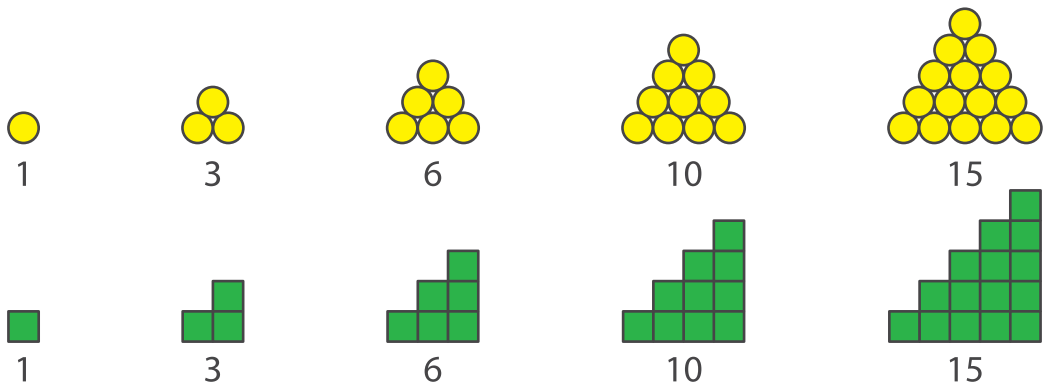
**c** Fikk du 6, 10, 15 og 21 som svar på de forrige oppgavene?

Finn et mønster og fortsett denne tallfølgen: 6, 10, 15, 21, …
Hvilke naturlige tall passer det å skrive til venstre for 6?

**d** Tallene 1, 3, 6, 10, 15, 21 kalles **trekanttall**.

> ***Trekanttall*** *er tall som inngår i tallfølgen 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, …*

Se på de to figurseriene og forklar hvorfor disse tallene kalles trekanttall.




Velg den ene figurtypen og lag tegninger som viser de to neste trekanttallene.

**e** Lag en kombinatorisk oppgave med trekanttall til svar.

## 352

**a** Skriv ned tre naturlige tall som er delelig med både 3 og 5.
Hvilket annet tall (større enn 1) er tallene du skrev delelig med?

Formuler en regel for når et tall er delelig med 15.

**b** Bruk sifrene 1, 3, 5, 7 og 8 én gang hver og lag tre femsifrede tall som er delelig med 15.

**c** Kan du lage et femsifret tall som er delelig med 6 ved å bruke sifrene 1, 3, 5, 7 og 8 én gang hver? Hva med et som er delelig med 12?

Skriv slike tall hvis du kan.

**d** Formuler en regel for når et tall er delelig med 45, og lag en oppgave som handler om regelen. La en medelev løse oppgaven.

## 353

**a** Forkort brøken.

$$\frac{36}{60}$$

Hvilket tall delte du 36 og 60 med? Vi sier at brøken $\frac{36}{60}$ kan forkortes med 12.

Er du enig i at SFF(36, 60) = 12?

**b** Forkort brøkene.

i $\frac{84}{105}$ ii $\frac{135}{45}$ iii $\frac{39}{104}$

Hvilket tall delte du teller og nevner med i hvert tilfelle?

*Det største tallet som en brøk kan forkortes med, er største felles faktor for teller og nevner.*

**c** Finn:

SFF(75, 125)   SFF(108, 72)   SFF(98, 112)   SFF(121, 88)

Bruk svarene og forkort brøkene så mye som mulig:

**i)** $\frac{75}{125}$   **iii)** $\frac{98}{112}$   **v)** $\frac{72}{108}$   **vii)** $\frac{88}{121}$

**ii)** $\frac{108}{72}$   **iv)** $\frac{121}{88}$   **vi)** $\frac{125}{75}$   **viii)** $\frac{112}{98}$

**d** SFF($m$, $n$) = 14. Da brøken $\frac{m}{n}$ ble forkortet så mye som mulig, fikk man $\frac{5}{8}$ til svar.
Finn verdiene til $m$ og $n$.

**e** 9 ≤ SFF($a$, $b$) ≤ 13. Da brøken $\frac{a}{b}$ ble forkortet så mye som mulig, fikk man $\frac{12}{7}$ til svar.
Hva kan brøken $\frac{a}{b}$ ha vært?

## 354

**a** Løs tekstoppgaven.

En båt hadde en fart på 14 km/t. Den kjørte først 2 timer med strømmen i ei elv og deretter 3 timer på innsjøen som elven rant ut i. Til sammen kjørte båten 74 km. Hva var farten til vannet i elven?

**b** Hvis du står fast, finn først ut hvor langt båten kjørte på innsjøen. Kan du nå finne ut hvor langt den kjørte på elven?

**c** En båt med samme fart som i a) kjørte først 3 timer på innsjøen og deretter 2 timer opp elven, mot strømmen. Hvor langt kjørte båten til sammen?

**d** Lag en tekstoppgave der man enten må finne farten til vannet i en elv eller farten til en båt. Be en medelev løse oppgaven.

## 355

**a** Har disse likningene samme løsning? Begrunn.

$$24 : (x - 1) = 8 \qquad \frac{24}{x-1} = 8$$

Finn løsningen.

**b** Løs likningene.

**i)** $\frac{40}{a-1} = 5$ **ii)** $\frac{80}{b+1} = 5$ **iii)** $\frac{96}{33-c} = 8$ **iv)** $\frac{112}{44-d} = 7$

**c** Bruk svarene fra b) og finn:

**i)** MFM($a$, $b$) **ii)** MFM($c$, $d$) **iii)** MFM($a$, $c$, $d$)

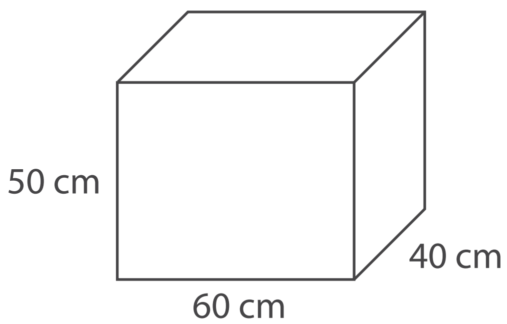
**d** Erstatt først høyre side i likningen med et tall slik at løsningen blir et naturlig tall.
Løs deretter likningen.

i $\frac{72}{v+5} = \ldots$

ii $\frac{130}{w-3} = \ldots$

## 356

**a** Et akvarium har form som et rett rektangulært prisme med sider 60 cm, 50 cm og 40 cm.




Hvor mange liter vann trenger du for å fylle halve akvariet?

Hva om du vil fylle $\frac{1}{4}$ av volumet?

$\frac{1}{10}$ av volumet? $\frac{3}{4}$ av volumet?

**d** I et annet akvarium trenger man 144 L vann for å fylle halvparten. Finn volumet til dette akvariet.

Kan kantene til det siste akvariet ha disse lengdene?

**i)** 12 dm, 6 dm, 4 dm

**ii)** 8 dm, 8 dm, 6 dm

**iii)** 16 dm, 60 cm, 30 cm

## 357

**a** Forkort brøkene mest mulig. Hvis brøken ikke kan forkortes, så forklar hvorfor.

**i)** $\frac{20}{24}$ **iii)** $\frac{36}{65}$ **v)** $\frac{85}{32}$ **vii)** $\frac{100}{81}$

**ii)** $\frac{45}{75}$ **iv)** $\frac{625}{1000}$ **vi)** $\frac{72}{96}$ **viii)** $\frac{60}{145}$

**b** Hva er største felles faktor for teller og nevner i en brøk som ikke kan forkortes?

Hva kalles to tall som danner en brøk som ikke kan forkortes?

**c** Velg teller og nevner blant tallene nedenfor og lag fem ekte brøker som ikke kan forkortes.

**56 60 77 80 111 117 132 243**

**d** Velg verdier for bokstavene slik at brøkene kan forkortes. Forkort deretter brøkene mest mulig.

$\frac{m}{90}$ $\frac{121}{n}$ $\frac{p}{252}$ $\frac{288}{q}$ $\frac{r}{169}$ $\frac{153}{s}$ $\frac{t}{247}$

Velg verdier for bokstavene slik at brøkene ikke kan forkortes.

## 358

**a** Les tekstoppgaven.

I tre femteklasser er det 25 elever i gjennomsnitt. I 5A er det 24 elever, og i 5B er det 27. Hvor mange elever er det i 5C?

**b** Hva forstår du når noen sier at det er «25 elever i gjennomsnitt»?

Løs oppgaven i a) aritmetisk.

Hvis du står fast, finn først ut hvor mange elever det er til sammen i de tre klassene. Hvilken del av opplysningene må du bruke da?

**c** Løs oppgaven algebraisk.
Fikk du samme svar?

**d** Hva må endres i opplysningene hvis følgende likningen skal passe?

$$(27 + 30 + x) : 3 = 28$$

Løs den nye oppgaven.

**e** Lag en egen oppgave med gjennomsnitt der den ukjente størrelsen $z$ kan finnes ved likningen $\dfrac{11 + z + 9 + 13}{n} = 15$.

Er det gitt hva $n$ må være, eller kan du velge deg et tall?
Løs oppgaven.

## 359

**a** Avgjør hvilke av disse tallene som er delelig med 12 (uten å utføre divisjonen):

556 6 564 24 128 31 608

Er noen av tallene du valgte også delelig med 24?

Hvordan kan du finne dem uten å dele med 24?

**b** Hvordan kan du finne ut om et tall er delelig med 36 ved å bruke de reglene du allerede kan?

Avgjør, uten å regne ut, om tallene er delelig med 36:

**i)** 594 **ii)** 27 252 **iii)** 68 328 **iv)** 109 080 **v)** 1 123 344

**c** Bruk reglene du kan for delelighet, og finn noen faktorer i disse tallene.

Bytt rekkefølgen på sifrene slik at de nye tallene også har andre faktorer.

i 5 442

ii 10 401

iii 7 050 303

## 360

**a** Se hvordan noen elever forkortet brøken $\frac{72}{80}$.

**Felix:** $\frac{72}{80} = \frac{36}{40} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$

**Karsten:** Siden SFF(72, 80) = 8, så har vi $\frac{72}{80} = \frac{72:8}{80:8} = \frac{9}{10}$

**Tuva:** $\frac{72}{80} = \frac{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 3\cdot 3}{\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{2}\cdot 2\cdot 5} = \frac{9}{10}$

**Nora:** $\frac{72}{80} = \frac{\cancel{8}\cdot 9}{\cancel{8}\cdot 10} = \frac{9}{10}$

Forklar hvordan hver elev tenkte.

**b** Forkort brøkene ved å bruke ulike metoder:

i $\frac{96}{64}$ ii $\frac{65}{78}$ iii $\frac{120}{192}$

Hvilke fordeler og ulemper er det ved hver av disse metodene?

**c** Forkort brøkene ved å velge den metoden du mener er best.

i $\frac{108}{144}$ ii $\frac{132}{198}$ iii $\frac{210}{168}$ iv $\frac{288}{432}$ v $\frac{484}{1\,089}$ vi $\frac{390}{416}$

## 361

**a** Konstruer en trekant med sidelengder 8 cm, 5 cm og 4 cm. Bruk figuren i oppgave 347 som hjelp hvis du trenger det.

**b** Prøv å tegne trekanter med disse sidelengdene:

i 5 cm, 4 cm og 2 cm

ii 5 cm, 4 cm og 1 cm

iii 7 cm, 3 cm og 3 cm

Hvorfor er det umulig i de to siste tilfellene?

*Tre linjestykker kan være sidene i en trekant hvis det lengste linjestykket er mindre enn summen av de to andre.*

**c** Avgjør om det er mulig å lage trekanter med disse sidelengdene:

i 6 cm, 5 cm og 3 cm

ii 9 cm, 9 cm og 1 cm

iii 6 cm, 3 cm og 2 cm

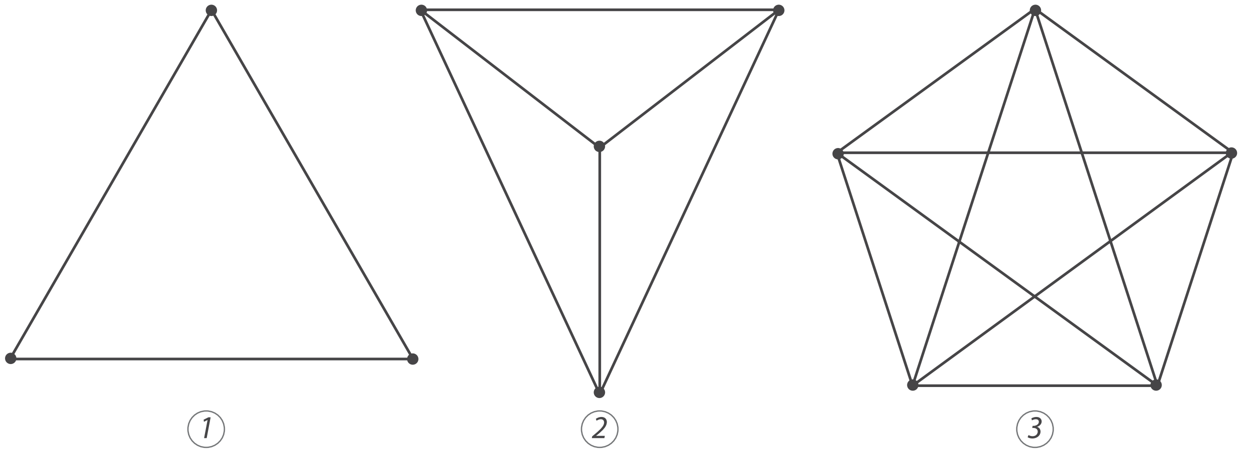
iv 7 cm, 3 cm og 4 cm

**d** La *AB* = 9 cm og *BC* = 5 cm. Velg en lengde for linjestykket *AC* slik at det er mulig å lage en trekant *ABC*. Konstruer trekanten.

Velg en lengde for linjestykket *AC* slik at det ikke er mulig å lage en trekant *ABC*.

## 362

**a** På tegningen ser du noen grafer.




Hvor mange noder og kanter består hver graf av?

**b** Tegn en graf med seks noder slik at hver node er forbundet med hver av de andre ved hjelp av kanter.

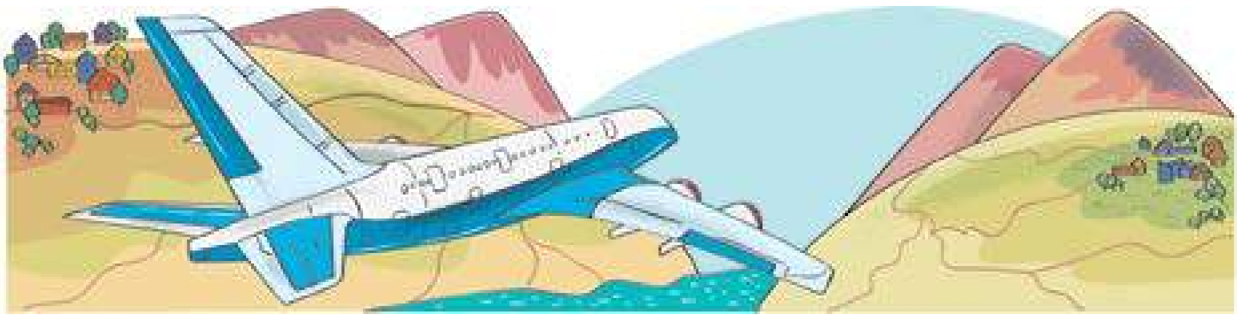
Hvor mange kanter har grafen?

Hvordan kan du forklare at antall kanter i alle disse grafene er et trekanttall?

**c** Løs oppgavene ved å lage grafer som passer.

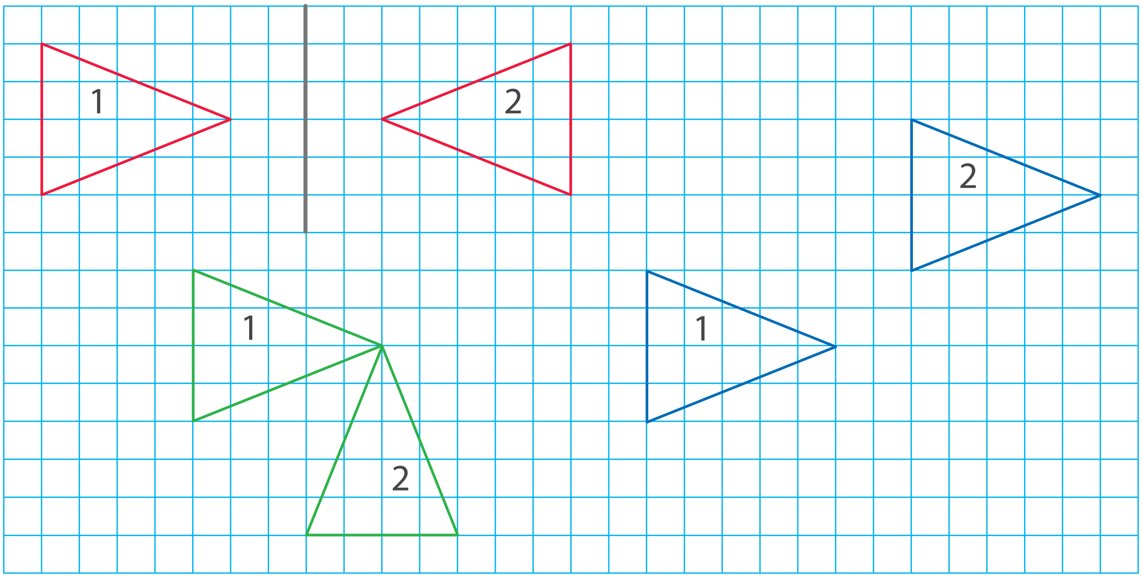
**i)** Fem personer møtes i et selskap. Alle håndhilser på hverandre. Hvor mange håndtrykk blir det?

**ii)** Fra seks byer ble det opprettet flyforbindelse til hver av de fem andre byene. Hvor mange nye flyforbindelser ble opprettet?



## 363

**a** På figurene vises tre avbildninger, med hver sin farge. Figur 1 er den opprinnelige figuren, og figur 2 viser bildet av figuren. Hva er forskjellen mellom de tre avbildningene?



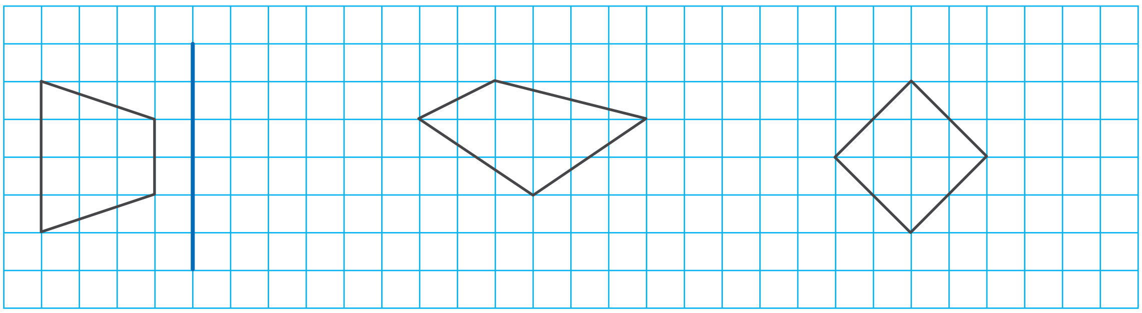

**i)** Hvor mange ruter og i hvilken retning er den blå trekanten forskjøvet?

**ii)** Hvor mange grader er den grønne trekanten rotert (mot klokka)?

**iii)** Hva slags avbildning er den røde trekanten utsatt for?

**b** Kopier firkantene nedenfor i ruteboken din. Gjør deretter dette:

- speil den første firkanten om den blå linjen
- forskyv den andre firkanten 2 ruter ned og 3 ruter mot høyre
- roter den tredje firkanten 180° om et av hjørnene



## 364

**a** Tallene $a$, $b$, $c$, $d$ og $e$ kan faktoriseres slik:

$$a = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 7^2$$
$$b = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 11$$
$$c = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 13$$
$$d = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$
$$e = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

Avgjør, uten å regne, hvilke av disse divisjonene som vil gå opp. Begrunn svaret.

**i)** $a : d$ **ii)** $a : e$ **iii)** $b : d$ **iv)** $b : e$ **v)** $c : d$ **vi)** $c : e$

Finn verdiene til divisjonene som går opp.

**b** Hvilke av verdiene du fikk, er lik:

**i)** MFM(56, 63)?

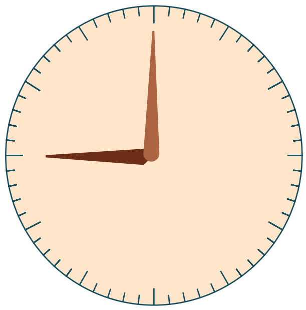
**ii)** MFM(22, 55)?

**iii)** MFM(13, 25)?

**iv)** MFM(72, 42)?

## 365

**a** Hvor mye er klokka på bildet?



Det går en halvtime. Hvor stor vinkel danner de to viserne nå? Tegn vinkelen.

Det går enda en halvtime. Hvor stor vinkel danner de to viserne nå? Tegn vinkelen.

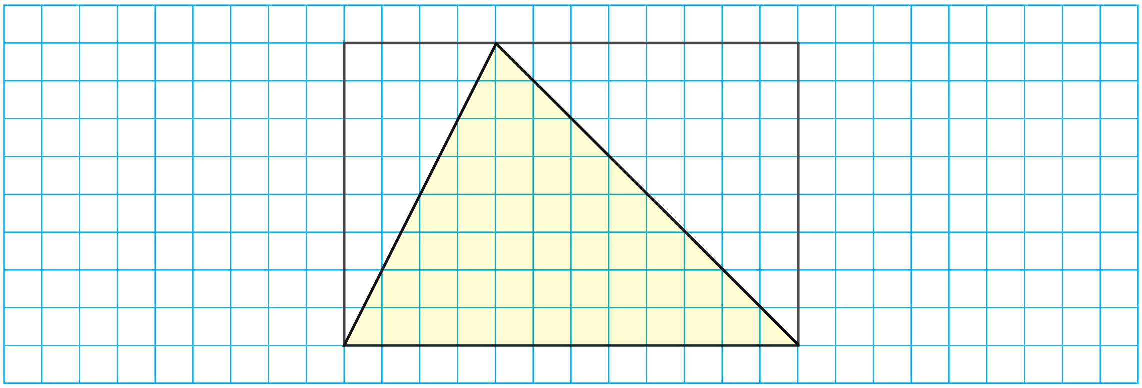
**b** Hva blir svarene i a) hvis klokka viser 12:00 til å begynne med?

**c** Ei klokke viser et helt antall timer, og viserne danner 180°. Hva er klokka? Hvor stor er vinkelen mellom viserne om én time? Om en og en halv time?

## 366

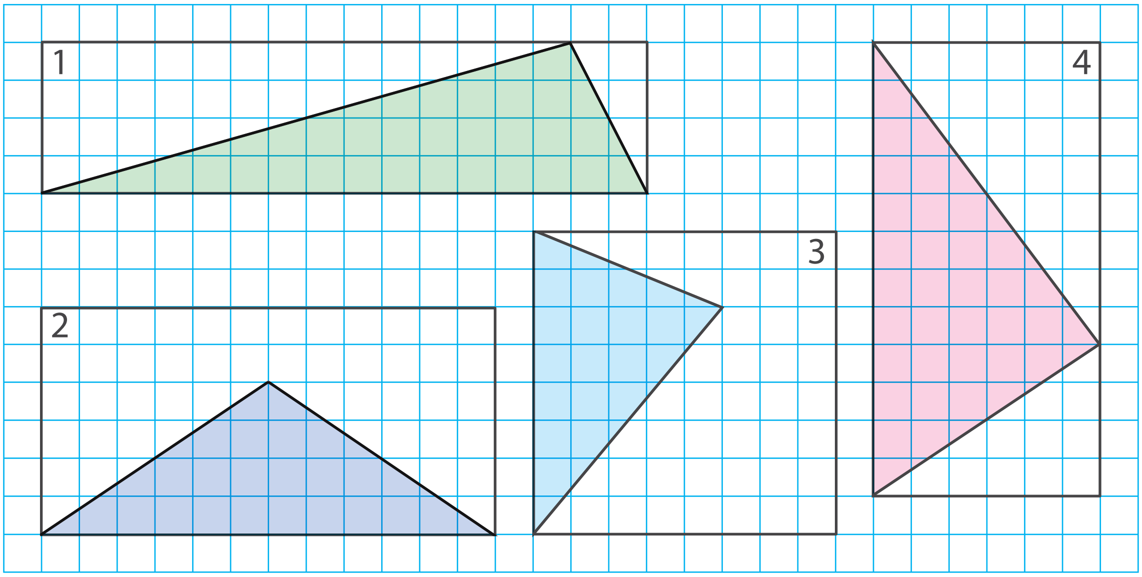
**a** Finn arealet av rektangelet på tegningen.

Finn arealet av den fargelagte trekanten. Hva er arealet av delen av rektangelet som ikke er fargelagt?



Hvor stor del av rektangelet er ikke fargelagt?

**b** Hvor stor del av rektanglene er ikke fargelagt?



# Hjernetrim

**1** **a)** Blant alle ekte brøker med nevner $n$, er det nøyaktig 3 brøker som kan forkortes. Hva kan $n$ være?

**b)** Blant alle ekte brøker med nevner $m$, er det nøyaktig 4 brøker som *ikke* kan forkortes. Finn noen verdier for $m$.

**c)** Blant alle ekte brøker med nevner $k$, er det nøyaktig 6 brøker som *ikke* kan forkortes. Finn noen verdier for $k$.

**2** Brøken $\frac{m}{n}$ kan forkortes med både 6 og 7, men ikke med 8.

Hva kan $m$ og $n$ være hvis $\frac{m}{n} = \frac{2}{3}$?

**3** Brøken $\frac{m}{n}$ kan ikke forkortes. Hvilke av disse brøkene kan da ikke forkortes?

$$\frac{n}{m} \qquad \frac{3m}{2n} \qquad \frac{n}{4m} \qquad \frac{5n}{m} \qquad \frac{112n}{49m} \qquad \frac{243m}{111n} \qquad \frac{m^2}{n^2}$$

**4** Finn tall som passer.

**a)** $\frac{10}{18} = \frac{\square}{27}$ **b)** $\frac{22}{20} = \frac{\square}{90}$ **c)** $\frac{64}{240} = \frac{56}{\square}$

**5** Avgjør om brøkene har samme verdi.

**a)** $\frac{49}{31}$ og $\frac{494949}{313131}$

**b)** $\frac{858585}{979797}$ og $\frac{8585}{9797}$

**c)** $\frac{167}{439}$ og $\frac{167167}{439439}$

**d)** $\frac{3094}{3135}$ og $\frac{30943094}{31353135}$

# Test deg selv

**1** Finn to likeverdige brøker til hver av disse:

a $\frac{1}{4}$ b $\frac{5}{8}$ c $\frac{9}{7}$

**2** Hvis det er mulig, erstatt bokstaven med et tall som passer.

a $\frac{2}{3} = \frac{10}{a}$ b $\frac{6}{5} = \frac{b}{20}$ c $\frac{21}{28} = \frac{7}{c}$ d $\frac{84}{156} = \frac{d}{26}$ e $\frac{6}{8} = \frac{9}{e}$

**3** Hvis det er mulig, erstatt bokstaven med et tall som passer.

a $3 = \frac{r}{5}$ b $2 = \frac{9}{s}$ c $6 = \frac{42}{t}$ d $4 = \frac{u}{3}$ e $15 = \frac{165}{v}$

**4** Forkort brøkene mest mulig.

a $\frac{8}{10}$ b $\frac{24}{20}$ c $\frac{64}{96}$ d $\frac{200}{125}$ e $\frac{143}{154}$

**5** Hvilke av disse brøkene kan ikke forkortes? Skriv dem ned.

$\frac{15}{8}$ $\frac{10}{21}$ $\frac{35}{42}$ $\frac{88}{15}$ $\frac{41}{141}$ $\frac{112}{175}$

**6** Finn verdier for bokstavene slik at $\frac{m}{18}$ og $\frac{28}{n}$:

**a)** kan forkortes.

**b)** ikke kan forkortes.

**7** En båt kjører på en stille innsjø med en fart på 17 km/t. Etter 2 timer kjører båten opp en elv der vannet kommer rennende mot med en fart på 1 km/t. Etter 1 time på elven stopper båten. Hvor langt har den kjørt til sammen?

**8** Hvor mange mål skåret fotballspilleren i gjennomsnitt per kamp hvis han skåret 3 mål i den første kampen, ett mål i hver av de tre neste kampene og ingen mål i de to siste kampene?

**9** I en bokhandel selger de 6 typer bursdagskort. Oda vil kjøpe 2 ulike kort. Hvor mange ulike valg har hun?

**10** Løs likningene.

**a** $\frac{x-3}{7} = 5$

**b** $\frac{11-y}{3} = 3$

**c** $\frac{28}{z+3} = 7$

**d** $6 = \frac{72}{17-v}$

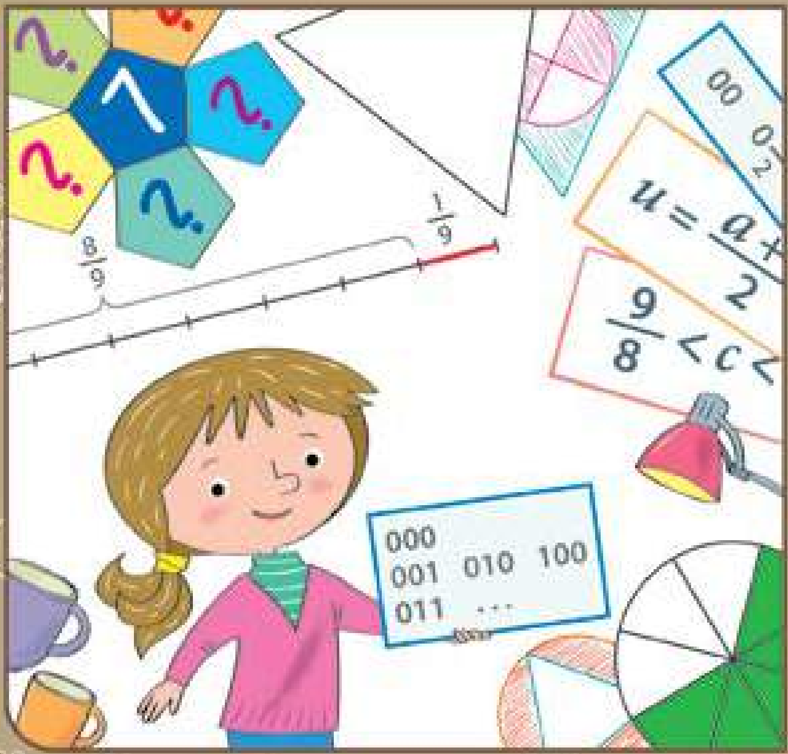
**11** Hvis det er mulig, konstruer en trekant med sidelengder:

**a)** 6 cm, 5 cm og 4 cm.

**b)** 6 cm, 3 cm og 3 cm.

# 16

# Sammenlikning av brøk

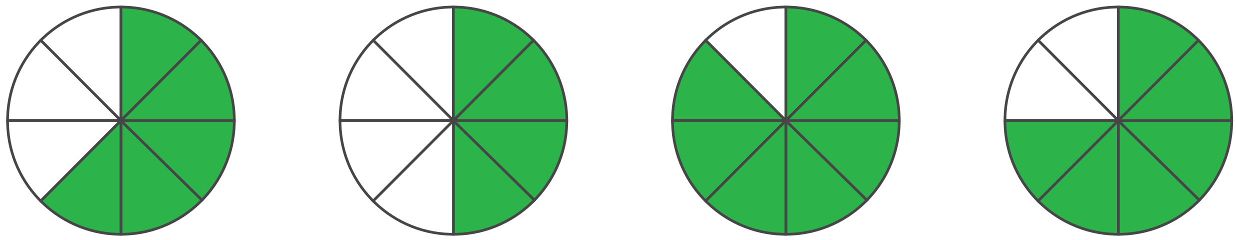


**367**

**a** Skriv brøkene i stigende rekkefølge:

$\frac{5}{8}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{6}{8}$

Bruk tegningen hvis du trenger det.



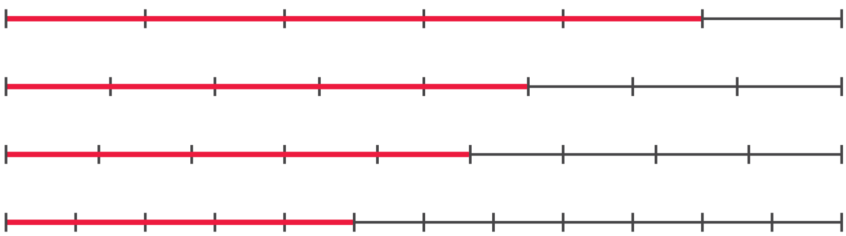
Forklar hvordan du kan sammenlikne brøker med samme nevner.

*Hvis to brøker har samme nevner, er det brøken med størst teller som er størst.*

**b** Skriv brøkene i stigende rekkefølge:

$\frac{5}{8}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{5}{12}$

Bruk tegningen hvis du trenger det.



Hvordan kan du sammenlikne brøker med samme teller?

*Hvis to brøker har samme teller, er det brøken med minst nevner som er størst.*

**c** Skriv ned tre brøker med samme nevner og tre brøker med samme teller. Vis med tegning hvordan brøkene kan sammenliknes.

**d** Hvordan vil du sammenlikne brøkene $\frac{1}{2}$ og $\frac{11}{20}$?

Se hvordan to elever begynte, og gjør ferdig resonnementene deres.

**Fredrik:**

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 10}{2 \cdot 10} = \frac{10}{20}$$

Siden $\frac{10}{20} < \frac{11}{20}$, så…

**Sana:**

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 11}{2 \cdot 11} = \frac{11}{22}$$

Siden… , så…

*For å **sammenlikne brøker med ulike tellere og nevnere**, kan vi erstatte dem med likeverdige brøker med enten samme nevner eller samme teller.*

**e** Avgjør først om det er best å finne felles nevner eller felles teller, og sammenlikn deretter brøkene.

**i)** $\frac{1}{4}$ og $\frac{3}{16}$ **ii)** $\frac{16}{25}$ og $\frac{2}{3}$ **iii)** $\frac{11}{9}$ og $\frac{56}{45}$ **iv)** $\frac{80}{97}$ og $\frac{5}{6}$

**f** Fyll inn tall som passer.

**i)** $\frac{3}{5} < \frac{\square}{15}$

**ii)** $\frac{1}{2} < \frac{\square}{8} < \frac{3}{4}$

**iii)** $\frac{100}{\square} < \frac{1}{3} < \frac{\square}{90}$

**iv)** $\frac{18}{\square} > \frac{3}{2}$

**v)** $\frac{12}{7} > \frac{8}{\square} > \frac{24}{11}$

**vi)** $\frac{1}{3} < \frac{\square}{\square} < \frac{1}{2}$

**368**

**a** Hvor mange millimeter er det i:

**i)** 1 cm? **ii)** 1 dm? **iii)** 1 m?

Kjenner du til andre måleenheter med prefikset[1] «milli»?
Les det som står nedenfor. Hva betyr «milli»?

*1 000 millimeter = 1 meter. Derfor er* $1 \text{ mm} = \frac{1}{1000}$ *m.*

*1 000 milligram = 1 gram. Derfor er* $1 \text{ mg} = \frac{1}{1000}$ *g.*

*1 000 milliliter = 1 liter. Derfor er* $1 \text{ mL} = \frac{1}{1000}$ *L.*

**b** Løs oppgaven både aritmetisk og algebraisk.

Fem like kopper og et glass er fylt med til sammen 990 milliliter (mL) vann. Det er 90 mL mer vann i glasset enn i hver kopp. Finn volumet til glasset og til hver kopp.

**c** Hvis du står fast når du skal løse oppgaven aritmetisk, så tenk deg at glasset byttes ut med en kopp. Hvor mange mL vann vil det være plass til i seks kopper?

Hvis du står fast når du skal løse oppgaven algebraisk, så la $x$ stå for volumet til en kopp. Hvordan kan du uttrykket volumet til glasset? Hvordan kan du på en matematisk måte uttrykke at volumet til fem kopper og ett glass er 990 mL?

**d** Volumet til en vannkaraffel er 1,5 L. Hvor mange mL er det? Hvor mange kopper lik de i b), trenger man for å fylle vannkaraffelen?

**e** Man trenger femten glass lik det i b) for å fylle en skål. Finn volumet til skålen.

[1] *Et prefiks er en forstavelse – noe som settes foran et ord for å lage et nytt ord.*

## 369

**a** Skriv ned tre multipler av 25. Sammenlikn med de andre i klassen.

Prøv å formulere en regel for når et tall er delelig med 25.

**b** Et tall slutter på 25, 50, 75 eller 00, og tverrsummen til tallet er delelig med 3. Hvilke tall er alle slike tall delelig med?

Sjekk hypotesen din på noen talleksempler.

**c** Skriv ned tall fra rammen som er delelig med 25.

Er noen av disse tallene også er delelig med 75? Hvis ikke, så endre ett av sifrene slik at det nye tallet blir delelig med 75.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 575 | 905 | 1 420 | 5 400 |
| 28 850 | 88 275 | 110 100 | |

## 370

**a** Sammenlikn $\frac{3}{8}$ og $\frac{5}{12}$.

To elever gjorde det slik:

**Carina:**

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 12}{8 \cdot 12} = \frac{36}{96}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 8}{12 \cdot 8} = \frac{40}{96}$$

Siden $\frac{36}{96} < \frac{40}{96}$, så er $\frac{3}{8} < \frac{5}{12}$

**Syed:**

Vi vet at MFM(8, 12) = 24.
Da får vi:

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{10}{24}$$

Siden $\frac{9}{24} < \frac{10}{24}$, så er $\frac{3}{8} < \frac{5}{12}$

Forklar hvordan de tenkte. Hvilken måte liker du best?
Vi sier at Syed fant **minste felles nevner**.

***Minste felles nevner** for to brøker er det samme som minste felles multiplum for nevnerne.*

**b** Sammenlikn brøkene ved å finne minste felles nevner.

i $\frac{7}{10}$ og $\frac{9}{14}$

ii $\frac{17}{24}$ og $\frac{13}{20}$

iii $\frac{29}{21}$ og $\frac{39}{28}$

**c** Kan vi sammenlikne brøker ved å utvide dem til brøker der tellerne er like? Hva er sammenhengen mellom minste felles teller og tellerne i brøkene som vi vil sammenlikne?

Sammenlikn brøkene ved å finne minste felles teller.

i $\frac{10}{13}$ og $\frac{15}{23}$

ii $\frac{12}{17}$ og $\frac{16}{21}$

iii $\frac{20}{3}$ og $\frac{32}{5}$

**d** Sammenlikn brøkene på den måten du liker best.

i $\frac{5}{8}$ og $\frac{13}{20}$

ii $\frac{45}{17}$ og $\frac{18}{7}$

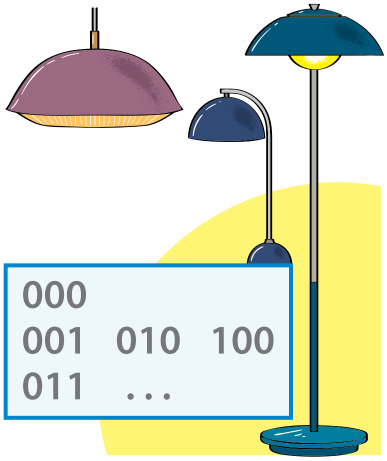
iii $\frac{32}{33}$ og $\frac{48}{49}$

iv $\frac{13}{28}$ og $\frac{17}{35}$

## 371

**a** Les tekstoppgaven.

I et rom er det tre lamper – en gulvlampe, en taklampe og en bordlampe. Hver lampe kan enten være av eller på. På hvor mange måter kan rommet være opplyst? (At alle lampene er av, regnes som én måte.)



000
001 010 100
011 ...

**Brage** begynte å løse oppgaven som vist i rammen.
Han lot 1 bety «på» og 0 bety «av».

Hvordan han tenkte? Gjør ferdig resonnementet og løs oppgaven.

**b** Hva må endres i opplysningene hvis Brage hadde skrevet dette i stedet?

0000
0001 0010 0100 1000
0011 0101 0110 1001 1010 1100
0111 1011 1101 1110
1111

Lag en oppgave som passer til det som står i rammen og løs den.

## 372

**a** Tegn linjestykker med disse lengdene.

$AB = \frac{1}{2}$ dm $\quad CD = \frac{1}{25}$ m $\quad EF = \frac{7}{100}$ m $\quad GH = \frac{3}{5}$ dm

Hvilket linjestykke er lengst? Hvilket er kortest?

**b** Velg tre av linjestykkene og konstruer en trekant med disse sidene.

## 373

**a** Finn ekte og uekte brøker i hver gruppe. Lag kjeder av ulikheter.

**i)** $\frac{9}{10}, \frac{13}{10}, \frac{6}{5}, \frac{17}{20}$

**ii)** $\frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{11}{9}, \frac{5}{8}$

**iii)** $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{13}{18}, \frac{27}{17}, \frac{25}{36}$

**iv)** $\frac{19}{8}, \frac{11}{12}, \frac{29}{12}, \frac{9}{4}, \frac{43}{48}$

**b** Finn den største ekte brøken i punkt i) over. Lag en ekte brøk som er større, og skriv en ulikhet.

Finn den minste uekte brøken i punkt ii). Lag en uekte brøk som er mindre, og skriv en ulikhet.

Lag liknende oppgaver for de to siste punktene og løs dem.

**c** Erstatt bokstavene med brøker slik at ulikhetene blir sanne.

i $$\frac{7}{8} < a < \frac{14}{13}$$

ii $$\frac{1}{4} < b < \frac{3}{8}$$

iii $$\frac{9}{8} < c < \frac{3}{2}$$

iv $$\frac{2}{3} < d < \frac{5}{6}$$

v $$\frac{1}{2} < k < \frac{5}{8} < l < \frac{15}{16}$$

vi $$\frac{13}{9} < m < \frac{5}{3} < n < \frac{17}{9}$$

vii $$\frac{9}{10} < u < \frac{10}{9} < v < \frac{4}{3}$$

viii $$\frac{5}{12} < x < \frac{1}{2} < y < \frac{7}{12}$$

## 374

**a** Løs tekstoppgaven.

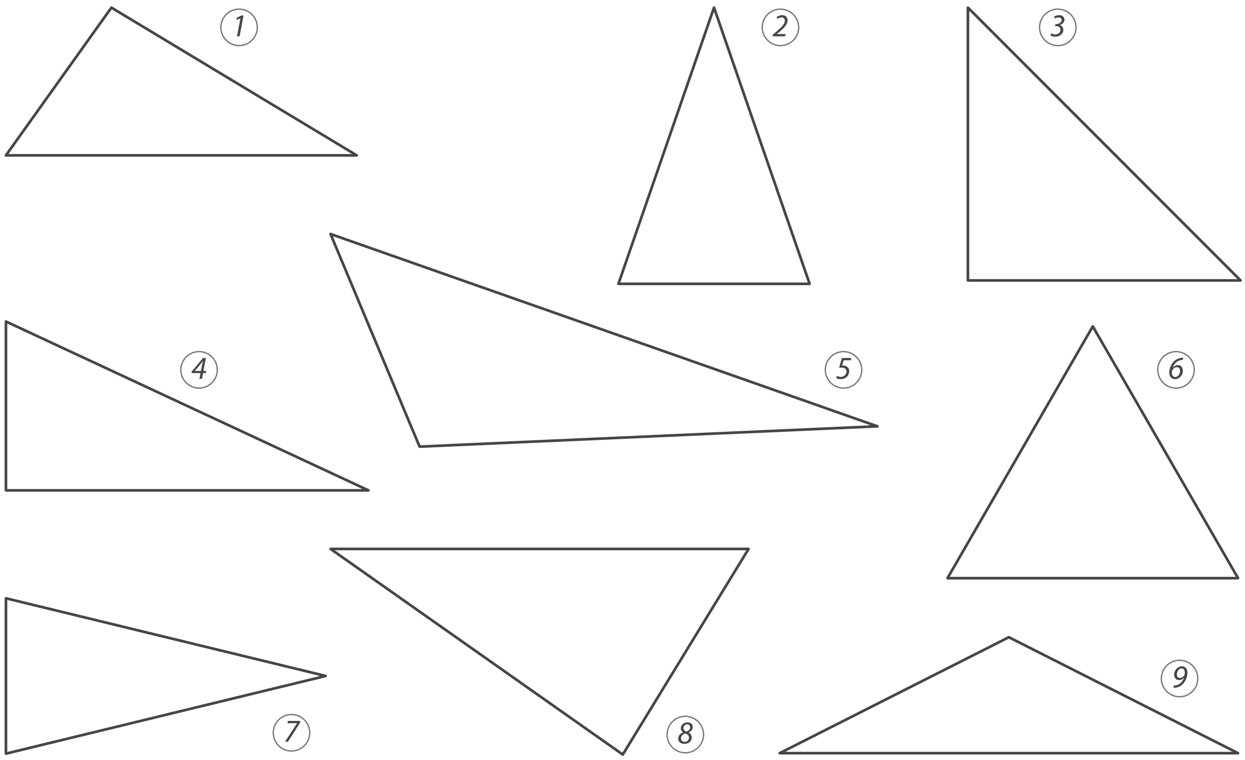
Vannet i en elv hadde en fart på 3 km/t. En båt med en fart på 18 km/t kjørte med strømmen i 63 km. Deretter fortsatte båten ut i innsjøen som elven rant ut i. Til sammen kjørte båten i 5 timer. Hvor langt kjørte den på innsjøen?

Hvis du står fast, se tilbake på oppgave 344.

**b** En båt med en fart på 12 km/t kjørte samme vei tilbake. Hvor lang tid tok det?

## 375

**a** Hvilke av disse trekantene er likebeint og hvilke er likesidet? Begrunn.




*En **likebeint** trekant er en trekant der minst to av sidene er like lange.*
*En **likesidet** trekant er en trekant der alle sidene er like lange.*

**b** Kan en likebeint trekant være rettvinklet? Kan den være spissvinklet? Stumpvinklet? Finnes slike trekanter på tegningen?

Kan en likesidet trekant være rettvinklet eller stumpvinklet?

**c** Tegn:

**i)** en rettvinklet trekant med kateter 3 cm.

**ii)** en spissvinklet trekant der en av sidene er 4 cm.

**iii)** en stumpvinklet trekant der to av sidene er 5 cm.

**iv)** en likesidet trekant med sider 4 cm (bruk passer).

## 376

**a** Hva er det man finner ved hjelp av formler som disse?

$$u = \frac{a+b}{2} \qquad v = \frac{a+b+c}{3} \qquad w = \frac{a+b+c+d}{4}$$

**b** Sett $a = 0$ og $b = 8$ inn i uttrykket $\frac{a+b+c}{3}$ og finn $c$ slik at gjennomsnittet av $a$, $b$ og $c$ blir 9.

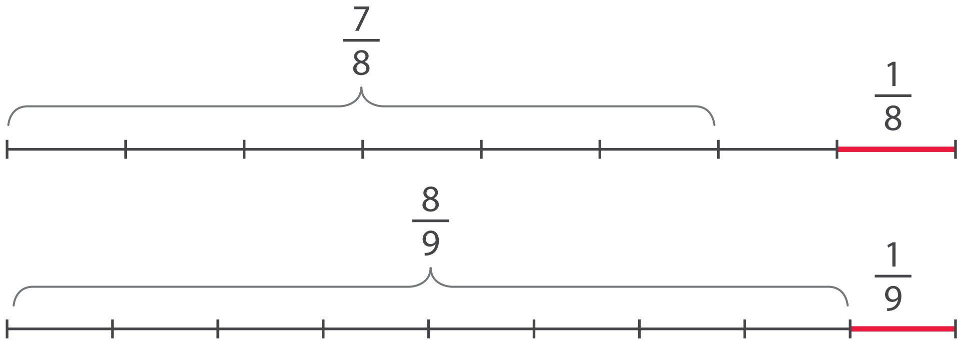
**c** Finn verdier for bokstavene i uttrykket $\frac{a+b+c+d}{4}$ slik at gjennomsnittet av $a$, $b$, $c$ og $d$ blir et naturlig tall.

**d** Skriv ned et uttrykk for å finne gjennomsnittet av fem tall.

Velg tall slik at gjennomsnittet blir 7.

## 377

**a** Se på tegningen.




Skriv en ulikhet som passer til brøkene $\frac{1}{8}$ og $\frac{1}{9}$.

Hvordan kan brøkene $\frac{7}{8}$ og $\frac{8}{9}$ sammenliknes ved hjelp av tegningen og ulikheten du skrev?

For å sammenlikne brøker kan vi se hvor mye som må legges til brøkene for å få 1. Jo mindre som må legges til, jo større er brøken.

**b** Sammenlikn brøkene ved å se hvor mye som må legges til for å få 1.

**i)** $\frac{4}{5}$ og $\frac{5}{6}$

**ii)** $\frac{7}{9}$ og $\frac{5}{7}$

**iii)** $\frac{3}{4}$ og $\frac{5}{7}$

**iv)** $\frac{14}{17}$ og $\frac{5}{6}$

**v)** $\frac{17}{19}$ og $\frac{9}{10}$

**vi)** $\frac{2001}{2003}$ og $\frac{1999}{2001}$

**c** Hvor mye større enn 1 er brøkene $\frac{6}{5}$ og $\frac{7}{6}$ ? Hvilken brøk er størst?

Sammenlikn brøkene:

**i)** $\frac{10}{9}$ og $\frac{11}{10}$

**ii)** $\frac{7}{4}$ og $\frac{8}{5}$

**iii)** $\frac{4}{3}$ og $\frac{9}{7}$

**iv)** $\frac{101}{99}$ og $\frac{50}{49}$

**v)** $\frac{21}{20}$ og $\frac{64}{61}$

**vi)** $\frac{2004}{1999}$ og $\frac{401}{400}$

**378**

**a** Løs oppgaven aritmetisk.

En elev tegnet 3 like kvadrater og 2 like rektangler. Figurene hadde et samlet areal på 129 cm$^2$. Arealet av hvert kvadrat var 2 cm$^2$ mindre enn arealet av hvert rektangel. Finn arealet av et kvadrat og av et rektangel.

**b** Hvis du står fast, tenk deg at arealet av hvert rektangel reduseres med 2 cm$^2$. Hva vil det samlede arealet være da? Hva vil arealet av hver figur være?

**c** Tegn et kvadrat og et rektangel som har areal lik arealene du fant over.

Finn omkretsen til hver figur.

**379**

**a** Hva er ulikt for likningene?

$$3(x+1)=2(x+5) \qquad\qquad 3(x+1)=3(x+5)$$

Løs den første likningen.

**Sofie** begynte å løse den andre likningen og fikk til slutt 3 = 15. Hun mener derfor at likningen ikke har noen løsning. Har hun rett?

**b** Løs likningen eller vis at den ikke har noen løsning.

**i)** $96 - 3y = y$

**ii)** $z + 5 = 2z + 6 - z$

**iii)** $4u + 1 = 2(3 + 2u)$

**iv)** $4(v - 1) = 3(v + 1)$

**c** Lag to likninger som ikke har løsning.

**380**

**a** Sammenlikn brøkene.

$$\frac{35}{72} \qquad \frac{51}{98}$$

**Axel** mener at for disse brøkene vil det å finne felles nevner eller teller ta lang tid. Han legger heller merke til at $\frac{1}{2} = \frac{36}{72} = \frac{49}{98}$. Kan han bruke dette til å sammenlikne brøkene på en enklere måte?

**b** **Dina** resonnerte slik:

$$\frac{35}{72} < \frac{36}{72} \quad \text{og} \quad \frac{49}{98} < \frac{51}{98}$$

Dette betyr at $\frac{35}{72} < \frac{1}{2} < \frac{51}{98}$, og da er $\frac{35}{72} < \frac{51}{98}$

Forklar hvordan hun tenkte.

Legg merke til at Dina sammenliknet brøkene $\frac{35}{72}$ og $\frac{51}{98}$ ved å sammenlikne hver brøk med «mellombrøken» $\frac{1}{2}$.

**c** Sammenlikn brøkene ved å sammenlikne hver av dem med $\frac{1}{2}$.

**i)** $\frac{55}{112}$ og $\frac{49}{96}$ **ii)** $\frac{66}{131}$ og $\frac{51}{103}$ **iii)** $\frac{83}{168}$ og $\frac{96}{191}$ **iv)** $\frac{157}{312}$ og $\frac{172}{345}$

**d** Vi kan også bruke andre «mellombrøker», ikke bare $\frac{1}{2}$.

Sammenlikn disse brøkene ved å sammenlikne hver av dem med $\frac{1}{4}$:

**i)** $\frac{7}{32}$ og $\frac{13}{48}$ **ii)** $\frac{23}{88}$ og $\frac{25}{104}$

**e** Hvilken brøk er størst? (Begynn med å tenke over hvilket tall det kan være aktuelt å sammenlikne brøkene med.)

**i)** $\frac{61}{248}$ eller $\frac{113}{444}$ **ii)** $\frac{19}{60}$ eller $\frac{32}{93}$ **iii)** $\frac{148}{73}$ eller $\frac{162}{83}$ **iv)** $\frac{61}{80}$ eller $\frac{31}{44}$

## 381

**a** Les tekstoppgaven.

I et rom er det to lamper. Hver lampe kan enten være av, gi et sterkt lys eller gi et dempet lys. På hvor mange måter kan rommet være opplyst? (At alle lampene er av, regnes som én måte.)

Sammenlikn oppgaven med oppgave 371. Hva er den vesentligste forskjellen mellom oppgavene?

Løs oppgaven over.

**b** Hvis det er vanskelig, se på «kodingen» av lampene i rammen. Gjør ferdig resonnementet og løs oppgaven.

$$00 \quad 0\tfrac{1}{2} \quad 01$$

**c** Lag en liknende oppgave som handler om tre eller fire lamper. Be en medelev løse oppgaven.

## 382

**a** Tegn et kvadrat med sider $\frac{3}{5}$ dm og et rektangel med sider $\frac{3}{50}$ m og $\frac{2}{25}$ m.

**b** Tegn en rettvinklet trekant med kateter $\frac{3}{5}$ dm og $\frac{3}{50}$ m.

**c** Finn arealene av figurene.

## 383

**a** Finn $a$, $b$, $c$ og $d$.

$a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7$ $\quad$ $b = 3^3 \cdot 5^3$ $\quad$ $c = 2^5 \cdot 7^2$ $\quad$ $d = 3 \cdot 5^4$

**b** Bestem, uten å regne ut, hvor mange nuller verdien til produktet vil slutte på.

**i)** $a \cdot b$ $\quad$ **ii)** $a \cdot d$ $\quad$ **iii)** $c \cdot b$

**c** Skriv ned primtallsfaktoriseringen til produktene i b). Trenger du å regne ut verdien først?

**d** Velg teller og nevner blant tallene $a$, $b$, $c$ og $d$, og lag alle mulige brøker som ikke kan forkortes.

**e** Forkort brøkene. (Hvis du står fast, se tilbake på oppgave 360.)

**i)** $\frac{a}{c}$ $\quad$ **ii)** $\frac{d}{b}$ $\quad$ **iii)** $\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$

# Hjernetrim

**1** Velg verdier for bokstaver slik at ulikhetene blir sanne.

a $\frac{1}{2} < \frac{a}{b} < \frac{2}{3}$

d $\frac{9}{10} < \frac{g}{h} < \frac{11}{11}$

b $\frac{3}{8} < \frac{c}{d} < \frac{1}{2}$

e $\frac{13}{13} < \frac{p}{q} < \frac{15}{14}$

c $\frac{8}{3} < \frac{e}{f} < \frac{5}{2}$

f $\frac{8}{9} < \frac{r}{s} < \frac{11}{12}$

**2** La $\frac{m}{n}$ være en ekte brøk.

Vis med konkrete eksempler at $\frac{m}{n} < \frac{m+1}{n+1}$.

Prøv å bevise hvorfor denne ulikheten er sann for alle $m < n$.

La $k$ være et vilkårlig naturlig tall. Avgjør om ulikheten $\frac{m}{n} < \frac{m+k}{n+k}$ er sann.

**3** La $\frac{q}{r}$ være en uekte brøk, og la $k$ være et naturlig tall.

Bevis eller motbevis at $\frac{q}{r} > \frac{q+k}{r+k}$.

# Test deg selv

**1** Sammenlikn tallene.

a $\frac{8}{15}$ og $\frac{3}{5}$

b $\frac{2}{3}$ og $\frac{8}{11}$

c $\frac{5}{12}$ og $\frac{7}{16}$

d $\frac{13}{24}$ og $\frac{17}{36}$

**2** Bruk brøkene og lag en kjede av ulikheter.

a $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{6}$, $\frac{9}{10}$

b $\frac{11}{10}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{7}{7}$, $\frac{5}{6}$

**3** Finn en ekte brøk som er større enn:

a $\frac{3}{4}$

b $\frac{14}{15}$

c $\frac{20}{21}$

**4** Finn en uekte brøk som er mindre enn:

a $\frac{4}{3}$

b $\frac{9}{8}$

c $\frac{31}{30}$

**5** Sammenlikn brøkene.

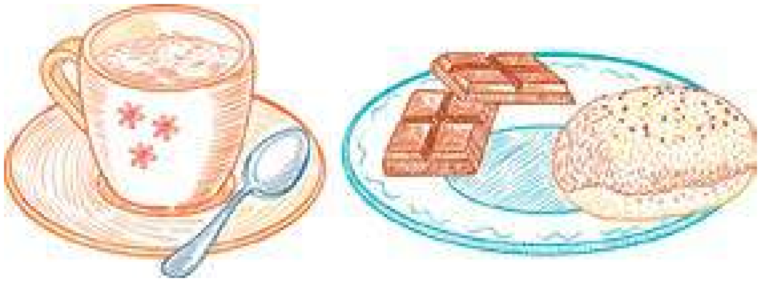
a $\frac{27}{28}$ og $\frac{29}{30}$

b $\frac{41}{40}$ og $\frac{45}{44}$

c $\frac{23}{44}$ og $\frac{27}{56}$

d $\frac{13}{36}$ og $\frac{8}{27}$

6 En sjokolade er 6 kr dyrere enn en bolle. Ebba kjøper to sjokolader og en bolle og betaler 57 kr. Hva er prisen på hver vare?



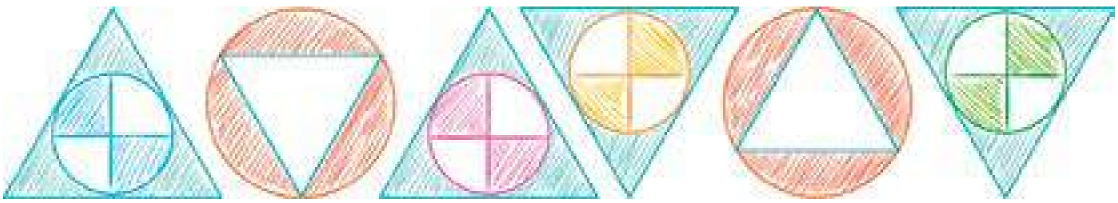
7 Tegn linjestykkene med disse lengdene:

$\frac{1}{4}$ dm $\qquad$ $\frac{3}{25}$ m $\qquad$ $\frac{3}{200}$ m

8 Tegn et kvadrat med areal $\frac{1}{4}$ $dm^2$. Finn omkretsen i cm og i dm.

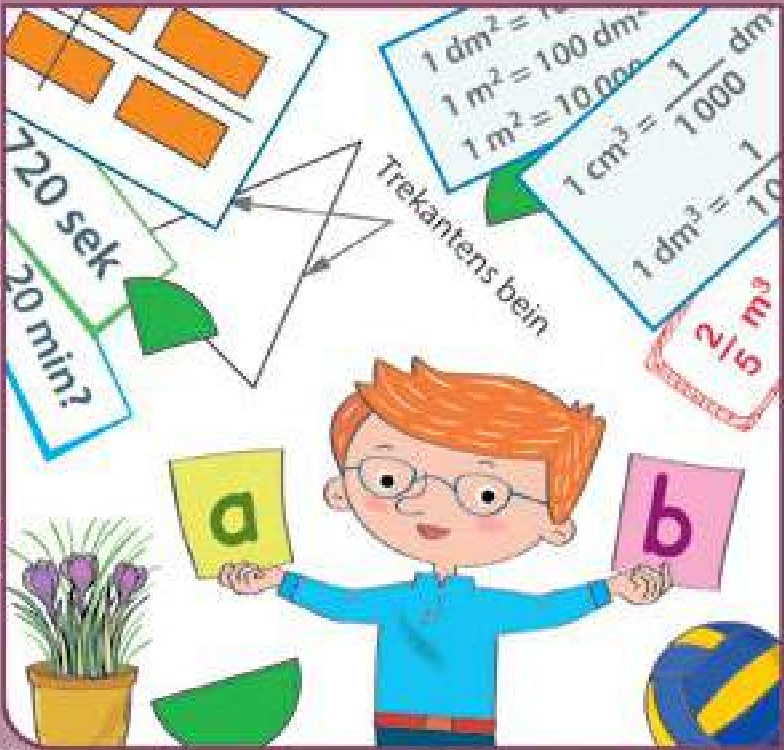
9 Tegn en rettvinklet, likebeint trekant der to av sidene er 4 cm.

10 Tegn en likesidet trekant med omkrets 18 cm.



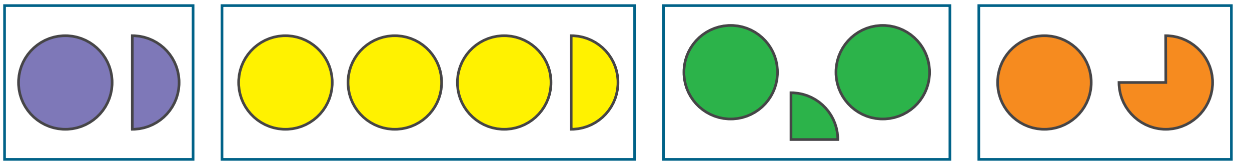
17

# Blandede tall



**384**

**a** Hvor mange sirkler er det på hver tegning?



Det er vanlig å skrive svarene slik:

$$1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} \qquad 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2} \qquad 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4} \qquad 1 + \frac{3}{4} = 1\frac{3}{4}$$

*Et tall som består av et helt tall og en ekte brøk, kaller vi et **blandet tall**.*

Som regel forkorter vi brøken i det blandede tallet mest mulig (f.eks. $3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$).

Det blandede tallet $1\frac{1}{2}$ leses «én og en halv».

Les tallene: $3\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{4}$ $1\frac{3}{4}$

**b** Tallet $2\frac{1}{2}$ består av to hele og brøken en halv. Hvilket heltall og hvilken brøk består disse blandede tallene av?

**i)** $2\frac{1}{2}$ **ii)** $6\frac{5}{6}$ **iii)** $3\frac{7}{8}$

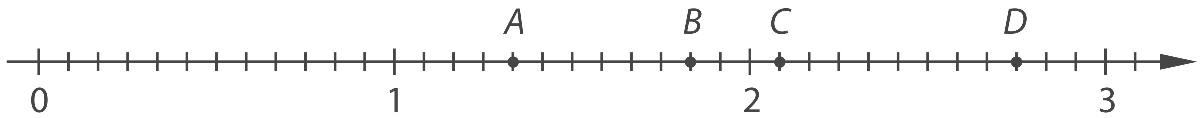
**c** Skriv som blandet tall og les tallet.

**i)** $5 + \frac{3}{4}$ **ii)** $\frac{4}{15} + 1$ **iii)** $\frac{9}{10} + 8$ **iv)** $3 + \frac{10}{13}$ **v)** $\frac{5}{8} + 7$

**d** Erstatt bokstavene med tall slik at verdien kan skrives som et blandet tall. Les tallene.

**i)** $3 + \frac{a}{5}$ **ii)** $\frac{12}{b} + 9$ **iii)** $c + \frac{d}{2}$ **iv)** $\frac{20}{e} + f$ **v)** $k + \frac{m}{n}$

**e** Skriv plasseringen til punktene *A*, *B*, *C* og *D* som blandede tall. (Forkort brøken i tallet mest mulig.)

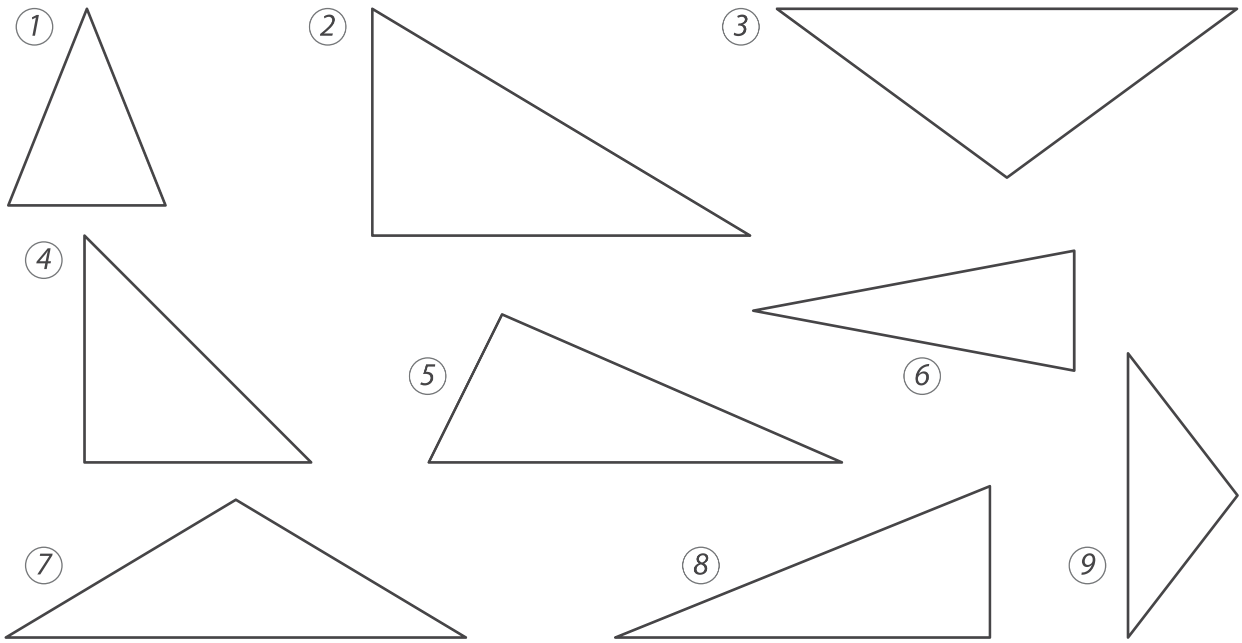



**f** Tegn en tallinje og sett av punktene.

$K\,(2\frac{3}{4})$ $L\,(1\frac{1}{2})$ $M\,(3\frac{5}{8})$

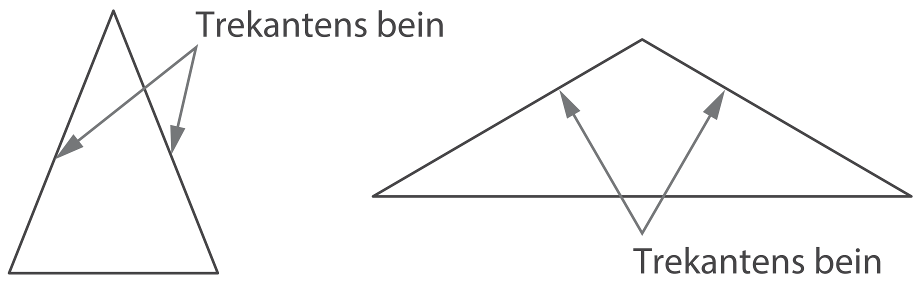
## 385

**a** Skriv ned numrene til de likebeinte trekantene.

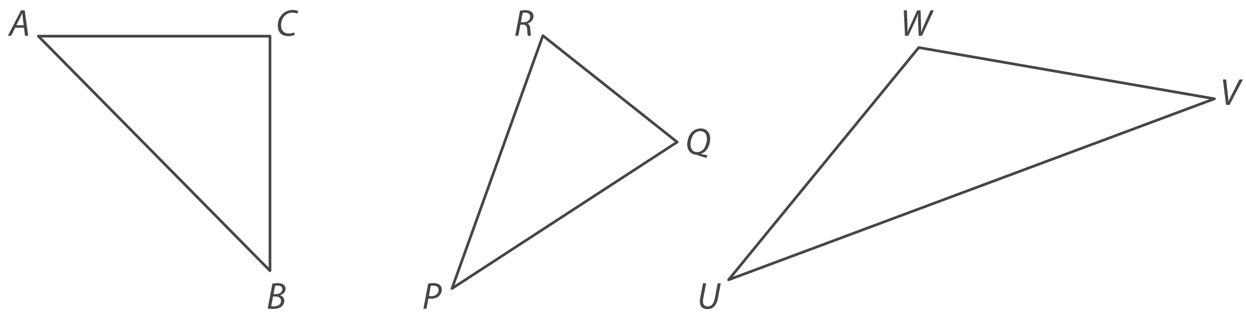



Hvorfor er ikke trekant 2, 5 og 8 likebeint?

**b** Sidene som er like lange kalles **trekantens bein**. Hvorfor tror du at de kalles det?




Hva heter beinene i disse likebeinte trekantene?




**c** Tegn to likebeinte trekanter der beinene er lengre enn den tredje siden.
Kan en slik trekant være:

i spissvinklet?

ii rettvinklet?

iii stumpvinklet?

**d** Tegn to likebeinte trekanter der beinene er kortere enn den tredje siden.
Kan en slik trekant være:

i spissvinklet?

ii rettvinklet?

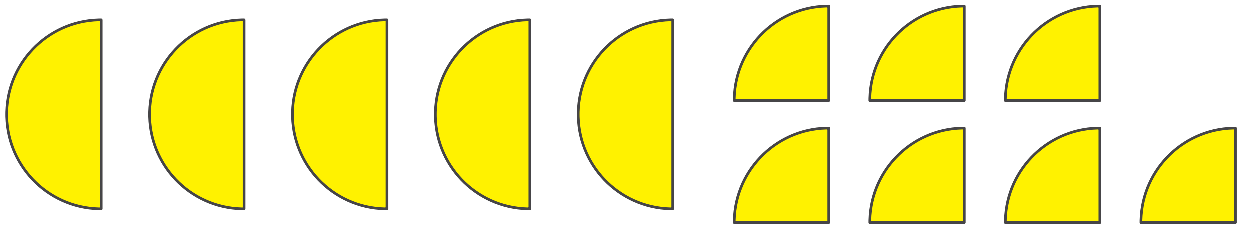
iii stumpvinklet?

**e** Omkretsen til en likebeint trekant er 16 cm. Finn lengden til beinene når den tredje siden er 6 cm.

**f** Omkretsen til en likebeint trekant er 24 cm. Finn sidelengdene når beinene er 3 cm kortere enn den tredje siden.

## 386

**a** Hvor mange halvsirkler er det på tegningen? Hvor mange kvartsirkler er det?



Skriv de uekte brøkene $\frac{5}{2}$ og $\frac{7}{4}$ som blandede tall.

Lag tegninger som viser disse likhetene:

$$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2} \quad \text{og} \quad \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

**b** Gjør den uekte brøken $\frac{14}{3}$ om til et blandet tall.

Fem elever gjorde slik:

**Oskar:** $\frac{14}{3} = \frac{12+2}{3} = (12+2):3 = 12:3 + 2:3 = 4 + \frac{2}{3} = 4\frac{2}{3}$

**Mira:** $\frac{14}{3} = \frac{9+5}{3} = (9+5):3 = 9:3 + 5:3 = 3 + \frac{5}{3} = 3\frac{5}{3}$

**Hedda:** $\frac{14}{3} = 14:3 = 4$ rest 2. Derfor er $\frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

**Samir:** $\frac{14}{3} = \frac{15-1}{3} = (15-1):3 = 15:3 - 1:3 = 5 - \frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}$

**Jonas:** $4 \cdot 3 = 12$, rest $14 - 12 = 2 \rightarrow \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$

Hvordan tror du hver av dem tenkte? Tenkte alle rett?

Sammenlikn det Oskar, Hedda og Jonas gjorde. Hva er likt?

*Når vi skal gjøre **en uekte brøk om til et blandet tall**, kan vi dele telleren med nevneren og finne kvotient og rest. Kvotienten blir det hele tallet, og resten blir teller i den ekte brøken. Tallet vi delte med blir nevner i den ekte brøken.*

For eksempel: $\frac{17}{5}$ $17 : 5 = 3$ rest 2 Det betyr at $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

**c** Forkort brøkene hvis det er mulig, og gjør deretter om til blandet tall.

i $\frac{11}{2}$ iii $\frac{19}{3}$ v $\frac{38}{8}$ vii $\frac{49}{14}$

ii $\frac{13}{4}$ iv $\frac{24}{5}$ vi $\frac{15}{9}$ viii $\frac{144}{32}$

**d** Brøken $\frac{m}{n}$ kan skrives som et blandet tall der det hele tallet er 5. Finn tre mulige verdier for $m$ og $n$.

**e** $\frac{a}{b}$ er en uekte brøk som ikke kan forkortes. Brøken kan skrives som et blandet tall der den ekte brøken er $\frac{7}{12}$. Finn $b$ og finn tre mulige verdier for $a$.

## 387

**a** Løs likningene.

**i** $3x + 13 = x + 103$

**ii** $2(y + 7) = 2y + 1$

**b** Løs likningen.

$$3(z + 4) = 3z + 12$$

Da **Eirin** skulle løse denne likningen, fikk hun etter hvert likheten 12 = 12.
Hva betyr det? Hvilken konklusjon kan man trekke?

Erstatt $z$ i likningen med et vilkårlig tall. Hva ser du?
Likningen over har uendelig mange løsninger.

**c** Løs likningene.

**i)** $3a + 1 = a + 7$

**ii)** $3b + 1 = 5 + 3b - 4$

**iii)** $5(3 + c) = 5c + 15$

**iv)** $4(k + 3) = 2k + 12$

**v)** $2m + m = 10 + 2m - m$

**vi)** $3(n + 5) = 3(1 + n) + 12$

I hvilke likninger kan man sette inn et hvilket som helst tall og få en sann likhet?

**d** Lag to likninger med uendelig mange løsninger.

## 388

**a** Løs oppgaven aritmetisk og algebraisk.

I løpet av 5 dager var gjennomsnittstemperaturen midt på dagen 11°. De første fire dagene var temperaturen 13°, 15°, 12° og 6°. Hva var temperaturen den femte dagen?

**b** Hvis du står fast når du skal løse oppgaven aritmetisk, så finn først summen av temperaturene de 5 dagene.

Hvis du står fast når du skal løse oppgaven algebraisk, så tenk over hvilken mening som ligger bak uttrykket $13 + 15 + 12 + 6 + x$, og hvordan dette uttrykket henger sammen med tallet 11.

**c** Anta at man observerer temperaturen i 2 dager til og at gjennomsnittstemperaturen for de 7 dagene er 10°. Hva kan temperaturen ha vært de to siste dagene? Finn to tall som passer.

**d** Løs tekstoppgaven, velg selv hvilken strategi du vil bruke.

Et volleyballag består av seks spillere med en gjennomsnittsalder på 25 år. Fem av spillerne er 24, 19, 29, 26 og 30 år gamle. Hvor gammel er den sjette spilleren?


## 389

**a** Et akvarium har form som et rett rektangulært prisme med lengde 80 cm, bredde $2\frac{1}{2}$ dm og høyde $\frac{3}{5}$ m. Finn arealet av hver sideflate i akvariet.

Finn volumet i $cm^3$.
Gjør om volumet til liter.

**b** Akvariet ble fylt med $\frac{1}{10}$ $m^3$ vann. Hvor mange liter er det?

**c** Volumet til et basseng er 360 $m^3$. Lag en oppgave som handler om å fylle bassenget med vann. Be noen medelever løse oppgaven.

## 390

**a** Hvor mange hele inneholder den uekte brøken?

**i)** $\frac{17}{2}$ **ii)** $\frac{20}{7}$ **iii)** $\frac{49}{9}$ **iv)** $\frac{89}{15}$

**b** Prøv å gjøre $2\frac{3}{4}$ om til en uekte brøk.

**c** To elever foreslo å gjøre det slik:

**Mikael:** $$2\frac{3}{4} = 2 + \frac{3}{4} = \frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

**Rakel:** $$2\frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{11}{4}$$

Forklar hvordan de tenkte.

**d** Gjør om fra blandet tall til uekte brøk på to ulike måter.

**i** $3\frac{2}{5}$ **ii** $5\frac{1}{6}$

Er du enig i følgende?

*Når vi skal gjøre **et blandet tall om til en uekte brøk**, kan vi erstatte det hele tallet med en likeverdig brøk med nevner lik nevneren i den ekte brøken. Den likeverdige brøken legger vi så sammen med brøken i det blandede tallet.*

For eksempel:

$$4\frac{3}{7} \qquad 4 = \frac{4 \cdot 7}{7} = \frac{28}{7} \qquad \underbrace{4\frac{3}{7}}_{\text{blandet tall}} = 4 + \frac{3}{7} = \frac{28}{7} + \frac{3}{7} = \underbrace{\frac{31}{7}}_{\text{uekte brøk}}$$

Dette kan kort skrives slik:

$$4\frac{3}{7} = \frac{4 \cdot 7 + 3}{7} = \frac{31}{7}$$

**e** Gjør om fra blandet tall til uekte brøk.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **i)** $1\frac{2}{3}$ | **iii)** $8\frac{4}{9}$ | **v)** $6\frac{17}{25}$ | **vii)** $10\frac{1}{10}$ | **ix)** $3\frac{5}{32}$ |
| **ii)** $5\frac{3}{8}$ | **iv)** $4\frac{7}{15}$ | **vi)** $5\frac{1}{11}$ | **viii)** $9\frac{5}{7}$ | **x)** $5\frac{11}{40}$ |

**f** Fyll inn tall som passer.

| | | | |
|---|---|---|---|
| **i)** $2\frac{3}{\square} = \frac{\square}{5}$ | **iii)** $\square\frac{7}{\square} = \frac{\square}{8}$ | **v)** $1\frac{\square}{20} = \frac{33}{\square}$ | **vii)** $\square\frac{\square}{12} = \frac{53}{\square}$ |
| **ii)** $4\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{3}$ | **iv)** $\square\frac{9}{\square} = \frac{\square}{13}$ | **vi)** $2\frac{\square}{\square} = \frac{19}{\square}$ | **viii)** $\square\frac{\square}{18} = \frac{61}{\square}$ |

Finn flere løsninger hvis du kan.

## 391

**a** Løs tekstoppgaven.

For å fylle 98 flasker på 1 og 3 liter, trengte man 172 L vann.
Hvor mange flasker var det av hver type?

**b** Hvis du står fast, tenk deg at alle de 98 flaskene var på 1 liter. Hvor mye mindre vann ville man trengt da? Hvordan kan dette tallet hjelpe deg med å finne ut hvor mange 3 liters flasker det var?

**c** Sammenlikn denne oppgaven med den forrige og løs den:

I en gårdsbutikk ble det solgt 222 kg poteter i poser på 2 kg og 3 kg. Hvor mange poser var det av hver type, hvis det ble solgt 90 poser til sammen?

## 392

**a** Hvilke av brøkene nedenfor passer inn ulikheten $\frac{3}{4} < x < \frac{13}{12}$? Begrunn svaret.

$\frac{7}{8}$ $\frac{11}{8}$ $\frac{11}{12}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{77}{100}$ $\frac{13}{16}$ $\frac{17}{16}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{43}{40}$

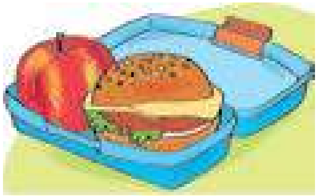
**b** **i)** Finn en ekte brøk som passer inn i $x > \frac{15}{16}$.

**ii)** Finn en uekte brøk som passer inn i $x < \frac{12}{11}$.

**iii)** Finn tre brøker som passer inn i $\frac{9}{10} < x < \frac{10}{9}$.

## 393

**a** Løs oppgavene ved å lage uttrykk som passer til.



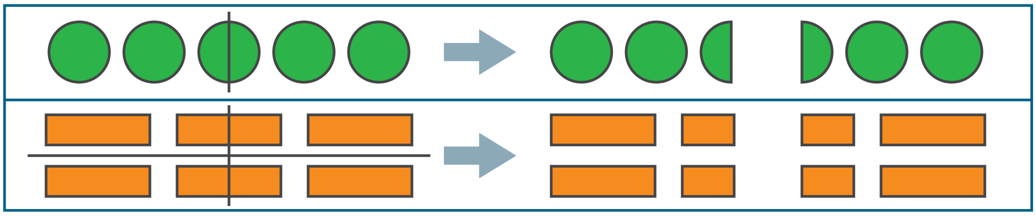
**I** To brødre delte 3 epler likt. Hvor mange fikk hver?

**II** Mor, far og to barn delte 10 boller likt. Hvor mange fikk hver?

Lag tegninger som viser disse likhetene:

$$3 : 2 = 1\frac{1}{2} \quad \text{og} \quad 10 : 4 = 2\frac{1}{2}$$

**b** Lag oppgaver som passer til tegningene.



**c** Finn brøker som er lik et naturlig tall. Lag likheter med disse tallene.

$\frac{18}{6}$ $\frac{13}{6}$ $\frac{22}{4}$ $\frac{32}{4}$ $\frac{42}{5}$ $\frac{63}{7}$ $\frac{36}{7}$ $\frac{52}{8}$ $\frac{21}{14}$

Skriv brøkene som ble igjen som blandede tall.

**d** Skriv uttrykkene som brøk. Forkort brøken hvis det er mulig og skriv den deretter som blandet tall.

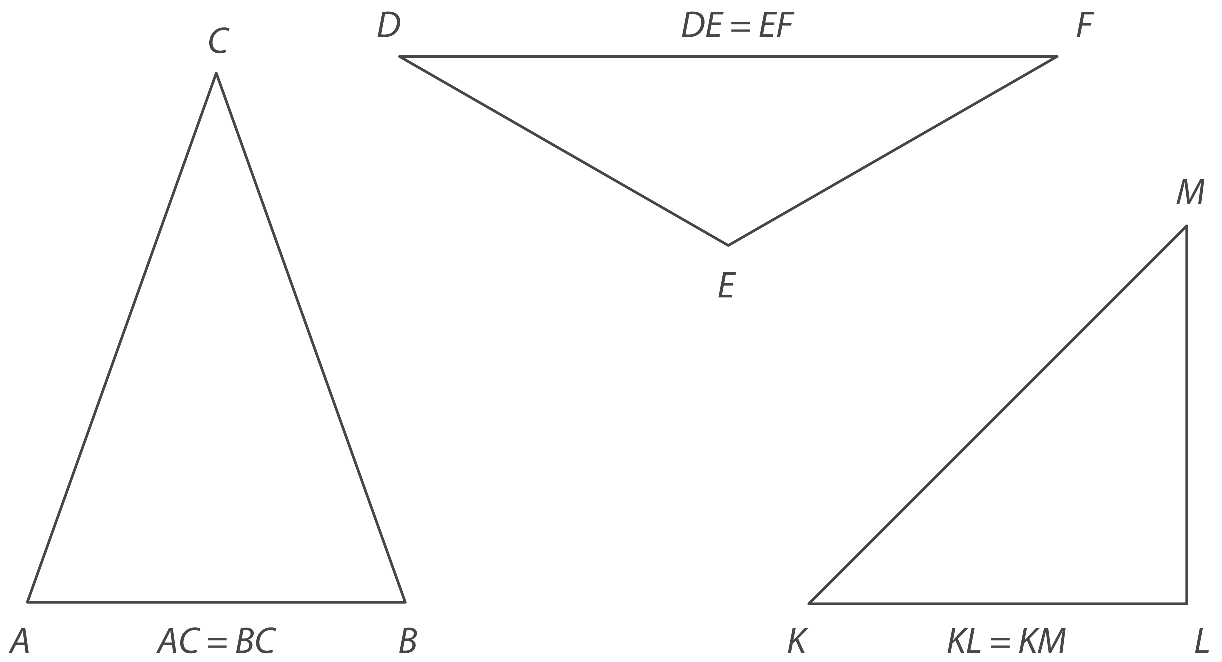
| | | | |
|---|---|---|---|
| **i)** 15 : 6 | **iii)** 20 : 15 | **v)** 40 : 24 | **vii)** 16 : 10 |
| **ii)** 18 : 4 | **iv)** 30 : 12 | **vi)** 60 : 25 | **viii)** 64 : 56 |

**e** Fyll inn tall som passer.

| | | |
|---|---|---|
| **i)** $9 : \square = 1\frac{1}{2}$ | **iii)** $\square : 15 = 4\frac{4}{5}$ | **v)** $14 : \square = 2\frac{1}{3}$ |
| **ii)** $\square : 12 = 1\frac{1}{4}$ | **iv)** $\square : 4 = 3\frac{1}{2}$ | **vi)** $21 : \square = 1\frac{1}{6}$ |

## 394

**a** Hva slags trekanter er dette?




Mål vinklene som de to beinene danner med den tredje siden. Hva ser du?

*I en likebeint trekant er to av vinklene like store.*

**b** Tegn en likebeint trekant der de to like vinklene er:

**i)** 70° **ii)** 30°

Hva mer kan du si om disse trekantene?

**c** Tegn en likebeint trekant der de to like vinklene er 40° og siden mellom disse vinklene er 3 cm.

**d** Tegn en likebeint trekant der vinkelen som dannes av de to beinene er 130°. Velg selv hvor lang sidene skal være.

**395**

**a** Hvor mange minutter er det i:

| i | ii | iii | iv |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{4}$ time? | $\frac{1}{10}$ time? | $\frac{1}{12}$ time? | $\frac{1}{15}$ time? |

**b** Hvor stor del av en time er:

| i | ii | iii | iv |
|---|---|---|---|
| 20 min? | 12 min? | 10 min? | 2 min? |

**c** Hvor stor del av et døgn er:

| i | ii | iii |
|---|---|---|
| 18 timer? | 8 timer? | $\frac{1}{2}$ time? |

**d** Skriv i synkende rekkefølge:

| | | |
|---|---|---|
| 20 min | $\frac{5}{12}$ time | $\frac{4}{15}$ time |
| $\frac{3}{10}$ time | 720 sek | $\frac{1}{48}$ døgn |

**e** Løs tekstoppgaven.

Et fly brukte $\frac{1}{4}$ time på å klatre opp til marsjhøyde. Deretter fløy det i denne høyden i 105 min, før det brukte $\frac{1}{3}$ time på å gå ned. Hvor lenge varte flyturen? Hvor stor del av turen fløy flyet i samme høyde?

## 396

**a** Skriv tallene i stigende rekkefølge.

$3\frac{1}{2}$ $4\frac{7}{8}$ $2\frac{2}{3}$ $4\frac{5}{6}$ $3\frac{3}{8}$ $4\frac{9}{10}$ $2\frac{2}{5}$

**b** Gjorde du de blandede tallene om til uekte brøk? Er det nødvendig?

Tenk over hvordan du kan sammenlikne blandede tall.

Er du enig i dette?

> *For å **sammenlikne to blandede tall**, kan vi først se på de hele tallene. Hvis de er ulike, vil det blandede tallet med det størst heltallet, være størst. Hvis de hele tallene er like, vil det blandede tallet med den største brøken være størst.*

**c** Sett inn riktig relasjonstegn.

**i)** $\frac{27}{4} \dots 6\frac{1}{2}$ **ii)** $2\frac{5}{8} \dots \frac{5}{2}$ **iii)** $\frac{33}{5} \dots 6\frac{7}{10}$ **iv)** $\frac{31}{3} \dots 10\frac{2}{9}$

**d** Erstatt bokstavene med blandede tall som passer.

**i)** $6\frac{7}{8} < a < b < 7\frac{1}{16}$ **ii)** $1\frac{8}{9} < x < 2 < y < 2\frac{1}{25} < z < 2\frac{1}{10}$

## 397

**a** Løs tekstoppgaven.

I en butikk selger de tohjulssykler og trehjulssykler. De har i alt 50 sykler, og syklene har til sammen 118 hjul. Hvor mange sykler av hver type har de i butikken?

**b** Hvis du står fast, så tenk deg at du tar vekk ett hjul fra hver av trehjulssyklene. Vil antall sykler endres da? Hva vil endres?

**c** Sammenlikn denne oppgaven med den forrige:

Leo tegnet trekanter og kvadrater. Han tegnet i alt 19 figurer, og figurene hadde til sammen 64 vinkler. Hvor mange trekanter og hvor mange kvadrater tegnet Leo?

Løs oppgaven.

## 398

**a** Gjør om til cm og tegn linjestykker med disse lengdene.

**i)** $\frac{1}{20}$ m  **iii)** $\frac{2}{5}$ dm  **v)** $\frac{1}{4}$ dm

**ii)** $\frac{2}{25}$ m  **iv)** $1\frac{1}{5}$ dm  **vi)** $\frac{3}{50}$ m

**b** Tegn et rektangel med sider lik linjestykker i a), slik at omkretsen blir:

**i)** 22 cm  **ii)** 4 dm  **iii)** 15 cm

## 399

**a** Finn:

**i)** MFM(12, 16)  **ii)** MFM(18, 10)  **iii)** MFM(21, 35)  **iv)** MFM(32, 24)

**b** Bruk svarene for å sammenlikne brøkene.

**i)** $\frac{5}{12}$ og $\frac{7}{16}$  **ii)** $\frac{13}{18}$ og $\frac{7}{10}$  **iii)** $\frac{19}{21}$ og $\frac{32}{35}$  **iv)** $\frac{23}{32}$ og $\frac{17}{24}$

## 400

**a** Tegn et kvadrat med sider 1 dm. Tegn et annet kvadrat med sider 1 cm slik at dette ligger inne i og har et felles hjørne med det store kvadratet.

Hvor stort er arealet av det store kvadratet? Hvor stort er arealet av et lille?

Hvor mange $cm^2$ er det i 1 $dm^2$?

**b** Tenk deg at du har tegnet et kvadrat med sider 1 m. Hvor mange kvadrater med sider 1 dm vil det være plass til inne i dette kvadratet?

$1\ dm^2 = 100\ cm^2$
$1\ m^2 = 100\ dm^2$
$1\ m^2 = 10\,000\ cm^2$

$1\ cm^2 = \frac{1}{100}\ dm^2$

$1\ dm^2 = \frac{1}{100}\ m^2$

**c** Arealet til et gulvteppe er 40 000 $cm^2$. Gjør om arealet til $dm^2$ og $m^2$.

**d** Arealet til en bordflate er $1\frac{1}{2}$ $m^2$. Gjør om arealet til $dm^2$ og $cm^2$.

## 401

**a** Noen turister dro på kanotur. De startet kl. 10:00 og padlet mot strømmen i en elv. Farten til kanoene var 8 km/t, og farten til vannet var 2 km/t. Da de hadde padlet i 18 km, stoppet de og tok en pause. Hva var klokka da?

**b** Kl. 15:30 begynte turistene å padle tilbake i motsatt retning. Nå padlet de med en fart på 7 km/t. Hva var klokka da de kom tilbake til stedet der de startet?

## 402

**a** Gå tilbake til oppgave 400. Anta at du skal dekke et kvadrat med sider 1 dm med terninger med sider 1 cm. Hvor mange terninger trenger du?

**b** Anta at kvadratet skal dekkes med ti slike lag med terninger oppå hverandre. Hvor mange terninger blir det til sammen?

**c** Hvor mange $cm^3$ er det i:

**i)** 3 $dm^3$? **ii)** 2 L? **iii)** 5 $m^3$?

**d** Volumet til en badestamp er 2 $m^3$. Gjør om volumet til liter og deretter til $cm^3$.

**e** Volumet til en bøtte er 5 L. Gjør om volumet til $dm^3$.

Hvor mange slike bøtter er det plass i en tønne med volum 1 $m^3$?

$1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3$
$1\ dm^3 = 1\ L$
$1\ m^3 = 1\,000\ dm^3$
$1\ m^3 = 1\,000\,000\ cm^3$

$1\ cm^3 = \frac{1}{1\,000}\ dm^3$

$1\ dm^3 = \frac{1}{1\,000}\ m^2$

## 403

Den russiske forfatteren **Leo Tolstoj** (1828-1910) har skrevet følgende:

«Et menneske er som en brøk. Dets virkelige evner er som telleren og dets tanker om seg selv er som nevneren. Jo større nevneren er, jo mindre er brøken.»

Hva tror du Tolstoj prøver å si?

**404**

**a** Hvilken av vinklene nedenfor er lik:

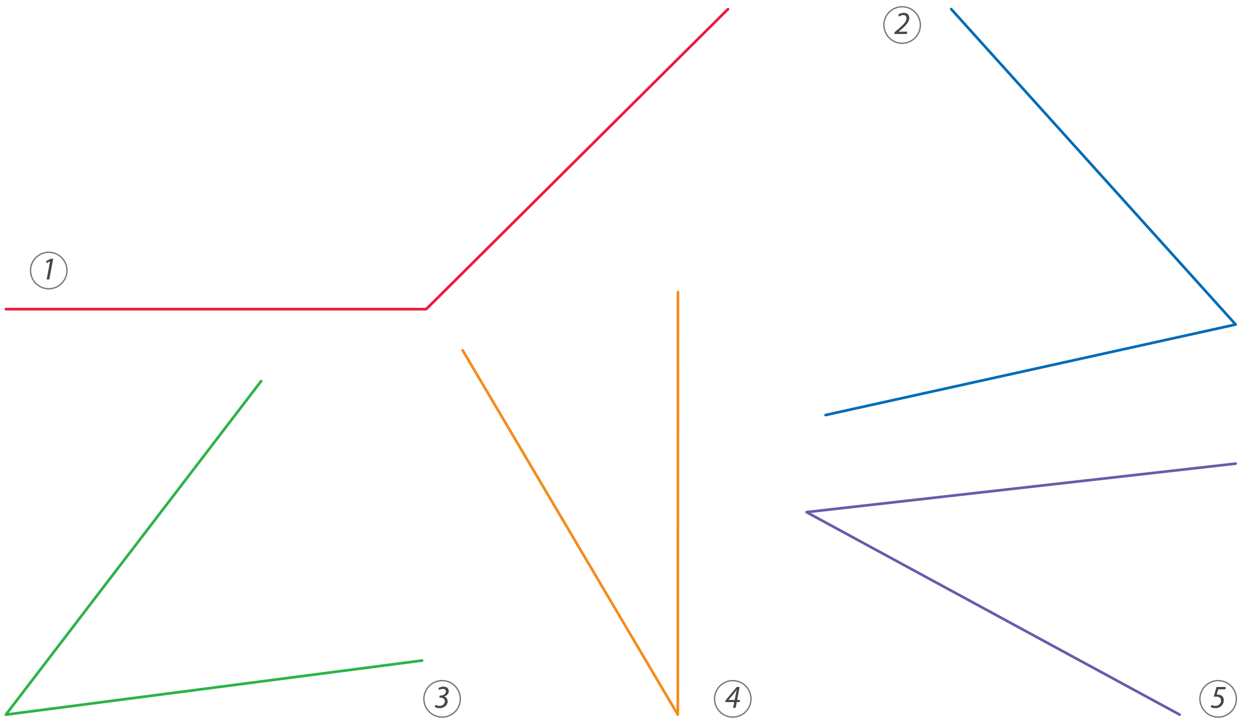
**i)** $\frac{1}{2}$ av en rett vinkel?

**ii)** $\frac{1}{3}$ av en rett vinkel?

**iii)** $\frac{1}{3}$ av en like vinkel? (dvs en vinkel på 180°)

**iv)** $\frac{1}{5}$ av en like vinkel?

**v)** $\frac{3}{4}$ av en like vinkel?




**b** Tegn en vinkel på 120°. Finn vinkelen i a) som er en firedel så stor som den du tegnet.

**c** Tegn en vinkel på 108°. Finn vinkelen i a) som er tredel så stor som den du tegnet.

**d** Tegn en rettvinklet trekant der de to spisse vinklene er lik to av vinklene i a).

# Hjernetrim

**1** For hver ulikhet finn to blandede tall som passer, der de hele tallene er ulike.

a) $\dfrac{23}{12} < u < \dfrac{21}{10}$

b) $\dfrac{79}{20} < v < \dfrac{61}{15}$

**2** Finn verdien til differansen mellom $3\frac{3}{4}$ og $2\frac{1}{2}$.

La brøkdelene i de to tallene bytte plass, slik: $3\frac{1}{2}$ og $2\frac{3}{4}$

Vil verdien til differansen mellom de nye tallene være større eller mindre enn i sted?

Sjekk svaret ved å bruke andre par av blandede tall og sett opp en hypotese.

**3** **Elias** tok et blandet tall og laget et nytt der det hele tallet var $k$ ganger større mens brøken var den samme. Hvilken av disse påstandene er sann?

1. Det nye tallet var $k$ ganger større enn det opprinnelige.
2. Det nye tallet var mer enn $k$ ganger større enn det opprinnelige.
3. Det nye tallet var mindre enn $k$ ganger større enn det opprinnelige.

**4** **Mari** tok et blandet tall og multipliserte det med 9. Hun fikk et naturlig tall mellom 60 og 70 til svar. Hva kan du si om verdien til det hele tallet i det blandede tallet? Hva kan du si om brøken? Hva kan det blandede tallet ha vært? Finn alle mulige løsninger.

# Test deg selv

**1** Skriv et blandet tall der:

**a)** det hele tallet er 3.

**b)** brøken er $\frac{5}{6}$.

**c)** det hele tallet er 8 og brøken er $\frac{7}{10}$.

**2** Hvor mange hele inneholder den uekte brøken?

**a)** $\frac{9}{2}$ **b)** $\frac{11}{4}$ **c)** $\frac{33}{7}$ **d)** $\frac{127}{10}$

**3** Gjør om til uekte brøk.

**a)** $1\frac{3}{5}$ **b)** $3\frac{7}{8}$ **c)** $2\frac{5}{12}$ **d)** $9\frac{2}{7}$

**4** Gjør om til blandet tall (forkort den ekte brøken mest mulig).

**a)** 6 : 4 **b)** 15 : 9 **c)** 20 : 8 **d)** 18 : 15 **e)** 80 : 12

**5** Bruk tallene til å lage en kjede av ulikheter.

$4\frac{3}{10}$ $3\frac{3}{4}$ $3\frac{7}{10}$ $4\frac{2}{5}$ $4\frac{1}{3}$

**6** Finn et blandet tall som er:

**a)** større enn $\frac{12}{5}$, men mindre enn $\frac{5}{2}$.

**b)** større enn $\frac{20}{3}$, men mindre enn $\frac{27}{4}$.

**7** På skolens matematikkdag ble 113 femteklassinger delt inn i 32 grupper med 3 eller 4 elever i hver gruppe. Hvor mange grupper med 3 elever var det?

**8** Gjør om til liter.

**a** $\frac{1}{2}$ m$^3$  **b** $\frac{2}{5}$ m$^3$  **c** $\frac{3}{200}$ m$^3$

**9** Hvor stor del av et minutt er:

**a** 20 sek?  **b** 5 sek?  **c** 15 sek?

**10** Hvilken av disse likningene har ingen løsning? Hvilken har uendelig mange løsninger?

$$5x + 13 = 14 + 5x \qquad 2(z + 7) = z + 14 + z$$

$$2(y + 11) = 3(y - 22)$$

**11** Tegn en likebeint trekant der beinene er 5 cm.

**12** Tegn en likebeint trekant den ene siden er 4 cm og de to andre er ulik 4 cm.

**13** Tegn en likebeint trekant der beinene er 4 cm og minst en av vinklene er:

**a)** 100°

**b)** 50°

Hvor mange løsninger finnes i hvert tilfelle?

# Fasit

9 10 11

12 13 14

15 16 17

# 9 Primtallsfaktorisering

## 187

**a** $60 = 2 \cdot 30$ $60 = 3 \cdot 20$ $60 = 5 \cdot 12$ $60 = 6 \cdot 10$ $60 = 2 \cdot 5 \cdot 6$ $60 = 3 \cdot 4 \cdot 5$ $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

**b** **i)** $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$

**ii)** Umulig siden hverken 2, 3 eller 7 kan splittes opp i et produkt med faktorer ulik 1.

**c**

**i)**
$36 = 2 \cdot 18$
$36 = 3 \cdot 12$
$36 = 4 \cdot 9$
$36 = 6 \cdot 6$
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 9$
$36 = 2 \cdot 3 \cdot 6$
$36 = 3 \cdot 3 \cdot 4$
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

**ii)**
$48 = 2 \cdot 24$
$48 = 3 \cdot 16$
$48 = 4 \cdot 12$
$48 = 6 \cdot 8$
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 12$
$48 = 2 \cdot 3 \cdot 8$
$48 = 2 \cdot 4 \cdot 6$
$48 = 3 \cdot 4 \cdot 4$
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6$
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

**iii)**
$56 = 2 \cdot 28$
$56 = 4 \cdot 14$
$56 = 7 \cdot 8$
$56 = 2 \cdot 2 \cdot 14$
$56 = 2 \cdot 4 \cdot 7$
$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$

**iv)**
$100 = 2 \cdot 50$
$100 = 4 \cdot 25$
$100 = 5 \cdot 20$
$100 = 10 \cdot 10$
$100 = 2 \cdot 2 \cdot 25$
$100 = 2 \cdot 5 \cdot 10$
$100 = 4 \cdot 5 \cdot 5$
$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

**d** **i)** F.eks. $15 = 3 \cdot 5$ eller $39 = 3 \cdot 13$

**ii)** F.eks. $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ eller $300 = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5$

**iii)** F.eks. $64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ eller $10\,000 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10$

**iv)** F.eks. 7 eller 13

## 188

**a** $10 \cdot 10 = 100$

**b** Sykkellåsen kan ha 10 ganger flere koder enn hengelåsen. $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$

**c** Av de 999 første naturlige tallene er det 99 tall som ikke er tresifret (nemlig tallene fra 1 til 99). Da må det være $999 - 99 = 900$ tresifrede tall.
Antall tresifrede tall er ulik antall mulige koder på sykkellåsen fordi første siffer i et tresifret tall må være ulik 0.

## 189

**a** **i)** $a = 96$ **iii)** $c = 84$

**ii)** $b = 97$ **iv)** $d = 52$

$d < c < a < b$ eller $52 < 84 < 96 < 97$.

**b** F.eks.: $b = 13^2 - 2^4 \cdot 3^2 = 25$ og $c = (2^6 - 6^2) \cdot 3^2 = 252$ som gir $25 < 52 < 96 < 252$.

## 190

**a** Første rektangel: lengde 12 og bredde 2, areal $12 \cdot 2 = 24$ (ruter).
Andre rektangel: lengde 4 og bredde 6, areal $4 \cdot 6 = 24$ (ruter).
$24 = 3 \cdot 8$ $24 = 1 \cdot 24$

**b** $20 = 1 \cdot 20 = 2 \cdot 10 = 4 \cdot 5$ $13 = 1 \cdot 13$
Antall rektangler med areal 20 ruter: 3
Antall rektangler med areal 13 ruter: 1

**c** Alle primtall mindre enn 50:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

## 191

**a** Linjestykkene på tegningene 1 og 4 er parallellforskjøvet.
Linjestykkene på tegningene 2, 3 og 5 er rotert.
Det røde linjestykket er rotert med:
- en rett vinkel i figur 5
- en spiss vinkel i figur 2
- en stump vinkel i figur 3

## 192

**a** **I** 3 timer **II** 3 timer
Begge oppgavene kan løses med uttrykket $48 : (7 + 9)$.

**b** Syklisten: 18 km/t. Fotgjengeren: 6 km/t.

## 193

**a** i) $x = 18$ ii) $x = 8$

**c** i) $x = 9$ ii) $y = 28$ iii) $z = 37$ iv) $u = 25$ v) $p = 66$ vi) $w = 37$

## 194

**a** i) $60 = 2 \cdot 30 = 3 \cdot 20 = 4 \cdot 15 = 5 \cdot 12 = 6 \cdot 10$

ii) $60 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 3 \cdot 10 = 2 \cdot 5 \cdot 6 = 3 \cdot 4 \cdot 5$

iii) $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

**c** i) $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ ii) $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$ iii) $40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$ iii) $52 = 2 \cdot 2 \cdot 13$

**d** $84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$ $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

**e** i) $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

ii) $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$

iii) $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

iv) $108 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

v) $135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

## 195

**a** Fra venstre mot høyre: spiss, rett, stump, like. Vinkel 4 er 180°.

**b** $\angle BFC + \angle CFE = 180°$

$\angle BFD + \angle DFE = 180°$

$\angle BFC + \angle CFD + \angle DFE = 180°$

$\angle CFD + \angle DFA = 180°$

$\angle CFE + \angle EFA = 180°$

$\angle CFD + \angle DFE + \angle EFA = 180°$

**d** 20°

## 196

**a** i) $2^1 = 2$ ii) $3^1 = 3$ iii) $10^1 = 10$

**b** i) 48 ii) 250 iii) 280 iv) 1 v) 1 vi) 20 vii) 1 viii) 1

## 197

**c**

i) $130 = 2 \cdot 5 \cdot 13$
ii) $144 = 2^4 \cdot 3^2$
iii) $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$
iv) $192 = 2^6 \cdot 3$
v) $216 = 2^3 \cdot 3^3$
vi) $232 = 2^3 \cdot 29$
vii) $280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$
viii) $385 = 5 \cdot 7 \cdot 11$

**d**

i) 104
ii) 210
iii) 576
iv) 135
v) 1 000
vi) 70 000

**e**

i) $2^3 \cdot 3^2 = 72$
ii) $3^2 \cdot 5^2 = 225$
iii) $2^3 \cdot 3^1 \cdot 11^1 = 264$
iv) $350 < 2^3 \cdot 7^2 < 400$
v) $800 < 5^3 \cdot 7^1 < 900$
vi) $900 < 2^3 \cdot 3^2 \cdot 13^1 < 1\,000$

## 198

**a** Jørgen: 7 kg per time. Celine: 14 kg per time.

**b** Likning: $6 \cdot (v + 2v) = 126$

**c** 1 200 boller per time og 4 800 boller per time.

## 199

**a**

i) 6 507
ii) 7 587
iii) 8 532

**b**

i) $n = 8$ gir verdien 9
ii) $n = 9$ gir verdien 261
$n = 12$ gir verdien 765
$n = 14$ gir verdien 981

## 200

**f** Alle primtall under 100:
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

## 201

**a**

i) $1\,000 = 2^3 \cdot 5^3$
ii) $128 = 2^7$
iii) $176 = 2^4 \cdot 11$
iv) $243 = 3^5$
v) $10\,000 = 2^4 \cdot 5^4$

**c** 325 ($= 5^2 \cdot 13$) og 1 001 ($= 7 \cdot 11 \cdot 13$)

**d** 289, 578 eller 867.

## 202

a 17 kanoer med én person, 13 med to.

c 50 personer og 37 kanoer. Da blir det 24 kanoer med én person og 13 med to.

d 11 karameller til 2 kr per stk og 17 til 1 kr per stk.

## 203

a Primtall: 2, 19, 43, 71, 83, 97

b Tomine har rett. Fredrik har ikke rett – primtallene trenger ikke være ulike. F.eks. er $4 = 2 \cdot 2$ et sammensatt tall.

c Sammensatte tall i a): 26, 33, 49, 57, 91

d i) 63 ii) 1 100

e 264, 312, 440 eller 520.

## 204

a 12 cm b i) 1 dm c i) 6 $cm^2$ d i) 36 $cm^2$

## 205

a i) Sann (begge sider har verdi 12).
ii) Usann ($102 \neq 86$).
iii) Sann (begge sider har verdi 65).
iv) Sann (begge sider har verdi 95)

b $2^7 - (2^5 + 2^3) - 2^1 = 3^4 + 3^2 - 3^1 - 1$

## 206

a I $10 \cdot 9 = 90$
II $8 \cdot 90 = 720$ (dvs. 8 ganger svaret i oppgave I) ev. $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

c $8 \cdot 9 \cdot 10 = 720$

## 207

**a** $24 = 2^3 \cdot 3$ $\quad 15 = 3 \cdot 5$ $\quad 24 \cdot 15 = 360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

**b** $14 = 2 \cdot 7$ $\quad 20 = 2^2 \cdot 5$ $\quad 27 = 3^3$ $\quad 14 \cdot 20 \cdot 27 = 7\,560 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

**d**
- **i)** $42 \cdot 125 = (2 \cdot 3 \cdot 7) \cdot (5^3) = 2 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7$
- **ii)** $63 \cdot 72 = (3^2 \cdot 7) \cdot (2^3 \cdot 3^2) = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 7$
- **iii)** $96 \cdot 208 = (2^5 \cdot 3) \cdot (2^4 \cdot 13) = 2^9 \cdot 3 \cdot 13$
- **iv)** $576 \cdot 392 = (2^6 \cdot 3^2) \cdot (2^3 \cdot 7^2) = 2^9 \cdot 3^2 \cdot 7^2$
- **v)** $512 \cdot 625 = 2^9 \cdot 5^4$

## 208

**a** Figur 1: 30° Figur 2: 45° Figur 3: 60°
I hver figur deler strålen *OD* vinkelen *AOB* i to like vinkler.

**c** $\angle w$, $\angle y$, $\angle v$, $\angle x$

## 209

**a** $12 = 2^2 \cdot 3$ og $144 = 2^4 \cdot 3^2$
Primfaktorene 2 og 3 er med dobbelt så mange ganger i 144 som i 12. Dette er fordi $144 = 12 \cdot 12 = 12^2$.

**b**
- **i)** $16 = 2^4$ og $256 = 2^8$
- **ii)** $20 = 2^2 \cdot 5$ og $400 = 2^4 \cdot 5^2$
- **iii)** $100 = 2^2 \cdot 5^2$ og $10\,000 = 2^4 \cdot 5^4$
- **iv)** $24 = 2^3 \cdot 3$ og $576 = 2^6 \cdot 3^2$
- **v)** $32 = 2^5$ og $1\,024 = 2^{10}$
- **vi)** $48 = 2^4 \cdot 3$ og $2\,304 = 2^8 \cdot 3^2$

**c**
- **i)** $28 = 2^2 \cdot 7 \Rightarrow 28^2 = 2^4 \cdot 7^2$
- **ii)** $36 = 2^2 \cdot 3^2 \Rightarrow 36^2 = 2^4 \cdot 3^4$
- **iii)** $45 = 3^2 \cdot 5 \Rightarrow 45^2 = 3^4 \cdot 5^2$
- **iv)** $54 = 2 \cdot 3^3 \Rightarrow 54^2 = 2^2 \cdot 3^6$
- **v)** $21 = 3 \cdot 7 \Rightarrow 21^3 = 3^3 \cdot 7^3$
- **vi)** $24 = 2^3 \cdot 3 \Rightarrow 24^4 = 2^{12} \cdot 3^4$
- **vii)** $32 = 2^5 \Rightarrow 32^4 = 2^{20}$
- **viii)** $12 = 2^2 \cdot 3 \Rightarrow 12^5 = 2^{10} \cdot 3^5$

**d**
- **i)** $a = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$
- **ii)** $b = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 11^2 = 26\,136$
- **iii)** $c = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^4 = 360\,000$

## 210

**a** i) 29, 31, 37, 41 ii) 89, 97 iii) 13, 17, 19

**b** Mange løsninger, f.eks.:

i) $16 < x < 20$ eller $41 \leq y < 44$

ii) $23 < a < 29$ eller $48 \leq b \leq 52$

iii) $54 \leq u \leq 65$ eller $88 < v < 101$

## 211

**a** 32 kameler, 40 dromedarer.

**c** 22 dobbeltrom, 12 enkeltrom

## 212

**a** i) $x = 1\,216$ ii) $y = 836$ iii) $z = 40\,768$ iv) $v = 14\,499$

**b** $y = 19 \cdot 44$, $x = 19 \cdot 64$

**c** $x \approx 1\,200$, $y \approx 800$, $z \approx 41\,000$, $v \approx 14\,000$

## 213

**a** i) 6 ii) 12 iii) 24

**b** i) 6 ii) 12

**c** i) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ ii) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15}$ iii) $2 = \frac{6}{3} = \frac{10}{5} = \frac{16}{8}$ iv) $3 = \frac{9}{3} = \frac{15}{5} = \frac{24}{8}$

## 214

**d** Det er 12 mnd i et år. Katten er 6 mnd eller et halvt år.

**e** Far: 40 år, mor: 37 år, Ådne: 14, Kine: 11, Preben: 9.

## 215

**c**

**i)** $504 : 14 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

**ii)** $504 : 12 = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

**iii)** $924 : 11 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84$

**iv)** $891 : 33 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$

**d**

**i)** $728 = 2^3 \cdot 7 \cdot 13$

**ii)** $936 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 13$

**iii)** $1\,188 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 11$

**iv)** $1\,485 = 3^3 \cdot 5 \cdot 11$

**e**

**i)** $728 : 14 = 2^2 \cdot 13 = 52$

**ii)** $936 : 39 = 2^3 \cdot 3 = 24$

**iii)** $1\,188 : 18 = 2 \cdot 3 \cdot 11 = 66$

**iv)** $1\,485 : 15 = 3^2 \cdot 11 = 99$

**v)** $728 : 26 = 2^2 \cdot 7 = 28$

**vi)** $936 : 18 = 2^2 \cdot 13 = 52$

**vii)** $1\,188 : 33 = 2^2 \cdot 3^2 = 36$

**viii)** $1\,485 : 33 = 3^2 \cdot 5 = 45$

## 216

**a**

**i)** 120 L

**ii)** $84\ m^3 = 84\,000$ L

**iii)** $360\,000\ cm^3 = 360\ dm^3 = 360$ L

**iv)** $1\,500\,000\ mm^3 = 1\,500\ cm^3 = 1{,}5\ dm^3 = 1{,}5$ L

**c**

Mange løsninger, f.eks.: 4 dm, 6 dm, 12 dm
4 dm, 8 dm, 9 dm
6 dm, 6 dm, 8 dm

$4\ m^3 = 4\ 000\ dm^3$

Noen mulige sidekanter: 10 dm, 10 dm, 40 dm
10 dm, 16 dm, 25 dm

Noen mulige sidekanter for 96 $dm^3$: 4 dm, 4 dm, 6 dm
3 dm, 4 dm, 8 dm

# Hjernetrim

**1**

**a)** $1275 = 3 \cdot 5^2 \cdot 7$

**b)** $729 = 3^6$

**2**

**a)** 12 **b)** 11 **c)** Ingen **d)** 99

**3**

$x = 2^2 \cdot 3 = 12$ $y = 7 \cdot 11 = 77$ $z = 1$ $u = 2^{2} \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 900$

4 a) Både $a$ og $b$ må være partall.
b) Både $c$ og $d$ må være partall.
c) F.eks.: $g = 3$ og $h = 6$ eller $g = 10$ og $h = 5$
$m = 4$ og $n = 4$ eller $m = 8$ og $n = 2$
Det siste har én løsning: $r = 1$ og $s = 1$

5 Regel: Svaret blir 9 multiplisert med differansen mellom sifrene.
F.eks.: $72 - 27 = 9 \cdot (7 - 2) = 9 \cdot 5 = 45$

# Test deg selv

1 a) $2 \cdot 3 \cdot 7$ b) $2^5 \cdot 3$ c) $2 \cdot 3 \cdot 17$ d) $2 \cdot 5 \cdot 13$ e) $3 \cdot 5 \cdot 11$

2 a) 56 b) 90 c) 80 d) 52 e) 153

3 23, 37, 79, 89, 97

4 a) $28 \cdot 15 = (2 \cdot 2 \cdot 7) \cdot (3 \cdot 5) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
b) $24 \cdot 32 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^8 \cdot 3$
c) $25 \cdot 14 \cdot 27 = (5 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 7) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$
d) $32 \cdot 125 \cdot 81 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^3$

5 a) $3^2 \cdot 7^2$ b) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ c) $2^3 \cdot 3^6$ d) $2^{16}$

6 21 000 L

7 15 sto på ett bein, og 27 sto på to.

8 72

9 a) $x = 13$ b) $x = 1$

10 Husk: En like vinkel er 180°.

# 10 Faktor i et tall og multiplum av et tall

## 217

**a**
Faktorene i 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12
Faktorene i 15: 1, 3, 5, 15
Faktorene i 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

**b**
Faktorene i 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18
Faktorene i 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20
Faktorene i 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
24 har flest faktorer, 8 stk.
29 og 37 har færrest, kun 2 stk. De er primtall.
Faktorene i 29: 1, 29
Faktorene i 32: 1, 2, 4, 8, 16, 32
Faktorene i 37: 1, 37

## 218

**a** 6

**c** 6 (Kan bruke samme løsningsstrategi.)

## 219

**a** De er kvadrattall.

**b**
**i)** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48 (48 har flest)
**ii)** 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56
**iii)** 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64
**iv)** 1, 7, 13, 91
**v)** 1, 97 (97 har færrest)
**vi)** 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100

**c**
Tallet 1 er faktor i alle naturlig tall, siden alle naturlige tall er delelig med 1.
Nei, 0 kan ikke være faktor i et naturlig tall. Hvis 0 er faktor i et tall, må tallet selv være 0.

**d**
$11^2 = 121$. Faktorer: 1, 11, 121
$12^2 = 144$. Faktorer: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48, 72, 144
$13^2 = 169$. Faktorer: 1, 13, 169
$14^2 = 196$. Faktorer: 1, 2, 4, 7, 14, 28, 49, 98, 196

## 220

**a**
**i)** $x = 9$
**ii)** $x = 10$

**b** Hvis det er vanskelig, bruk «hold over»-metoden.

| | | |
|---|---|---|
| **i)** $x = 15$ | **iv)** $p = 4$ | **vii)** $u = 7$ |
| **ii)** $y = 33$ | **v)** $q = 4$ | **viii)** $v = 45$ |
| **iii)** $z = 17$ | **vi)** $r = 2$ | **ix)** $w = 8$ |

**c** $y = 33 = 3 \cdot 11$ $\quad$ $v = 45 = 3^2 \cdot 5$

**d** $p \cdot q \cdot r \cdot w = 4 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 8 = 2^8$

## 221

**a**
**i)** 1, 2, 4, 8, 13, 26, 52, 104
**ii)** 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54, 108
**iii)** 1, 2, 4, 7, 8, 14, 16, 28, 56, 112
**iv)** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 40, 60, 120
**v)** 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126

**b** Felles faktorer: 1, 2
Felles faktor 6: 108, 120, 126
Felles faktor 14: 112, 126
Felles faktor 18: 108, 126

**c** 24, 48, 72, 96, …

**d** 60, 120, 180, 240, …

**e** 36, 108, 180, 252, …

## 222

**a** $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ og $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
420 har $2 \cdot 5$ i tillegg til primtallsfaktoriseringen til 42.

**b**
**i)** $24 = \underline{2^3 \cdot 3}$ og $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 = (\underline{2^3 \cdot 3}) \cdot (2 \cdot 5)$
**ii)** $15 = \underline{3 \cdot 5}$ og $1\,500 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^3 = (\underline{3 \cdot 5}) \cdot (2^2 \cdot 5^2)$
**iii)** $16 = \underline{2^4}$ og $16\,000 = 2^7 \cdot 5^3 = (\underline{2^4}) \cdot (2^3 \cdot 5^3)$

**c**
**i)** $20\,000 = 2 \cdot 10\,000 = 2 \cdot (2^4 \cdot 5^4) = 2^5 \cdot 5^4$
**ii)** $6\,400 = 64 \cdot 100 = 2^6 \cdot (2^2 \cdot 5^2) = 2^8 \cdot 5^2$
**iii)** $27\,000 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3$
**iv)** $12\,500 = 2^2 \cdot 5^5$
**v)** $121\,000 = 2^3 \cdot 5^3 \cdot 11^2$
**vi)** $240\,000 = 2^7 \cdot 3 \cdot 5^4$

**d** **i)** 2 nuller $\quad$ **ii)** 1 null $\quad$ **iii)** 3 nuller $\quad$ **iv)** 5 nuller

## 223

a) Tolv 1-kroner og sju 5-kroner.

b) De 28 kronene som blir «til overs» må brukes til å gjøre 1-kroner om til 5-kroner.

c) Det går ikke med 44, siden 44 – 19 ikke er delelig med 4. Disse tallene går: 43, 91.

d) 7 rettvinklede trekanter og 5 kvadrater.

## 224

a) $\angle MPB = 45°$ og $\angle APN = 120°$

b) $\angle BPL = \angle LPN = 15°$ $\angle MPL = 60°$ $\angle APL = 105°$

## 225

a) i) 60, 72 ii) 75, 90 iii) 64, 80 iv) 108, 135

b) Multipler av et tall $n$ er jevnt fordelt på tallinja. Differansen fra et multiplum til det neste er lik $n$.

c) Uendelig mange løsninger.

d) 126, 504

e) 78, 169

f) 154, 748

g) 40, 80, 120, …

h) F.eks. 24, 120, 168

## 226

a) $MN = 8$ cm

i) det grønne iii) det røde v) det blå
ii) det blå iv) det grønne vi) det røde

## 227

**a** Tallene i venstre kolonne dobles, mens de i høyre halveres. Svaret finner vi nederst i høyre kolonne. (Legg merke til at nederste tall i venstre kolonne er 1.)

**b**
- **i)** 736
- **ii)** 1 920
- **iii)** 8 448
- **iv)** 64 000

## 228

**a** Faktorene i 14: 1, 2, 7, 14
Eksempel på multipler av 14: 14, 28, 42
Det finnes ingen tall som kan ha uendelig mange faktorer.

**c**
- **i)** $3 \cdot 36 = 108$, $4 \cdot 36 = 144$, $5 \cdot 36 = 180$
- **ii)** F.eks.: $5 \cdot 99 = 495$, $15 \cdot 99 = 1\,485$, $25 \cdot 99 = 2\,475$
- **iii)** $1 \cdot 218 = 218$, $2 \cdot 218 = 436$, $3 \cdot 218 = 654$, $4 \cdot 218 = 872$

## 229

**a** $\angle SPQ = 135°$

**b** Nye vinkler: 15° og 45°.

## 230

**a** Den vesentligste forskjellen er antall ulike plantesorter.

**b** **I** 6 **II** 24

## 231

**a**
- **i)** 1, $\underline{2}$, 4, 8, 16, 32
- **ii)** 1, $\underline{2}$, $\underline{3}$, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48
- **iii)** 1, $\underline{3}$, $\underline{5}$, 15, 25, 75
- **iv)** 1, $\underline{2}$, $\underline{3}$, $\underline{5}$, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90

**b**
- **i)** F.eks. 27, 49, 125
- **ii)** F.eks. 15, 22, 39
- **iii)** F.eks. 30, 140, 180

**c**
- **i)** $7^3 = 343$ eller $19^2 = 361$
- **ii)** F.eks. $17 \cdot 19 = 323$ eller $2^4 \cdot 3^3 = 432$
- **iii)** F.eks. $5 \cdot 7 \cdot 11 = 385$ eller $2^2 \cdot 3^2 \cdot 13$

**d** Nei. Selv primtall har seg selv som faktor.

## 232

**b** **i)** 4 rest 1 $4\frac{1}{2}$ **iii)** 7 rest 1 $7\frac{1}{2}$ **v)** 1 rest 6 $1\frac{6}{8} = 1\frac{3}{4}$

**ii)** 2 rest 2 $2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}$ **iv)** 3 rest 2 $3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$

## 233

**a** Første likning: $x = 6$ Andre likning: $x = 12$

**b** **i)** $x = 6$ **ii)** $x = 12$ **iii)** $x = 4$

**c** **i)** $x = 13$ **iv)** $a = 15$ **vii)** $m = 9$
**ii)** $y = 8$ **v)** $b = 66$ **viii)** $n = 26$
**iii)** $z = 13$ **vi)** $c = 9$ **ix)** $p = 17$

**d** Er faktor i 144: 8, 9
Er faktor i 195: 13, 15
Er faktor i 442: 13, 17, 26

## 234

**a** $AB$ = 4 cm, $AC$ = 3 cm, $BC$ = 5 cm **b** $TS$, $FG$, $KM$ **c** 10 cm **d** Ca. 57 mm

## 235

**b** F.eks. $2 \cdot 2 = 4$, $2 \cdot 3 = 6$, $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

**c** F.eks.: **i)** $2 \cdot 3^2$, $2 \cdot 11$ **ii)** $3 \cdot 5^2$, $3^3 \cdot 5$ **iii)** $2 \cdot 5 \cdot 13$, $5^2 \cdot 13$ **iv)** $3^3$, $3^5 \cdot 7$

**d** $576 = 2^6 \cdot 3^2$ 576 er delelig med $a$ og $d$.

## 236

**a** 2 km/t 2 timer: 4 km, 5 timer: 10 km.

**b** Med strømmen: 16 km (vannet hjelper til). Mot strømmen: 12 km (vannet bremser båten).

## 237

**b** 1, 2, 5, 6, 7, 8

## 238

**a** i) 2 400 ii) 2 624

**c** Når John kom til 108 og 3, multipliserte han 108 med 3 og dividerte 3 med 3.

**d** i) 1 032 ii) 4 860 iii) 2 688 iv) 1 584

## 239

**a** Alle tre er multipler av 24.

**c** Uendelig mange løsninger.

**d** For eksempel:
i) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 5\,040$ og $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7 = 63\,000$ ii) $2^3 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ og $3^2 \cdot 5 = 45$

## 240

**a** $\angle APC = \angle APB + \angle BPC$

**b** Summen av to nabovinkler er 180°.
Ikke alle vinkler med en sum på 180° er nabovinkler. I tillegg til at summen skal være 180°, må toppunktet og ett vinkelbein være felles.

**c** 1, 3, 4.

## 241

**a–b** Hvis det er vanskelig, tegn figurer.

i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ iii) $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$ v) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ vii) $1\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$ ix) $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

ii) $1\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1\frac{3}{4}$ iv) $\frac{1}{2} + 1\frac{1}{8} = 1\frac{5}{8}$ vi) $\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ viii) $1\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ x) $\frac{7}{8} - \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

## 242

**a** **I** 60 km **II** 48 km

**c** 30 km, 24 km

**d** Den kjørte mot strømmen.

## 243

**a** $x = 6$ (de har samme rot)

**b**
**i)** $a = 6$
**ii)** $b = 70$
**iii)** $c = 18$
**iv)** $k = 4$
**v)** $m = 55$
**vi)** $n = 6$
**vii)** $p = 9$
**viii)** $q = 20$
**ix)** $r = 12$

**c** Faktorer i 36: 4, 6, 9, 12, 18
Faktorer i 220: 4, 20, 55
Faktorer i 132: 4, 6, 12
Faktorer i 120: 4, 6, 12, 20

## 244

**a**

| | Tall | Primfaktorer | Multipler |
|---|---|---|---|
| **i)** | 60 | 2, 3, 5 | 60, 120, 180, 240, … |
| **ii)** | 72 | 2, 3 | 72, 144, 216, 288, … |
| **iii)** | 84 | 2, 3, 7 | 84, 168, 252, 336, … |
| **iv)** | 112 | 2, 7 | 112, 224, 336, 448, … |
| **v)** | 132 | 2, 3, 11 | 132, 264, 396, 528, … |
| **vi)** | 144 | 2, 3 | 144, 288, 432, 576, … |
| **vii)** | 216 | 2, 3 | 216, 432, 648, 864, … |
| **viii)** | 375 | 3, 5 | 375, 750, 1 125, 1 500, … |

**b**
**i)** 48, 96, 144, …
**ii)** 100, 200, 300, …
**iii)** 84, 168, 252, …
**iv)** 160, 320, 480, …
**v)** 132, 264, 396, …
**vi)** 78, 156, 234, …
**vii)** 200, 400, 600, …
**viii)** 120, 240, 360, …

## 245

**a** I løpet av en uke: 7 ganger
I løpet av tre uker: 21 ganger
Fra mandag kl. 12 til lørdag kl. 12 samme uke: 5 ganger
Fra kl. 9 til kl. 21 på samme dag: $\frac{1}{2}$ gang

**b** 2 uker og 6 dager.

**c** På 12 timer: $\frac{1}{2}$ omløp     På 6 timer: $\frac{1}{4}$ omløp     På 8 timer: $\frac{1}{3}$ omløp

# Hjernetrim

**1** Faktorene i 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 (12 stk)
Andre tosifrede tall med 12 faktorer: 72, 84, 90, 96

**2** **a) i)** 4     **ii)** 6     **iii)** 8
Mønster: Antallet er én mer enn eksponenten til potensen.

**b) i)** 16     **ii)** 28     **iii)** 40

**c) i)** 16     **ii)** 28     **iii)** 40

**d)** Faktorene i $4^3 = 64$: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 (7 stk)
Faktorene i $6^2 = 36$: 1, 2, 3, 6, 9, 18, 36 (7 stk)
Dette passer ikke inn i det samme mønsteret. Forskjellen er at grunntallene her er sammensatte tall, ikke primtall som i sted.

**3** 24

# Test deg selv

**1** **a)** 1, 2, 4, 7, 14, 28
**b)** 1, 5, 13, 65
**c)** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72
**d)** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180

**2** **a)** $112 = 2^4 \cdot 7$     **b)** $405 = 3^4 \cdot 5$     **c)** $2\,000 = 2^4 \cdot 5^3$

**3** F.eks.:

**a)** $7 \cdot 48 = 7 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3) = 2^4 \cdot 3 \cdot 7$

**b)** $12 \cdot 56 = (2^2 \cdot 3) \cdot (2^3 \cdot 7) = 2^5 \cdot 3 \cdot 7$

**c)** $15 \cdot 105 = (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5 \cdot 7) = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7$

**4** Med strømmen: 20 km. Mot strømmen: 16 km.

**5** 6 ord: KOT, KTO, OKT, OTK, TKO, TOK

**6** **a)** $x = 6$ **b)** $y = 9$ **c)** $z = 18$

# 11 Største felles faktor. Minste felles multiplum.

## 246

**a** Faktorene i 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18
Faktorene i 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
Felles faktorer i 18 og 24: 1, 2, 3, 6
Største felles faktor: 6

**b**
**i)** SFF(9, 15) = 3
**ii)** SFF(20, 15) = 5
**iii)** SFF(24, 32) = 8
**iv)** SFF(56, 84) = 28
**v)** SFF(36, 72) = 36
**vi)** SFF(8, 25) = 1
**vii)** SFF(80, 60) = 20
**viii)** SFF(63, 42) = 21
**ix)** SFF(27, 60) = 3

**c**
**i)** SFF(12, 15, 21) = 3
**ii)** SFF(30, 15, 45) = 15
**iii)** SFF(16, 18, 24) = 2
**iv)** SFF(32, 48, 64, 80) = 16
**v)** SFF(13, 26, 39, 65) = 13
**vi)** SFF(12, 28, 60, 64, 100) = 4

## 247

**a** 11 L og 22 L.

**b** $x = 11$

**c** Øverste hylle: 28 bøker Nederste hylle: 84 bøker

## 248

**a**
**i)** SFF(9, 25) = 1
**ii)** SFF(36, 18) = 18
**iii)** SFF(18, 30) = 6
**iv)** SFF(32, 40) = 8
**v)** SFF(48, 36) = 12
**vi)** SFF(24, 35) = 1
**vii)** SFF(55, 88) = 11
**viii)** SFF(105, 35) = 35
**ix)** SFF(32, 45) = 1

**b** Ja, største felles faktor kan være lik et av tallene. F.eks. er SFF(36, 18) = 18.
Hvis SFF($m$, $n$) = $m$, så er $n$ delelig med $m$.

c F.eks. SFF(9, 25) = 1

d SFF(1, $k$) = 1

e Minste felles faktor er alltid 1 og derfor uinteressant.

## 249

a $m$ = 1 gir verdien 330 og $m$ = 2 gir 134. $m$ = 3 gir 36.

b $n$ = 2 gir 2 og $n$ = 3 gir 27.

c 330, 134, 36, 2, 27. Av disse har 330 og 36 største felles faktor 6.

## 250

a Alle linjene er symmetrilinjer, men noen av figurene har også andre symmetrilinjer.

## 251

b
i) SFF(28, 35) = 7
ii) SFF(36, 48) = 12
iii) SFF(81, 54) = 27
iv) SFF(64, 96) = 32
v) SFF(144, 112) = 16
vi) SFF(30, 42, 72) = 6
vii) SFF(27, 45, 63) = 9
viii) SFF(26, 39, 65, 78) = 13
ix) SFF(40, 52, 92, 36) = 4

## 252

a 12 timer

b Avstanden mellom A og B er 36 km.

c 3 timer

## 253

a
i) SFF(98, 112) = 14
ii) SFF(90, 108) = 18
iii) SFF(128, 104) = 8

c
i) SFF(108, 96) = 12
ii) SFF(5 460, 130) = 130
iii) SFF(154, 195) = 1

d
i) SFF(60, 84) = 12
ii) SFF(84, 98) = 14
iii) SFF(120, 64) = 8
iv) SFF(140, 112) = 28
v) SFF(108, 180) = 36
vi) SFF(132, 165) = 33

## 254

**a** Antall par, fra venstre mot høyre: 2, 0, 2, 2

**b** Man må passe på at to stråler ikke danner en rett linje.

**d** **i)** 60° og 120 ° **ii)** 80° og 100° **iii)** 5° og 175°

## 255

**a** $23 \cdot 72$ **b** **i)** 4752 **ii)** 9720 **iii)** 32256 **iv)** 52920

## 256

**a** 288

**c** $224 = 2^5 \cdot 7$, $432 = 2^4 \cdot 3^3$, $792 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 11$

**i)** $224 : 14 = (2^5 \cdot 7) : (2 \cdot 7) = 2^4 = 16$

**ii)** $224 : 8 = 2^2 \cdot 7 = 28$

**iii)** $432 : 27 = 2^4 = 16$

**iv)** $432 : 36 = 2^2 \cdot 3 = 12$

**v)** $792 : 11 = 2^3 \cdot 3^2 = 72$

**vi)** $792 : 24 = 3 \cdot 11 = 33$

## 257

**a** **I** Klokka var 20:00. **II** 304 km.

**b** Oppgave I) kan løses ved å finne møtehastigheten til togene.
I oppgave II) beveger objektene seg vekk fra hverandre med en fart på 152 km/t.

## 258

**a** 8, 16, 24, 32, **40**, 48, 56, 64, 82, **80**, 88, 96, 104, 112, **120**, …
10, 20, 30, **40**, 50, 60, 70, **80**, 90, 100, 110, **120**, …
Felles multiplum: 40, 80, 120, …
Minste felles multiplum: 40

**b** **i)** MFM(6, 4) = 12 **ii)** MFM(9, 15) = 45 **iii)** MFM(36, 18) = 36 **iv)** MFM(8, 15) = 120

**c** **i)** MFM(6, 8, 10) = 120 **ii)** MFM(12, 15, 10) = 60 **iii)** MFM(10, 15, 20, 40) = 120

**d** MFM(36, 18) = 36

**e** MFM(8, 15) = 120 = 8 · 15

**f** MFM(1, $k$) = $k$ MFM(0, $k$) gir ingen mening. Ingen tall er delelig med 0.

**g** Uansett hvilke tall man ser på så finnes det ikke noe største felles multiplum. Man kan alltid finne et felles multiplum som er enda større.

## 259

**a** $x = 8$

**c** **i)** $x = 12$ **ii)** $x = 8$ **iii)** $x = 5$ **iv)** $x = 6$ **v)** $x = 17$ **vi)** $x = 11$

**d** 8 og 17 er faktor i 272. 11 er faktor i 429. 8, 10 og 17 er faktor i 680.

**e** SFF(153, 85) = 17 SFF(324, 600) = 12

## 260

**b** **i)** MFM(18, 27) = 54
**ii)** MFM(48, 30) = 240
**iii)** MFM(84, 56) = 168
**iv)** MFM(27, 72) = 216
**v)** MFM(108, 96) = 864
**vi)** MFM(200, 128) = 3 200
**vii)** MFM(8, 6, 10) = 120
**viii)** MFM(20, 24, 36) = 360
**ix)** MFM(32, 48, 64) = 192

## 261

**a** 6 tall.

**b** 24 tall.

**d** I det første tilfellet vil svaret være likt. I det andre vil svaret bli 18, siden vi ikke skriver 0 som første siffer et flersifret tall.

## 262

**a** 7 km.

**b** **i)** 2 km lengre. **ii)** De er like lange.

**c** F.eks. 100 m og 150 m, 120 m og 130 m.

## 263

**b** MFM(72, 80) = 720, MFM(154, 32 340) = 32 340, MFM(490, 297) = 145 530

**c**
**i)** MFM(36, 27) = 108
**ii)** MFM(42, 30) = 210
**iii)** MFM(84, 98) = 588
**iv)** MFM(45, 72) = 360
**v)** MFM(108, 132) = 1 188
**vi)** MFM(192, 128) = 384
**vii)** MFM(16, 20, 24) = 240
**viii)** MFM(28, 42, 21) = 84
**ix)** MFM(40, 32, 64) = 320

## 264

**a** $a$ = SFF(882, 1323) = $3^2 \cdot 7^2$ = 441
$b = 2^3 \cdot 3 \cdot 19 = 456$
$c$ = MFM(48, 108) = 432
$d = 3^3 \cdot 17 = 459$

**b**
**i)** F.eks. $440 < x < 457$
**ii)** F.eks. $432 \leq y < 462$

## 265

**a**
**i)** SFF(108, 132) = 12
**ii)** SFF(40, 72) = 8
**iii)** SFF(112, 256) = 16
**iv)** SFF(48, 112) = 16
**v)** SFF(576, 216) = 72
**vi)** SFF(144, 45) = 9
**vii)** SFF(338, 208) = 26
**viii)** SFF(132, 198) = 66
**ix)** SFF(1 024, 500) = 4

**b** $x = 72$, $y = 66$, $z = 12$, $v = 16$

## 266

**a**
**i)** 108
**ii)** 88
**iii)** 254
**iv)** 45
**v)** 48
**vi)** 162
**vii)** 144
**viii)** 96
**ix)** 154
**x)** 140

**b**
**i)** $144 = 12^2$
**ii)** 45
**iii)** 108
**iv)** 96

## 267

**a** 6 cm$^2$ og 14 cm$^2$.

**b** De to trekantene i a) kan settes sammen til trekanten i b). Arealet er 20 cm$^2$.

**c** 6 cm$^2$, 10 cm$^2$, 6 cm$^2$.

## 268

**a** **i)** 13 **ii)** 1 **iii)** 1 **iv)** 7 **v)** 1

**c** **i)** MFM(39, 35) = 1 365 **ii)** MFM(25, 32) = 800 **iii)** MFM(45, 28) = 1 260

**d** 65 og 56 95 og 63 105 og 143 192 og 121 343 og 243

**e** Alle mulige løsninger:
16 og 21 16 og 45 16 og 81 16 og 91 28 og 45 28 og 81 45 og 91 81 og 91

## 269

**a** 22 km/t

**b** Farten til vannet: 2 km/t. Legg merke til at båten kjører med strømmen.

**c** Båten vil ha 8 km igjen. Det vil holde med 30 min ekstra tid.

## 270

**a** $x = 12$ $2x = 40 - x$ har rot $x = 40 : 3 = 13\frac{1}{3}$, altså ikke et naturlig tall.
Vi må velge tall fra rammen som er delelig med 3: 18, 39, 105
Røttene blir da: 6, 13, 35

**b** **i)** $x = 7$ **ii)** $x = 60$ **v)** $x = 12$ **vi)** $x = 102$
De andre likningene vil ikke ha et naturlig tall til rot.

## 271

**a** Tallene er relativt primiske.
$35 = 5 \cdot 7$ og $24 = 2^3 \cdot 3$ $64 = 2^6$ og $21 = 3 \cdot 7$ $125 = 5^3$ og $144 = 2^4 \cdot 3^3$

**b** $a$ og $c$, $b$ og $c$, $b$ og $d$.

**c** Uendelig mange løsninger.

**272**

a $1$ min $= 60$ sek, $\frac{1}{2}$ min $= 30$ sek, $1\frac{1}{2}$ min $= 90$ sek    300 sek = 5 min, 150 sek $= 2\frac{1}{2}$ min

b $1\frac{1}{2}$ t = 90 min, $2\frac{1}{2}$ t = 150 min, $3\frac{1}{2}$ t = 210 min

c i) 300    ii) 600    iii) 900    iv) 420

**273**

a Toppvinkler får man ved å tegne to rette linjer som skjærer hverandre.

b Toppvinkler: 2, 4    Nabovinkler: 1, 2, 4

c Legg merke til at en tegning med toppvinkler alltid vil inneholde nabovinkler, mens en tegning godt kan inneholde nabovinkler uten å inneholde toppvinkler.

**274**

a

| | Tall | SFF | MFM |
|---|---|---|---|
| i) | 84 og 56 | 28 | 168 |
| ii) | 78 og 52 | 26 | 156 |
| iii) | 70 og 105 | 35 | 210 |
| iv) | 144 og 192 | 48 | 576 |
| v) | 24, 32 og 30 | 2 | 480 |

b–e Mange løsninger.

# Hjernetrim

2 Alle felles primfaktorer står inne i området der de to ovalene overlapper hverandre. (Dette området kalles **snittet**.)
SFF(72, 60) = $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$    MFM(72, 60) = $(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 3) \cdot 5 = 360$
SFF(72, 64) = $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$    MFM(72, 64) = 576
SFF(84, 63) = $3 \cdot 7 = 21$    MFM(84, 63) = 252

3

| | Tall | SFF | MFM |
|---|---|---|---|
| a) | 96 og 72 | 24 | 288 |
| b) | 100 og 75 | 25 | 300 |
| c) | 112 og 84 | 28 | 336 |
| d) | 108 og 144 | 36 | 432 |
| e) | 132 og 99 | 33 | 396 |
| f) | 192 og 216 | 24 | 1 728 |

4

a) Ja, $a = 2^3 = 8$ og $b = 7^2 = 49$.
b) Ja, $a = 2^3 = 8$ og $b = 5^3 = 125$.
c) Nei, siden $256 = 2^8$ (kun delelig med ett primtall).
d) Ja. Her er det flere løsninger, f.eks.: $a = 2^2 = 4$ og $b = 3^2 \cdot 11 = 99$.
e) Ja, $a = 2^5 = 32$ og $b = 17$.

# Test deg selv

1 a) SFF(18, 30) = 6   b) SFF(80, 48) = 16   c) SFF(16, 12, 24) = 4

2 a) MFM(15, 18) = 90   b) MFM(28, 21) = 84   c) MFM(8, 12, 20) = 120

3 Uendelig mange løsninger. Tallet kan ikke ha noen primfaktor felles med det som er oppgitt.

4 Tor hadde 26 kr, Julia hadde 13 kr.

5 MFM(4, 6, 8) = 24. Det vil skje igjen om 24 dager, den 25. april.

6 3 timer.

7 18

8 a) $x = 13$   b) $x = 7$   c) $x = 6$

9 a) Vinklene må være 120° og 60°.   b) Vinklene må være 110° og 70°.

10 150

# 12 Egenskaper ved divisjon

## 275

**a** $72 = 12 \cdot 6$, $48 = 8 \cdot 6$, $72 + 48 = 120 = 20 \cdot 6$.
$105 = 7 \cdot 15$, $45 = 3 \cdot 15$, $105 + 45 = 150 = 10 \cdot 15$.

**d** Må velge $a$ delelig med 3, $b$ delelig med 8, $c$ delelig med 9 og $d$ delelig med 16.

## 276

**a** 26 og 13.

**b** 35 og 19.

**c** Det må være 18 flere epler i den ene kurven, ikke 16, og man må legge til 3 epler i hver kurv, ikke ta dem vekk. Svar: 33 og 15.

## 277

**a**
**i)** Går opp, siden alle leddene i summen er partall.
**iii)** Går opp, siden alle leddene er delelig med 3.
**vi)** Går opp, siden alle leddene er deleleig med 6

**b**

| | |
|---|---|
| $(44 + 54 + 64 + 100) : 4$ | 44, 64 og 100 er delelig med 4, men det er ikke 54. |
| $(530 + 700 + 825 + 1\,010) : 10$ | Tre av leddene er delelig med 10, men det er ikke 825. |
| $(9 + 100 + 999) : 9$ | 9 og 999 er delelig med 9, men det er ikke 100. |

**c** Uendelig mange løsninger.

**e** Forslag til moteksempel:
$2 + 3 + 4 + 5 + 6$ er delelig med 2 selv om summen inneholder 2 oddetall.

## 278

**a** **i)** 216 **ii)** 252 **iii)** 528

**b** 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 27, 36, 54, 72, 108, 216.

c
i) $216 : 27 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) : (3 \cdot 3 \cdot 3) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
ii) $252 : 21 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$
iii) $252 : 18 = 2 \cdot 7 = 14$
iv) $528 : 33 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$
v) $528 : 44 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

## 279

a 3 km/t.

b Nei, der var farten 2 km/t.

c 9 timer.

## 280

a
$25 \cdot 40 : 5$ (Både 25 og 40 er delelig med 5. Det hadde holdt med ett av dem.)
$16 \cdot 27 : 8$ (16 er delelig med 8.)
$13 \cdot 24 \cdot 17 : 6$ (24 er delelig med 6.)

d Bokstavene må velges slik at $a$ er delelig med 10, $b$ er delelig med 6, $d$ er delelig med 9 og $f$ er delelig med 7 (siden 114 er delelig med 2, trenger ikke $f$ nødvendigvis være delelig med 14). Bokstavene $c$ og $e$ kan stå for hvilke som helst naturlige tall, siden den andre faktoren i de tilfellene er delelig med divisor.

e Bokstavene må velges slik at $a$ ikke er delelig med 5, $c$ ikke er delelig med 2 og $e$ ikke er delelig med 32. Det er umulig å velge tall for $b$, $d$ og $f$ som gjør at divisjonen ikke går opp, siden den andre faktoren i dividenden er delelig med divisor.

## 281

a Den første likningen: $x = 4$ Den andre likningen: $x = 1$

b i) $x = 7$ ii) $y = 2$ iii) $z = 16$ iv) $u = 26$ v) $v = 8$ vi) $w = 1$

c
Røtter som er faktor i 144: 1, 2, 8, 16
Røtter som er faktor i 224: 1, 2, 7, 8, 16
Røtter som er faktor i 182: 1, 2, 7, 26

d SFF(130, 156) = 26 SFF(176, 288) = 16 SFF(364, 455) = 91

## 282

a Det er foretatt parallellforskyvninger. Forskjellen er hvor langt og i hvilken retningen kvadratet er forskjøvet.

## 283

**c** 18 142

**d** i) 1 534  ii) 30 705  iii) 70 148  iv) 127 107

## 284

**a** 6

**b** 24

**c** 12

## 285

**a** Sirkler (kan tegnes med passer).

**d** Spisse: $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOE$
Rette: $\angle AOC$, $\angle COE$
Stumpe: $\angle AOD$, $\angle BOD$, $\angle BOE$
$\angle AOE$ er en like vinkel på 180°.

## 286

**a** $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$  $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

**b** i) $\frac{5}{6}$  ii) 4  iii) $\frac{1}{4}$  iv) $\frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$  v) $\frac{3}{8}$  vi) 1

## 287

**b**
i) Går opp (189 = 180 + 9). Svar: 63.
ii) Går opp (856 = 800 + 40 + 16). Svar: 214.
iii) Går ikke opp (362 = 360 + 2 = 4 · 90 + 2. Divisjonen vil gi rest 2.)
iv) Går opp (3 642 = 3 600 + 42). Svar: 607.
v) Går opp (4 963 = 4 900 + 63). Svar: 709.
vi) Går ikke opp (63 047 = 63 000 + 47. 47 er ikke delelig med 7.)
vii) Går ikke opp (585 = 500 + 85. 85 er ikke delelig med 25.)
viii) Går opp (7 775 = 7 700 + 75). Svar: 311.

## 288

**a** Begge vil lande på 40 som er MFM(8, 10).

**b** i) MFM(14, 21) = 42  ii) MFM(24, 21) = 168  iii) MFM(24, 36) = 72

**c** MFM(8, 10, 12) = 120

## 289

**a** 240 000 $cm^3$ = 240 L

**b** Sideflater: 3 000 $cm^2$ = 30 $dm^2$ og 4 000 $cm^2$ = 40 $dm^2$. Bunn: 4 800 $cm^2$ = 48 $dm^2$

**c** Halve: 120 L Tre firedeler: 180 L Fem seksdeler: 200 L

## 290

**a** 346 · 57 = 19 722

**b** **i)** 6 290 **ii)** 56 385 **iii)** 700 392 **iv)** 419 440

**c** 479 · 523 = 250 517

## 291

**a–b**
**i)** 28 476 : 4 = 7 119
**ii)** 27 144 : 3 = 9 048
**iii)** 93 339 : 9 = 10 371
**iv)** 64 875 : 25 = 2 595
**v)** 13 576 : 4 = 3 394
**vi)** 27133 : 3 = 9 044 rest 1
**vii)** 93 039 : 9 = 10 337 rest 6
**viii)** 11 112 : 6 = 1 852

## 292

**a** 365 (366 i et skuddår).

**b** I et skuddår utgjør de to siste sifrene i årstallet et tall som er delelig med 4. (Ved et århundreskifte kan det være unntak fra denne regelen. Les gjerne mer på nettet.)

# Hjernetrim

**1**
**a)** 1 + 2 + 3 +…+ 999 + 1 000 = 500 · 1 001 = 500 500
MFM(91, 143) = 7 · 13 · 11 = 1 001 som er faktor i 500 500.
**b)** 1 + 2 + 3 +…+ 9 999 + 10 000 = 5 000 · 10 001 = 50 005 000
MFM(73, 137) = 73 · 137 = 10 001 som er faktor i 50 005 000.
**c)** 1 + 3 + 5 +…+ 219 + 221 = 111 · 111 = (3 · 37) · (3 · 37) (Se s. 71 i Grunnbok 5A)
MFM(9, 37) = 3 · 3 · 37
Vi ser at summen inneholder alle primfaktorene som inngår i MFM(9, 37).
**d)** 1 + 3 + 5 +…+ 253 + 255 = 128 · 128 = $2^7 \cdot 2^7 = 2^{14}$

2 Legg merke til at tallene $p - 1$, $p$ og $p + 1$ er tre etterfølgende naturlige tall.

a) Alle primtall større enn 3 er oddetall, så det betyr at både $p - 1$ og $p + 1$ må være partall. Siden det er snakk om to etterfølgende partall, må nøyaktig ett av dem være delelig med 4 (bare sjekk på tallinja). Et partall multiplisert med et tall i 4-gangen må være delelig med 8.

b) Hvis vi har tre etterfølgende naturlige tall, må nøyaktig ett av dem være delelig med 3. Her vet vi at det ikke kan være $p$, det må altså være enten $p - 1$ eller $p + 1$. Selv om vi ikke vet hvilket av dem det er, så vet vi at produktet $(p - 1) \cdot (p + 1)$ må være delelig med 3.

c) Ja, siden $(p - 1) \cdot (p + 1)$ er delelig med både 8 og 3, så må det være delelig med $8 \cdot 3 = 24$.

3 a) Ja. (Kan bruke samme type begrunnelse som i 2 a).)

b) Nei. Dette stemmer ikke dersom $k$ er delelig med 3. La f.eks. $k = 9$. Da er $k - 1 = 8$ og $k + 1 = 10$. Vi får da $8 \cdot 10 = 80$ som ikke er delelig med 3.

4 Av tre etterfølgende naturlige tall må minst ett være delelig med 2 og nøyaktig ett være delelig med 3 (siden annen hvert tall er delelig med 2, og hvert tredje tall er delelig med 3). Produktet av de tre tallene må derfor inneholde både 2 og 3 som faktor og må derfor være delelig med 6.

5 MFM(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 2\,520$

# Test deg selv

1 Uendelig mange muligheter. Må velge:

a) $a$ delelig med 7. b) $b$ delelig med 9. c) $c$ delelig med 8. d) $d$ delelig med 12.

2 Uendelig mange muligheter. Må velge:

a) $a$ som ikke er delelig med 4.

b) $b$ som ikke er delelig med 9.

c) $c$ som ikke er delelig med 12.

3 Overlates til leseren (se oppgave 1 og 2 over).

4 1 km/t. (Vannet bremser båten i elva, men ikke i innsjøen.)

5 a) $x = 8$ b) $y = 4$ c) $z = 10$

# 13 Regler for delelighet

## 293

**a** 28, 70, 132, 494

**e**
- **i)** 2 370, 2 372, 2 374, 2 376, 2 378
- **ii)** 39 050, 39 052, 39 054, 39 056, 39 058
- **iii)** Alle siffer fra 0 til 9 passer. Tallet vil uansett være et partall siden det slutter på 8.
- **iv)** Ingen siffer passer. Siden det slutter på 3, vil det uansett være et oddetall.
- **v)** Alle siffer fra 0 til 9 passer.

**f** Den første stjerne kan erstattes med 10 ulike siffer (0-9). Den andre kan erstattes med 5 ulike siffer (0, 2, 4, 6, 8).

## 294

**a** Båten: 22 km/t. Vannet: 2 km/t.

**c** $11v$ står for farten til båten.
$11v + v$ står for summen av farten til båten og til vannet. Dette er farten båten beveger seg med relativt elvebredden.
$2(11v + v)$ står for strekningen båten tilbakelegger i løpet av 2 timer.
$2(11v + v) = 48 \Rightarrow v = 2$ km/t (farten til vannet)

**d** Båten: 10 km/t. Vannet: 2 km/t.

## 295

**a** **i)** $x = 4$ **ii)** $y = 13$

**b** Ja.

**c** **i)** $y = 8$ **ii)** $z = 20$ **iii)** $a = 33$ **iv)** $u = 14$ **v)** $b = 2$ **vi)** $c = 6$

**d** SFF(616, 136) = 8 = $y$ SFF(858, 714) = 6 = $c$ SFF(462, 165) = 33 = $a$

## 296

**a** F.eks. 8 skåler (med 10 klementiner og 12 epler i hver). Antall skåler må være en felles faktor for 80 og 96.

**b** SFF(80, 96) = 16 Med 16 skåler blir det 5 klementiner og 6 epler i hver.

**c** F.eks. $3 \cdot 18 = 54$ og $4 \cdot 18 = 72$. Altså 54 klementiner og 72 epler.

## 297

**a** 798 + 1 374 og 4 673 + 8 259.

**b** Peter viser at summen av oddetallene $a$ og $b$ er 2 mindre enn partallet $(a + 1) + (b + 1)$. Siden annethvert naturlig tall er et partall, må $a + b$ være et partall.

**c** Antall oddetall i summen må være 0, 2, 4, …

**e** **i)** 1 091 **ii)** 456 **iii)** 12 344 **iv)** 1 353 **v)** 1 210 **vi)** 19 265

## 298

**a** 26 og 43.

**b** $x + 17$ står for antall passasjerer i den første vognen.
$x - 9$ står for antall passasjerer i den andre vognen etter at 9 hadde gått av.
$x + 17 - 9$ står for antall passasjerer i den første vognen etter at 9 hadde gått av.
Likning: $x + 17 - 9 = 2 \cdot (x - 9) \Rightarrow x = 26$ (i den andre vognen)

**c** 11 pæretrær og 65 epletrær.

## 299

**b** 3, 5 og 6.

**c** Ja.

**d** 150° og 120°.

## 300

**a** $AB$ = 2,5 cm
$CD$ = 35 mm = 3,5 cm
$EF$ = 5 cm = 0,5 dm = 50 mm
$GH$ = 7 cm
$IJ$ = 1 dm = 100 mm = 0,1 m

**b** Omkrets 17 cm: $CD$ og $EF$. Omkrets 25 cm: $AB$ og $IJ$.

**c** Areal 35 cm$^2$: $EF$ og $GH$. Areal 70 cm$^2$: $GH$ og $IJ$.

## 301

**a** Delelig med 10: 5 740, 379 990 (slutter på 0)
Delelig med 5: 495, 5 740, 12 345, 379 990 (slutter på 0 eller 5)

**d** **i)** Partall: 3 010, 14 852, 25 252, 45 454, 83 560, 700 008
**ii)** Oddetall delelig med 5: 75, 6 785, 52 525
**iii)** Partall som ikke er delelig med 5: 14 852, 25 252, 45 454, 700 008
**iv)** Tall delelig med 10: 3 010, 83 560

## 302

**a** **i)** 216 cm$^2$ **ii)** 2 400 cm$^2$ = 24 dm$^2$ **iii)** 52 cm$^2$

**b** **i)** 7 cm **ii)** 5 dm

**c** $a$ = 8 cm

## 303

**a** Modellen viser situasjonen for 2 år siden. Da var også broren 4 år eldre (dette vil ikke endre seg med alderen).
Svar: Nå er broren 7 år og søsteren 3 år.

**b** Ja, om ett år når han er 8 og søsteren 4.

**c** 27 år og 3 år.

## 304

a–b i) 18 696 ii) 7 053 675

c i) 50 154 ii) 109 408 iii) 4 177 866 iv) 399 456

## 305

a Delelig med 2: 174, 356, 484, 1 272, 1 348
Delelig med 4: 356, 484, 1 272, 1 348

c Delelig med 4: 7 428, 167 908, 500 500, 876 532, 12 347 856

d i) 3 504, 3 524, 3 544, 3 564, 3 584.

ii) Siden 68 er delelig med 4, kan ✻ erstattes med alle siffer fra 0 til 9.

iii) 985 852, 985 856

iv) Siden 46 ikke er delelig med 4, kan ikke tallet bli delelig med 4 uansett hva ✻ er.

v) 975 132, 975 136

vi) Siden 86 ikke er delelig med 4, kan ikke tallet bli delelig med 4 uansett hva ✻ er.

## 306

a Båten: 17 km/t. Vannet: 1 km/t.

b Båten: 16 km/t. Vannet: 2 km/t.

c Vannet må stå stille.

## 307

b i) $a$ må erstattes med et partall.

ii) $b$ må erstattes med et oddetall.

iii) $c$ kan erstattes med både partall og oddetall, mens $d$ må erstattes med et oddetall.

iv) $e$ må erstattes med et partall.

c For å få oddetall, må man velge motsatt type tall som i b).

## 308

a 54, 63, 72, 81, 90, 99, …

c 7 164 er delelig med 9. 5 476 er ikke delelig med 9.

d 5 121, 63 054, 64 584, 223 344

## 309

a *FH*, *HP*, *PQ* og *MN*.

b Det er umulig å tegne en korde som er lengre enn 6 cm.

d Diameter: 8 cm. Det er umulig å tegne en korde på 1 dm.

f 0 cm $< r <$ 3 cm og 0 cm $< d <$ 6 cm.

## 310

a MFM(2, 3, 5, 7) = 2 · 3 · 5 · 7 = 210
Svar: 211 kuler.

b Nå får oppgaven to løsninger: 211 og 421. (Neste felles multiplum for 2, 3, 5 og 7 er 420.)

c MFM(10, 12, 15) = 2 · 5 · 2 · 3 = 60
Svar: 69 epler. (Neste mulighet er 129, men det tallet er ikke tosifret.)

## 311

a–b Selv om man bytter om rekkefølgen på sifrene i et tall, vil tverrsummen fortsatt være den samme.

c **i)** 4 725 **ii)** 41 022 eller 41 922 **iii)** 710 991 **iv)** 9 974 799 **v)** 770 778 eller 779 778

## 312

a Figur 1: 4 ruter mot høyre, 7 ruter ned
Figur 2: 4 ruter mot venstre, 2 ruter ned
Figur 3: 3 ruter mot høyre, 5 ruter ned
Figur 4: 5 ruter mot høyre, 6 ruter opp
Figur 5: 5 ruter mot venstre, 1 rute ned

## 313

a 4 måter.

b 8 måter.

c i) 6 måter. ii) 27 måter.

## 314

a 2, 4, 3 og 6. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ og $\frac{1}{6}$

b i) $CD = 6$ cm ii) $EF = 4$ cm iii) $GH = 2$ cm iv) $IJ = 1$ cm

c Areal: 4 cm$^2$.

d Areal: 16 cm$^2$.

## 315

a Delelig med 9: 468, 17 523 Ja, begge er også delelig med 3.

d Delelig med 3: 73 482, 401 877, 525 252, 888 888, 1 726 353
Delelig med 9: 401 877, 1 726 353 (begge har tverrsum 27)

e i) 4 128, 4 428, 4 728 (3 løsninger)
ii) 10 224, 10 524, 10 824 (3 løsninger)
iii) 21 345, 51 345, 81 345 (3 løsninger)
iv) 53 001, 53 301, 53 601, 53 901 (4 løsninger)
v) 310 407, 610 407, 910 407 (3 løsninger)
vi) 30 ulike løsninger (tips: tell mulige kombinasjoner med 1-9 som første siffer).

## 316

a Hannah er 13 år, Julie er 7 år.

b $x + 6$ står for alderen til Hannah.
$x - 1$ er Julies alder for et år siden.
$x + 6 - 1$ er Hannahs alder for et år siden.
Likning: $x + 6 - 1 = 2 \cdot (x - 1) \Rightarrow x = 7$ (Julies alder nå)

c Faren er 32 år, sønnen er 2 år.

## 317

**a** 365 (366 i et skuddår).

**b** Bruk en kalender for å sjekke svaret.

**d** **i)** 182 **ii)** 183
I et skuddår vil svaret i i) være 183.

## 318

**a** **i)** 6 **ii)** 14 **iii)** 50

**b** Det er 6 halvdeler i 3.
Det er 12 firedeler i 3.
Det er 14 halvdeler og 28 firedeler i 7.

**a** **i)** 16 **ii)** 4 **iii)** 2 **iv)** 6

**d** 10 epler, 3 pærer og 4 appelsiner

# Hjernetrim

**1** **a)** Alle naturlige tall kan skrives som en sum av noe som er delelig med 9 og tverrsummen av tallet. F.eks.
$734 = 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 4 = 7 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (9 + 1) + 4 = (7 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (7 + 3 + 4)$ der første parentes inneholder et uttrykk som er delelig med 9, mens andre parentes inneholder tverrsummen. Siden den første delen av et slikt uttrykk uansett vil gi rest 0 når vi deler med 9, er det tverrsummen som er avgjørende for hva resten blir.

**b)** **i)** 5 **ii)** 2 **iii)** 3 **v)** 0 **v)** 8 **vi)** 7 **vii)** 4 **viii)** 1

**c)** 7553 84238 100688 3784256
5✻765✻3 – summen av de ukjente sifrene må være 5.
58✻9✻267 – summen av de ukjente sifrene må være 2.
76✻✻1177 – summen av de ukjente sifrene må være 4.

**2** **a)** F.eks. 457 832 = 457 · 1 000 + 832. Siden 1 000 er delelig med 8, må 457 · 1 000 være delelig med 8. Siden 832 også er delelig med 8, må 457 832 være delelig med 8.

**b)** **i)** 7 024, 7 224, 7 424, 7 624, 7 824

**ii)** 76 456

**iii)** 553 328, 553 368

**iv)** 25 032, 25 072, 25 112, 25 152, …

**v)** 346 072, 346 176, 346 272, 346 376, …

**vi)** 909 016, 909 056, 909 096, 909 136, …

**3** 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45 = 9 · 5. Siden tverrsummen er delelig med 9, må tallet selv være delelig med 9. Det må altså være et sammensatt tall. Tverrsummen (og dermed svaret) vil ikke endres selv om man bytter om rekkefølgen til sifrene.

**4** 2 222 232

**5** 72 540, 72 045 eller 72 945.

# Test deg selv

**1** Seks mulige løsninger: 1 358, 1 538, 3 158, 3 518, 5 138, 5 318.

**2** Mange muligheter. Siste siffer må være 5 (og første siffer ulik 0).

**3** **a)** Partall.

**b)** Oddetall.

**c)** Partall (summen inneholder 50 oddetall og 50 partall).

**d)** Partall (summen inneholder 50 oddetall og 49 partall).

**4** **a)** 780, 12 200, for de andre passer ingen siffer.

**b)** 785, for ✻1✻5 passer alle siffer (så lenge det første er ulik 0), for ✻0✻4 passer ingen siffer, 12 205

**5** **a)** De to siste sifrene må utgjøre et tosifret tall som er delelig med 4.

**b)** Må endre sifferet slik at de to siste sifrene **ikke** utgjør et tall som er delelig med 4. Kan f.eks. velge et siffer som er 1 større eller 1 mindre enn det forrige.

**6** Tallene må ha en tverrsum som er delelig med 9.

**7** Tallene må ha en tverrsum som er delelig med 3, men ikke med 9.

**8** Fem mulige løsninger: 12 222, 21 222, 22 122, 22 212, 22 221.

9 Båten: 16 km/t. Vannet: 2 km/t.

10 Moren er 24 år, og datteren er 4 år. (Bruk algebraisk metode.)

11 a) $x = 5$ b) $y = 2$ c) $z = 9$

13 Det er ikke mulig å tegne en korde på 6,5 cm, siden diameteren bare er 6 cm.

# 14 Brøk

**319**

b i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{4}{5}$ iii) $\frac{7}{10}$ iv) $\frac{5}{12}$

c En tredel, fem seksdeler, tre åttedeler, fire sjudeler, ti firedeler, tretten todeler.

d $\frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{4}{9}, \frac{7}{12}, \frac{7}{10}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{6}{9}, \frac{7}{24}, \frac{11}{14}.$

**320**

a Spissvinklede (1, 2, 4, 9), stumpvinklede (5, 6, 7), rettvinklede (3, 8), likesidede (2, 9).

**321**

a I Han spiste $\frac{2}{3}$ av sjokoladen. II Hver fikk $\frac{2}{3}$ av et eple.

Svarene er like, siden $\frac{2}{3}$ er det samme som 3 : 2.

b Hvis $m = 0$, vil brøken ha verdi lik 0.

**322**

a i) $x = 24$ ii) $y = 30$ iii) $z = 18$ iv) $w = 12$

b SFF(24, 30, 18, 12) = 6

c MFM(24, 30, 18, 12) = 360 (Bruk primtallsfaktorisering.)

## 323

**a** 50 s.

**b** 70 cm/s.

## 324

**a** Alle unntatt 301 202 er delelig med 4.

**b** Delelig med 8: 1 104, 13 400, 753 952.

**c**
**i)** 7 824
**ii)** ✻ kan erstattes med 1, 3, 5, 7 eller 9.
**iii)** 39 720, 39 760
**iv)** 744 er delelig med 8, så uansett hva ✻ er, vil 3✻744 være delelig med 8.
**v)** 14 er ikke delelig med 4, så uansett hva ✻ er, så vil 88✻14 ikke være delelig med 4. Et tall som ikke er delelig med 4, kan heller ikke være delelig med 8.
**vi)** 987 000, 987 008
**vii)** 152 er delelig med 8, så uansett hva ✻ er, vil 17✻152 være delelig med 8.
**viii)** ✻ kan erstattes med 0, 2, 4, 6 eller 8.

## 325

**a** Hvis $m$ er delelig med $n$, vil $\frac{m}{n}$ være lik et naturlig tall.

**b** $\frac{8}{2} = 4$, $\frac{12}{3} = 4$, $\frac{7}{7} = 1$, $\frac{20}{5} = 4$, $\frac{24}{8} = 3$, $\frac{28}{7} = 4$, $\frac{45}{9} = 5$, $\frac{108}{12} = 9$.

**c**
**i)** $2 = \frac{10}{5}$
**ii)** $\frac{15}{3} = 5$
**iii)** $9 = \frac{9}{1}$
**iv)** $\frac{80}{5} = 16$
**v)** $21 = \frac{105}{5}$
**vi)** $12 = \frac{144}{12}$
**vii)** Uendelig mange løsninger.
**viii)** Uendelig mange løsninger.

## 326

**a** (13 + 7) : 2 = 10

**d**
**i)** 31
**ii)** 50
**iii)** 149
**iv)** $\frac{3}{2}$ eller 1,5

**e**
**i)** $a = 27$
**ii)** $a = 6$
**iii)** $a = 3$ ($b$ må være 29)

## 327

**a** Rettvinklet.

**b** Spissvinklet.

**d** $\angle M = 60°$

## 328

**b** i) 9 900 ii) 33 000 iii) 4 200 iv) 14 000

**c** $288 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $192 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
$1\,875 = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ $3\,125 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

i) 540 000 ii) 360 000 iii) 900 000

## 329

**a** $1\frac{1}{2}$ pære og $\frac{1}{2}$ appelsin.

**b** 3 pizzaer, 24 drops og 6 sjokolader.

**c**
i) $a$ kan være 1, 2, 3 eller 4.
ii) $b$ kan være 1, 2, 3 eller 4.
iii) $c$ kan være 9 eller større.
iv) $d$ kan være 11 eller større.
v) $e$ må være 12.
vi) $f$ må være 15
vii) $g$ kan være 1, 2, …, 7, og $h$ kan være 9 eller større.
viii) $m$ kan være 8 eller større, og $n$ kan være 1, 2, …, 6.
ix) $p$ kan være 13 eller større, og $q$ kan være 1, 2, …, 11.

## 330

**a** i) $x = 20$ ii) $y = 12$ iii) $z = 18$ iv) $v = 24$

**b** i) MFM(12, 18) = 36 ii) MFM(20, 24) = 120 iii) SFF(20, 12, 24) = 4 iv) MFM(20, 12, 18) = 180

## 331

**a** I brøkene til venstre er teller mindre enn nevner (og verdien er mindre enn 1), og i de til høyre er teller større enn eller lik nevner (og verdien er større enn eller lik 1).

**b**
i) $a$ kan være 3 eller større, $b$ kan være 1, 2 eller 3, $k$ kan være 14 eller større, $m$ kan være 1, 2, …, 12.
ii) $a$ kan være 1 eller 2, $b$ kan være 4 eller større, $k$ kan være 1, 2, … 13, $s$ kan være 13 eller større.

**c** $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$

**d** Det finnes uendelig mange uekte brøker med nevner mindre enn 4.

## 332

**a** Båten bruker kortere tid fra A til B enn fra B til A. Det betyr at elven renner i retning fra A til B.

**b** $v + 2$ står for farten relativt elvebredden når båten kjører med strømmen.
$v - 2$ står for farten relativt elvebredden når båten kjører mot strømmen.
$3(v + 2)$ står for avstanden mellom A og B.
Likning: $3(v + 2) = 4(v - 2) \Rightarrow v = 14$ (km/t)

**c** Farten til vannet må være 3 km/t. Båten må bruke 2 timer fra A til B og 3 timer motsatt vei. Farten til båten er nå 15 km/t.

## 333

**a** Delelig med 3: 357, 888, 1752, 7575, 9252 Delelig med 6: 888, 1752, 9252

**b** Alle tallene er delelig med 3, ingen er delelig med 6.
Ved å stokke om sifrene slik at det siste sifferet blir 0, 2, 4, 6 eller 8, vil man få tall som er delelig med både 3 og 6.

## 334

**a** Parallellforskyvning til venstre: 5 ruter til høyre, 2 ruter ned.
Rotasjon til høyre: 90° om det røde punktet.

## 335

**a** $A(\frac{1}{4})$, $B(\frac{2}{4})$ eller $B(\frac{1}{2})$, $C(\frac{3}{4})$, $D(\frac{1}{10})$, $E(\frac{5}{10})$ eller $E(\frac{1}{2})$ og $F(\frac{7}{10})$.

$\frac{5}{10} = 0{,}5$, $\frac{1}{10} = 0{,}1$, $\frac{7}{10} = 0{,}7$.

**b** 8 ruter.

**c** Her er 12 ruter en passende enhetslengde.

**d** *A* og *B* svarer til ekte brøker, mens *C*, *D* og *E* svarer til uekte brøker.

$A(\frac{2}{8})$ eller $A(\frac{1}{4})$, $B(\frac{7}{8})$, $C(1)$, $D(\frac{12}{8})$ eller $D(\frac{3}{2})$ og $E(\frac{1}{4})$.

**e** Her er 24 ruter en passende enhetslengde.

**336**

a) 21

c) i) 69 ii) 35 iii) 25

d) 13°

**337**

a) Trekantene har samme grunnlinje og høyde og derfor samme areal.
Arealet er $(4 \cdot 3) : 2 = 6$ ($cm^2$).

b) 5 $cm^2$, 8 $cm^2$, 4 $cm^2$, 2 $cm^2$, 9 $cm^2$.

**338**

a) 756 og 126.
Dersom dividend og divisor deles med samme tall, forblir verdien til kvotienten uendret.

b) i) $2 \cdot 2 \cdot 11 = 44$ ii) $3 \cdot 7 = 21$ iii) $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

c) $2016 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$
$224 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$
$63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$
$288 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

i) $3 \cdot 3 = 9$ ii) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ iii) 7

**339**

a) i) 30 ii) 15 iii) 20 iv) 12

b) i) $\frac{2}{3}$ ii) $\frac{3}{4}$ iii) $\frac{2}{5}$

c) i) *AK* står for 10 minutter.
ii) *LB* står for 20 minutter.
iii) *AL* står for 40 minutter.
iv) *KB* står for 50 minutter.

# Hjernetrim

1) Ekte brøker: $\frac{b}{b+1}, \frac{c+1}{c+1}, \frac{5c}{7c}, \frac{2h+1}{5h}$

Uekte brøker: $\frac{a+1}{a}, \frac{4d}{3d}, \frac{6f}{6f}, \frac{100-g}{90-g}, \frac{x+y+z}{y+z+x}, \frac{10u-1}{7u+1}$

2) 16

3 $\frac{1}{8}$

4 a) 57, 58, 59, 60, 61. b) 72, 74, 76, 78.

5 1 og 2.

6 5

# Test deg selv

1 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{4}$ eller $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{4}{8}$ eller $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{13}$

2 Lengdene til linjestykkene: a) 3 cm b) 8 cm c) 10 cm

3 a) $3 = \frac{12}{4}$

b) Ikke mulig, siden 20 ikke er et multiplum av 3.

c) $\frac{63}{9} = 7$

d) $\frac{117}{10} = 13$

e) $\frac{1\,000}{125} = 8$

4 Ekte brøker: $\frac{3}{5}$, $\frac{10}{13}$, $\frac{202}{203}$, $\frac{10\,101}{11\,000}$ Uekte brøker: $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{20}{19}$

5 a) $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$ b) $\frac{5}{1}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{5}$ c) $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{7}$

6 En enhetslengde på 12 ruter passer best.

7 24 epler.

# 15 Likeverdig brøk

## 340

a Halvparten av hver sirkel er fargelagt. Det betyr at $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$.

c i) $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}$ ii) $\frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{25}{40}$ iii) $\frac{18}{12} = \frac{18 : 6}{12 : 6} = \frac{3}{2}$ iv) $\frac{12}{9} = \frac{12 : 3}{9 : 3} = \frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{16}{12}$

d $\frac{3}{2} = \frac{9}{6} = \frac{21}{14}$, $\frac{18}{45} = \frac{2}{5} = \frac{12}{30}$, $\frac{15}{9} = \frac{5}{3} = \frac{40}{24} = \frac{10}{6}$, $\frac{1}{2} = \frac{13}{26} = \frac{81}{162}$, $\frac{18}{24} = \frac{3}{4} = \frac{42}{56}$

## 341

a) 10

c) 15 (Det blir 5 flere valg siden den «nye» isen kan kombineres med hver av de 5 «gamle».)

## 342

a) Delelig med 3: 2 181, 66 444
Delelig med 4: 2 728, 66 444
66 444 er delelig med 12.

b) Et tall er delelig med 12 dersom det er delelig med både 3 og 4, dvs. dersom tverrsummen er delelig med 3 og dersom de to siste sifrene utgjør et tall som er delelig med 4.

c)
- i) 516, 576
- ii) 7 776
- iii) Går ikke. Tallet slutter på 14 og derfor ikke delelig med 4. Dermed kan det heller ikke være delelig med 12.
- iv) Går ikke. Tallet er uansett et oddetall og kan derfor ikke være delelig med 12.
- v) 86 868
- vi) 500 100, 500 400, 500 700
- vii) 1 111 116
- viii) Går ikke. For at tverrsummen skal være delelig med 3, må siste siffer være 3, 6 eller 9. Men hverken 83, 86 eller 89 er delelig med 4.

## 343

a) $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}, \frac{8}{3} = \frac{48}{18}$

b)
- i) $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$
- ii) $\frac{9}{4} = \frac{63}{28}$
- iii) $\frac{2}{3} = \frac{24}{36}$
- iv) $\frac{7}{4} = \frac{56}{32}$
- v) $\frac{5}{12} = \frac{30}{72}$
- vi) $\frac{4}{10} = \frac{64}{160}$
- vii) $\frac{12}{9} = \frac{48}{36}$
- viii) $\frac{6}{20} = \frac{150}{500}$

c)
- i) $\frac{15}{18}$
- ii) Går ikke (20 er ikke et multiplum av 6).
- iii) $\frac{35}{42}$
- iv) Går ikke (56 er ikke et multiplum av 6).
- v) $\frac{120}{144}$

d) Nevneren må være et multiplum av 15. F.eks.: $\frac{8}{15} = \frac{16}{30} = \frac{24}{45} = \frac{32}{60}$

## 344

a) 40 km

c) 2 km kortere.

## 345

c) i) $y = 7$ ii) $z = 1$ iii) $u = 34$ iv) $v = 2$ v) $p = 6$ vi) $q = 11$

d) SFF(78, 90) = 6 = $p$
SFF(102, 68) = 34 = $u$
SFF(32, 125) = 1 = $z$
SFF(91, 126) = 7 = $y$

## 346

a) $\frac{12}{3} = 4$, $\frac{54}{6} = 9$, $\frac{11}{11} = 1$, $\frac{104}{13} = 8$, $\frac{375}{25} = 15$

d) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \ldots$ $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \ldots$ $\frac{7}{2} = \frac{14}{4} = \frac{21}{6} = \frac{28}{8} = \ldots$

e) i) $5 = \frac{45}{9} = \frac{60}{12}$ iii) $\frac{2}{5} = \frac{16}{40} = \frac{42}{105}$ v) $\frac{8}{3} = \frac{104}{39} = \frac{96}{36}$

ii) $9 = \frac{63}{7} = \frac{180}{20}$ iv) $\frac{4}{7} = \frac{12}{21} = \frac{52}{91}$ vi) $\frac{13}{9} = \frac{91}{63} = \frac{169}{117}$

## 347

Ingen fasit.

## 348

a) Sønnen er 3 år, og moren er 27 år.

b) Likning: $9x + 3 = 5 \cdot (x + 3)$

c) Om 5 år.

d) Datteren er 9 år, og faren er 41 år.

## 349

a) i) 15 ii) 14 iii) 13 iv) 14

b) Nye gjennomsnitt: 10, 6.

c) Må føye til fem nuller.

d) Gjennomsnittet er 2. Hvis vi tar bort seks nuller, blir gjennomsnittet 3.

## 350

**a** Når vi forkorter brøker, deler vi med samme tall (ulik 0) i teller og nevner.

**c** i) $\frac{3}{5}$ ii) $\frac{5}{3}$ iii) $\frac{5}{8}$ iv) $\frac{3}{1} = 3$ v) $\frac{2}{3}$ vi) $\frac{2}{3}$ vii) $\frac{4}{1} = 4$ viii) $\frac{27}{8}$

**d** $a = 18$, $b = 18$.

## 351

**b** 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, …

**e** Oppgaven bør dreie seg om å velge ut to fra en mengde med et gitt antall.

## 352

**a** Et tall er delelig med 15 hvis tverrsummen er delelig med 3 og siste siffer er 0 eller 5.

**b** Tverrsummen er den samme (24) uansett hvordan sifrene er plassert. For at tallet også skal være delelig med 5, må 5 stå sist.

**c** $1 + 3 + 5 + 7 + 8 = 24$, og 24 er delelig med 3. Enhver sammensetting av sifrene med 8 som siste siffer, vil være delelig med 6. Det er umulig å lage et tall som er delelig med 12 (siden hverken 18, 38, 58 eller 78 er delelig med 4).

**d** Et tall er delelig med 45 hvis tverrsummen er delelig med 9 og siste siffer er 0 eller 5.

## 353

**b** i) $\frac{84}{105} = \frac{84 : 21}{105 : 21} = \frac{4}{5}$ ii) $\frac{135}{45} = \frac{135 : 45}{45 : 45} = 3$ iii) $\frac{39}{104} = \frac{39 : 13}{104 : 13} = \frac{3}{8}$

**c** SFF(75, 125) = 25 SFF(108, 72) = 36 SFF(98, 112) = 14 SFF(121, 88) = 11

i) $\frac{75}{125} = \frac{3}{5}$ iii) $\frac{98}{112} = \frac{7}{8}$ v) $\frac{72}{108} = \frac{2}{3}$ vii) $\frac{88}{121} = \frac{8}{11}$

ii) $\frac{108}{72} = \frac{3}{2}$ iv) $\frac{121}{88} = \frac{11}{8}$ vi) $\frac{125}{75} = \frac{5}{3}$ viii) $\frac{112}{98} = \frac{8}{7}$

**d** $m = 70$ og $n = 112$.

**e** $\frac{a}{b}$ ha vært $\frac{108}{63}$, $\frac{120}{70}$, $\frac{132}{77}$, $\frac{144}{84}$ eller $\frac{156}{91}$.

## 354

a) 2 km/t. b) Båten kjørte 42 km på innsjøen og 32 km på elven. c) 66 km

## 355

a) Likningene har samme løsning, $x = 4$.

b) i) $a = 9$ ii) $b = 15$ iii) $c = 21$ iv) $d = 28$

c) i) MFM($a$, $b$) = 45 ii) MFM($c$, $d$) = 84 iii) MFM($a$, $c$, $d$) = 252

d) Flere løsninger, f.eks.:

i) $\frac{72}{v+5} = 8 \Rightarrow v = 4$ eller $\frac{72}{v+5} = 9 \Rightarrow v = 3$

ii) $\frac{130}{w-3} = 10 \Rightarrow w = 16$ eller $\frac{130}{w-3} = 13 \Rightarrow w = 13$

## 356

a) Halve: 60 liter. En firedel: 30 liter. En tidel: 12 liter. Tre firedeler: 90 liter.

b) 288 L i) Ja. ii) Nei. iii) Ja.

## 357

a) i) $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$

ii) $\frac{45}{75} = \frac{3}{5}$

iii) Kan ikke forkortes, SFF(36, 65) = 1.

iv) $\frac{625}{1\,000} = \frac{5}{8}$

v) Kan ikke forkortes, SFF(85, 32) = 1.

vi) $\frac{72}{96} = \frac{3}{4}$

vii) Kan ikke forkortes, SFF(100, 81) = 1.

viii) $\frac{60}{145} = \frac{12}{29}$

b) Største felles faktor må være 1. Slike tall kalles relativt primiske.

c) $\frac{56}{111}, \frac{56}{117}, \frac{56}{243}, \frac{60}{77}, \frac{77}{80}, \frac{77}{111}, \frac{77}{117}, \frac{77}{243}, \frac{80}{111}, \frac{80}{117}, \frac{80}{243}$

d) Hint: Primtallsfaktoriser det kjente tallet.

## 358

**b** 24 elever.

**c** Likning: $\dfrac{24 + 27 + n}{3} = 25 \;\Rightarrow\; n = 24$

**d** $x = 27$

**e** $n$ må være lik 4. Svaret på oppgaven som lages må være 27.

## 359

**a** Delelig med 12: 6 564, 31 608
For å være delelig med 24, må tallene være delelig med 8. Da må vi se på de 3 siste sifrene. 564 = 560 + 4 er ikke delelig med 8. 608 = 560 + 40 + 8 er delelig med 8. Det betyr at 31 608 er delelig med 24.

**b** Et tall er delelig med 36 hvis det er delelig med både 9 og 4.

- **i)** 594 er ikke delelig med 36, siden 94 ikke er delelig med 4.
- **ii)** 27 252 er delelig med 36.
- **iii)** 68 328 er delelig med 36.
- **iv)** 109 080 er delelig med 36.
- **v)** 1 123 344 er ikke delelig med 36, siden tverrsummen (21) ikke er delelig med 9.

**c**

- **i)** 5 442 er bl.a. delelig med 2, 3 og 6. F.eks. vil 5 424 være delelig med 4, 8, 12 og 24.
- **ii)** 10 401 er bl.a. delelig med 3. F.eks. vil 14 100 være delelig med 2, 4, 5, 6, 10, 12, 100.
- **iii)** 7 050 303 er bl.a. delelig med 3 og 9. F.eks. vil 7 533 000 være delelig med 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 24, 36, 100, 1 000.

## 360

**b** **i)** $\dfrac{96}{64} = \dfrac{3}{2}$ **ii)** $\dfrac{65}{78} = \dfrac{5}{6}$ **iii)** $\dfrac{120}{196} = \dfrac{5}{8}$

**c** **i)** $\dfrac{108}{144} = \dfrac{3}{4}$ **ii)** $\dfrac{132}{198} = \dfrac{2}{3}$ **iii)** $\dfrac{210}{168} = \dfrac{5}{4}$ **iv)** $\dfrac{288}{432} = \dfrac{2}{3}$ **v)** $\dfrac{484}{1089} = \dfrac{4}{9}$ **vi)** $\dfrac{390}{416} = \dfrac{15}{16}$

## 361

**c** **i)** Mulig. **ii)** Umulig. **iii)** Umulig. **iv)** Umulig.

## 362

**a**

| Figur | Antall noder | Antall kanter |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 3 |
| 2 | 4 | 6 |
| 3 | 5 | 10 |

**b** 15
For å tegne en kant, må vi velge ut to noder som kanten skal forbinde. Antall kanter blir da lik antall måter dette kan gjøres på. Dette tallet er et trekanttall. Sammenlikn med oppgave 351 der man valgte to personer fra grupper på 4, 5, 6 og 7 personer. Her velger vi to noder fra grupper på 3, 4, 5 og 6 noder. Det er samme type problem.

**c** **i)** 10 **ii)** 15

## 363

**a**
**i)** Parallellforskyvning: 7 ruter til høyre og 4 ruter opp.
**ii)** Rotasjon på 90°.
**iii)** Speiling om rette linjen.

## 364

**a**
**i)** $a : d$ går ikke opp siden 5 ikke er faktor i $a$.
**ii)** $a : e = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 = 504$
**iii)** $b : d = 2 \cdot 5 \cdot 11 = 110$
**iv)** $b : e$ går ikke opp siden 7 ikke er en faktor i $b$.
**v)** $c : d = 5^2 \cdot 13 = 325$
**vi)** $c : e$ går ikke opp siden 7 ikke er en faktor i $c$.

**b**
**i)** MFM(56, 63) $= 2^3 \cdot 7 \cdot 3^2 = 504$
**ii)** MFM(22, 55) $= 2 \cdot 11 \cdot 5 = 110$
**iii)** MFM(13, 25) $= 13 \cdot 5^2 = 325$
**iv)** MFM(72,42) $= 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 = 504$

## 365

**a** 9:00 eller 21:00, 105°, 60°. **b** 165°, 30°. **c** 6:00 eller 18:00, 150°, 45°.

**366**

a $A_{\text{rektangel}} = 24\ \text{cm}^2$, $A_{\text{trekant}} = 12\ \text{cm}^2$.
Delen av rektangelet som ikke er fargelagt er også $12\ \text{cm}^2$.

b **1.** $8\ \text{cm}^2$ **2.** $12\ \text{cm}^2$ **3.** $11\ \text{cm}^2$ **4.** $9\ \text{cm}^2$

# Hjernetrim

**1** **a)** 6, 8. **b)** 5, 8, 10, 12. **c)** 7, 9, 14, 18.

**2** F.eks. $\frac{84}{126}, \frac{168}{252}, \frac{252}{378}$.

**3** $\frac{n}{m}, \frac{n^2}{m^2}$.

**4** **a)** $\frac{10}{18} = \frac{15}{27}$ **b)** $\frac{22}{20} = \frac{99}{90}$ **c)** $\frac{64}{240} = \frac{56}{210}$

**5** **a)** $\frac{49}{31} = \frac{49 \cdot 10\,101}{31 \cdot 10\,101} = \frac{494\,949}{313\,131}$

(Legg merke til at $494\,949 = 490\,000 + 4\,900 + 49 =$
$= 49 \cdot 10\,000 + 49 \cdot 100 + 49 \cdot 1 = 49 \cdot (10\,000 + 100 + 1) = 49 \cdot 10\,101$.)

**b)** $\frac{858\,585}{979\,797} = \frac{858\,585 : 10\,101}{979\,797 : 10\,101} = \frac{85 \cdot 101}{97 \cdot 101} = \frac{8\,585}{9\,797}$

**c)** $\frac{167}{439} = \frac{167 \cdot 101}{439 \cdot 101} = \frac{167\,167}{439\,439}$

**d)** $\frac{3\,094}{3\,135} = \frac{3\,094 \cdot 10\,001}{3\,135 \cdot 10\,001} = \frac{30\,943\,094}{31\,353\,135}$

# Test deg selv

**2** **a)** $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ **b)** $\frac{6}{5} = \frac{24}{20}$ **c)** Går ikke, 28 er ikke delelig med 3. **d)** $\frac{84}{156} = \frac{14}{26}$ **e)** $\frac{6}{8} = \frac{9}{12}$

**3** **a)** $3 = \frac{15}{5}$ **b)** Går ikke, 9 er ikke et multiplum av 2. **c)** $6 = \frac{42}{7}$ **d)** $4 = \frac{12}{3}$ **e)** $15 = \frac{165}{11}$

**4** **a)** $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ **b)** $\frac{24}{20} = \frac{6}{5}$ **c)** $\frac{64}{96} = \frac{2}{3}$ **d)** $\frac{200}{125} = \frac{8}{5}$ **e)** $\frac{143}{154} = \frac{13}{14}$

5 $\frac{15}{8}$, $\frac{10}{21}$, $\frac{88}{15}$, $\frac{41}{141}$.

6 **a)** $m$ må enten være delelig med 2 eller 3 (eller begge). $n$ må enten være delelig med 2 eller 7 (eller begge).
**b)** $m$ må være et oddetall som ikke er delelig med 3, og $n$ må være et oddetall som ikke er delelig med 7.

7 50 km.

8 Ett mål i gjennomsnitt.

9 15

10 **a)** $x = 38$ **b)** $y = 2$ **c)** $z = 1$ **d)** $v = 5$

11 Det er umulig å lage trekanten som beskrives i b).

# 16 Sammenlikning av brøk

**367**

**a** $\frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}$

**b** $\frac{5}{12}, \frac{5}{9}, \frac{5}{8}, \frac{5}{6}$

**e** **i)** $\frac{1}{4} > \frac{3}{16}$ **ii)** $\frac{16}{25} < \frac{2}{3}$ **iii)** $\frac{11}{9} < \frac{56}{45}$ **iv)** $\frac{80}{97} < \frac{5}{6}$

**f** For eksempel:

**i)** $\frac{3}{5} < \frac{10}{15}$ (siden $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$)

**ii)** $\frac{1}{2} < \frac{5}{8} < \frac{3}{4}$ (siden $\frac{4}{8} < \frac{5}{8} < \frac{6}{8}$)

**iii)** $\frac{100}{360} < \frac{1}{3} < \frac{31}{90}$ (siden $\frac{25}{90} < \frac{30}{90} < \frac{31}{90}$)

**iv)** $\frac{18}{11} > \frac{3}{2}$ (siden $\frac{18}{11} > \frac{18}{12}$)

**v)** $\frac{12}{7} < \frac{8}{4} < \frac{24}{11}$ (siden $\frac{24}{14} < \frac{24}{12} < \frac{24}{11}$)

**vi)** $\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$ (siden $\frac{4}{12} < \frac{5}{12} < \frac{6}{12}$)

## 368

a 1 cm = 10 mm, 1 dm = 100 mm, 1 m = 1 000 mm.
Milli betyr tusendel.

b Glasset rommer 240 mL, hver kopp rommer 150 mL.

d 1,5 L = 1 500 mL = 10 kopper

e 3 600 mL = 3,6 L

## 369

a Et tall er delelig med 25 hvis det slutter på 00, 25, 50 eller 75.

b Tallet vil bl.a. være delelig med 75.

c Delelig med 25: 575, 5 400, 28 850, 88 275, 110 100
Delelig med 75: 5 400, 88 275, 110 100
Forslag til endring i de andre tallene: 675, 29 850 (det er mange andre mulige svar)

## 370

b i) $\frac{7}{10} = \frac{49}{70}, \frac{9}{14} = \frac{45}{70} \Rightarrow \frac{7}{10} > \frac{9}{14}$

ii) $\frac{17}{24} = \frac{85}{120}, \frac{13}{20} = \frac{78}{120} \Rightarrow \frac{17}{24} > \frac{13}{20}$

iii) $\frac{29}{21} = \frac{116}{84}, \frac{39}{28} = \frac{117}{84} \Rightarrow \frac{29}{21} < \frac{39}{28}$

c i) $\frac{10}{13} = \frac{30}{39}, \frac{15}{23} = \frac{30}{46} \Rightarrow \frac{10}{13} > \frac{15}{23}$

ii) $\frac{12}{17} = \frac{48}{68}, \frac{16}{21} = \frac{48}{63} \Rightarrow \frac{12}{17} < \frac{16}{21}$

iii) $\frac{20}{3} = \frac{160}{24}, \frac{32}{5} = \frac{160}{25} \Rightarrow \frac{20}{3} > \frac{32}{5}$

d i) $\frac{5}{8} < \frac{13}{20}$ ii) $\frac{45}{17} > \frac{18}{7}$ iii) $\frac{32}{33} < \frac{48}{49}$ iv) $\frac{13}{28} < \frac{17}{35}$

## 371

a 8

b Den nye oppgaven må handle om fire lamper, ikke tre. Da vil det være 16 måter.

## 372

a *EF* er lengst (7 cm), og *CD* er kortest (4 cm).

## 373

**a**

i) $\frac{17}{20} < \frac{9}{10} < \frac{6}{5} < \frac{13}{10}$

ii) $\frac{5}{8} < \frac{3}{4} < \frac{11}{9} < \frac{4}{3}$

iii) $\frac{2}{3} < \frac{25}{36} < \frac{13}{18} < \frac{3}{2} < \frac{27}{17}$

iv) $\frac{43}{48} < \frac{11}{12} < \frac{9}{4} < \frac{19}{8} < \frac{29}{12}$

**b** F.eks. $\frac{9}{10} < \frac{19}{20}$ og $\frac{11}{9} < \frac{10}{9}$.

**c** For eksempel:

i) $\frac{7}{8} < \frac{8}{8} < \frac{14}{13}$

ii) $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{3}{8}$

iii) $\frac{9}{8} < \frac{5}{4} < \frac{3}{2}$

iv) $\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

v) $\frac{1}{2} < \frac{9}{16} < \frac{5}{8} < \frac{7}{8} < \frac{15}{16}$

vi) $\frac{13}{9} < \frac{14}{9} < \frac{5}{3} < \frac{16}{9} < \frac{17}{9}$

vii) $\frac{9}{10} < \frac{10}{10} < \frac{10}{9} < \frac{11}{9} < \frac{4}{3}$

viii) $\frac{5}{12} < \frac{11}{24} < \frac{1}{2} < \frac{13}{24} < \frac{7}{12}$

## 374

**a** 36 km.

**b** 10 timer.

## 375

**a** 2, 3, 6, 7 og 9 er likebeinte. 6 er likesidet.

**b** En likebeint trekant kan være både rettvinklet (3), spissvinklet (2, 6, 7) og stumpvinklet (9). En likesidet trekant kan ikke være rettvinklet eller stumpvinklet – den må være spissvinklet.

## 376

**a** Gjennomsnitt.

**b** $c = 19$

**c** Må velge $a$, $b$, $c$ og $d$ slik at summen er delelig med 4.

**d** $\frac{a + b + c + d + e}{5}$. For at gjennomsnittet skal være 7, må summen av tallene være 35.

## 377

**a** $\frac{1}{8} > \frac{1}{9}$. Da må $\frac{7}{8} < \frac{8}{9}$.

**b** i) $\frac{4}{5} < \frac{5}{6}$ ii) $\frac{7}{9} > \frac{5}{7}$ iii) $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$ iv) $\frac{14}{17} < \frac{5}{6}$ v) $\frac{17}{19} < \frac{9}{10}$ vi) $\frac{2001}{2003} > \frac{1999}{2001}$

**c** $\frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}$ og $\frac{7}{6} = 1 + \frac{1}{6}$. Da må $\frac{6}{5} > \frac{7}{6}$.

i) $\frac{10}{9} > \frac{11}{10}$ ii) $\frac{7}{4} > \frac{8}{5}$ iii) $\frac{4}{3} > \frac{9}{7}$ iv) $\frac{101}{99} < \frac{50}{49}$ v) $\frac{21}{20} > \frac{64}{61}$ vi) $\frac{2004}{1999} > \frac{401}{400}$

## 378

**a** Kvadratene er 25 cm$^2$, og rektanglene er 27 cm$^2$.

**c** Kvadratet har omkrets 20 cm. Hvis man har valgt sider 3 cm og 9 cm, vil rektangelet ha omkrets 24 cm.

## 379

**a** Den første likningen har rot $x = 7$.
Sofie har rett i at den andre likningen ikke har noen løsning. Uansett hvilket $x$-verdi vi setter inn, vil venstre side være 12 mindre enn høyre side.

**b** i) $y = 24$ ii) Ingen løsning. iii) Ingen løsning. iv) $v = 7$

## 380

**c** i) $\frac{1}{2} = \frac{56}{112} = \frac{48}{96} \Rightarrow \frac{55}{112} < \frac{49}{96}$

ii) 131 : 2 = 65,5 og 103 : 2 = 51,5. Da må $\frac{66}{131} > \frac{1}{2}$ og $\frac{51}{103} < \frac{1}{2}$.

Eller: $\frac{66}{131} = \frac{132}{262} > \frac{131}{262} = \frac{1}{2}$ og $\frac{51}{103} = \frac{102}{206} < \frac{103}{206} = \frac{1}{2}$ Uansett får vi: $\frac{66}{131} > \frac{51}{103}$.

iii) $\frac{83}{168} < \frac{96}{191}$

iv) $\frac{157}{312} > \frac{172}{345}$

**d** i) $\frac{1}{4} = \frac{8}{32} = \frac{12}{48} \Rightarrow \frac{7}{32} < \frac{13}{48}$ ii) $\frac{1}{4} = \frac{22}{88} = \frac{26}{104} \Rightarrow \frac{23}{88} > \frac{25}{104}$

**e** i) $\frac{1}{4} = \frac{62}{248} = \frac{111}{444} \Rightarrow \frac{61}{248} < \frac{113}{444}$ iii) $2 = \frac{146}{73} = \frac{166}{83} \Rightarrow \frac{148}{73} < \frac{162}{83}$

ii) $\frac{1}{3} = \frac{20}{60} = \frac{31}{93} \Rightarrow \frac{19}{60} < \frac{32}{93}$ iv) $\frac{3}{4} = \frac{60}{80} = \frac{32}{44} \Rightarrow \frac{61}{80} < \frac{31}{44}$

## 381

a) 9 måter.

## 382

c) $A_{\text{kvadrat}} = 36 \text{ cm}^2$, $A_{\text{rektangel}} = 24 \text{ cm}^2$, $A_{\text{trekant}} = 18 \text{ cm}^2$.

## 383

a) $a = 1\,008$, $b = 3\,375$, $c = 1\,568$, $d = 1\,875$

b) i) 3 ii) 4 iii) 3

c) i) $2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^3 \cdot 7$ ii) $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7$ iii) $2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \cdot 7^2$

d) $\frac{b}{c}, \frac{c}{b}, \frac{c}{d}, \frac{d}{c}$

e) i) $\frac{9}{14}$ ii) $\frac{5}{9}$ iii) $\frac{81}{70}$

# Hjernetrim

1 For eksempel:

a) $\frac{1}{2} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{8} < \frac{3}{7} < \frac{1}{2}$

c) $\frac{5}{2} < \frac{31}{12} < \frac{8}{3}$

d) $\frac{9}{10} < \frac{10}{11} < \frac{11}{11}$

e) $\frac{13}{13} < \frac{16}{15} < \frac{15}{14}$

f) $\frac{8}{9} < \frac{9}{10} < \frac{11}{12}$

2 Hint: Sammenlikn brøkene ved å finne fellesnevner.

3 Påstanden er sann for alle $q$ og $r$. Hint: Finn fellesnevner og sammenlikn brøkene.

# Test deg selv

1 a) $\frac{8}{15} < \frac{3}{5}$ b) $\frac{2}{3} < \frac{8}{11}$ c) $\frac{5}{12} < \frac{7}{16}$ d) $\frac{13}{24} < \frac{17}{36}$

2 a) $\frac{4}{5} < \frac{9}{10} < \frac{7}{6}$ b) $\frac{5}{6} < \frac{8}{9} < \frac{7}{7} < \frac{11}{10}$

3 For eksempel:
a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{15}{16}$ c) $\frac{21}{22}$

4 For eksempel:
a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{10}{9}$ c) $\frac{32}{31}$

5 a) $\frac{27}{28} < \frac{29}{30}$ b) $\frac{41}{40} > \frac{45}{44}$ c) $\frac{23}{44} > \frac{27}{56}$ d) $\frac{13}{36} > \frac{8}{27}$

6 En sjokolade koster 21 kr, og en bolle koster 15 kr.

7 Linjestykkene skal være 2,5 cm, 12 cm og 1,5 cm.

8 Kvadratet må ha sider lik 5 cm. Omkretsen er 20 cm = 2 dm.

10 Trekanten må ha sider lik 6 cm. Du må bruke passer.

# 17 Blandede tall

## 384

a i) $5\frac{3}{4}$ ii) $1\frac{4}{15}$ iii) $8\frac{9}{10}$ iv) $3\frac{10}{13}$ v) $7\frac{5}{8}$

d Mange løsninger. Pass på at brøken i det blandede tallet er en ekte brøk.

e $A\ (1\frac{1}{3})$, $B\ (1\frac{5}{6})$, $C\ (2\frac{1}{12})$, $D\ (2\frac{2}{3})$.

f Velg en enhetslengde som er 8 ruter lang.

## 385

a 1, 3, 4, 6, 7, 9.

b *AC og BC*, *PR* og *PQ*, *UW* og *VW*.

c i) Ja. ii) Nei. iii) Nei.

d i) Ja. ii) Ja. iii) Ja.

e 5 cm.

f 7 cm, 7 cm og 10 cm.

## 386

**c**

i) $\frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$ iii) $\frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}$ v) $\frac{38}{8} = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$ vii) $\frac{49}{14} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$

ii) $\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$ iv) $\frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$ vi) $\frac{15}{9} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ viii) $\frac{144}{32} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

**d** Mange løsninger.

**e** $b = 12$. $a$ kan være 19, 31, 43, 55, …

## 387

**a** i) $x = 45$ ii) Likningen har ingen løsning (se oppgave 379).

**c**
i) $a = 3$
ii) Alle tall passer inn
(likningen har uendelig mange løsninger).
iii) Alle tall passer inn.
iv) $k = 0$
v) $m = 5$
vi) Alle tall passer inn.

## 388

**a** 9° **c** Summen av de to siste temperaturene må være 15°. **d** 22 år

## 389

**a** Sideflater: 4800 cm² = 48 dm² og 1500 cm² = 15 dm². Bunn: 2000 cm² = 20 dm².
Volum: 120000 cm³ = 120 dm³ = 120 L

**b** $1\text{ m}^3 = 1\,000\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ L} \Rightarrow \frac{1}{10}\text{ m}^3 = 100\text{ L}$

## 390

**a** i) 8 ii) 2 iii) 5 iv) 5

**d** i) $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$ ii) $5\frac{1}{6} = \frac{31}{6}$

**e**

i) $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ iii) $8\frac{4}{9} = \frac{76}{9}$ v) $6\frac{17}{25} = \frac{167}{25}$ vii) $10\frac{1}{10} = \frac{101}{10}$ ix) $3\frac{5}{32} = \frac{101}{32}$

ii) $5\frac{3}{8} = \frac{43}{8}$ iv) $4\frac{7}{15} = \frac{67}{15}$ vi) $5\frac{1}{11} = \frac{56}{11}$ viii) $9\frac{5}{7} = \frac{68}{7}$ x) $5\frac{11}{40} = \frac{211}{40}$

**f** i) $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$

ii) $4\frac{1}{3} = \frac{13}{3}$, $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.

iii) $1\frac{7}{8} = \frac{15}{8}$, $2\frac{7}{8} = \frac{23}{8}$, $3\frac{7}{8} = \frac{31}{8}$,...

iv) $1\frac{9}{13} = \frac{22}{13}$, $2\frac{9}{13} = \frac{35}{13}$, $3\frac{9}{13} = \frac{48}{13}$, ...

v) $1\frac{13}{20} = \frac{33}{20}$

vi) $2\frac{1}{9} = \frac{19}{9}$, $2\frac{3}{8} = \frac{19}{8}$, $2\frac{5}{7} = \frac{19}{7}$.

vii) $4\frac{5}{12} = \frac{53}{12}$

viii) $3\frac{7}{18} = \frac{61}{18}$

## 391

**a** 61 flasker på 1 liter, 37 på 3 liter.

**c** 48 poser på 2 kg og 42 på 3 kg.

## 392

**a** $\frac{7}{8}, \frac{11}{12}, \frac{77}{100}, \frac{13}{16}, \frac{17}{16}, \frac{43}{40}$

**b** For eksempel: i) $\frac{16}{17}$ ii) $\frac{13}{12}$ iii) $\frac{10}{11}, \frac{11}{11}, \frac{12}{11}$

## 393

**c** $\frac{18}{6} = 3$, $\frac{32}{4} = 8$, $\frac{63}{7} = 9$ $\frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$, $\frac{22}{4} = 5\frac{1}{2}$, $\frac{42}{5} = 8\frac{2}{5}$, $\frac{36}{7} = 5\frac{1}{7}$, $\frac{52}{8} = 6\frac{1}{2}$, $\frac{21}{14} = 1\frac{1}{2}$

**d** i) $\frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ iii) $\frac{20}{15} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ v) $\frac{40}{24} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ vii) $\frac{16}{10} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

ii) $\frac{18}{4} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ iv) $\frac{30}{12} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ vi) $\frac{60}{25} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ viii) $\frac{64}{56} = \frac{8}{7} = 1\frac{1}{7}$

**e** i) $9 : 6 = 1\frac{1}{2}$ iii) $72 : 15 = 4\frac{4}{5}$ v) $14 : 6 = 2\frac{1}{3}$

ii) $15 : 12 = 1\frac{1}{4}$ iv) $14 : 4 = 3\frac{1}{2}$ vi) $21 : 18 = 1\frac{1}{6}$

## 394

**b** i) Trekanten er spissvinklet. ii) Trekanten er stumpvinklet.

## 395

**a** i) 15 ii) 6 iii) 5 iv) 4

**b** i) $\frac{1}{3}$ ii) $\frac{1}{5}$ iii) $\frac{1}{6}$ iv) $\frac{1}{30}$

**c** i) $\frac{3}{4}$ ii) $\frac{1}{3}$ iii) $\frac{1}{48}$

**d** $\frac{1}{48}$ døgn, $\frac{5}{12}$ av en time, 20 min, $\frac{3}{10}$ av en time, $\frac{4}{15}$ av en time, 720 sek.

**e** Flyturen varte i 2 t 20 min. Det fløy i samme høyde i $\frac{3}{4}$ av turen.

## 396

**a** $2\frac{2}{5}, 2\frac{2}{3}, 3\frac{3}{8}, 3\frac{1}{2}, 4\frac{5}{6}, 4\frac{7}{8}, 4\frac{9}{10}$.

**c** i) $\frac{27}{4} = 6\frac{3}{4} > 6\frac{1}{2}$ ii) $2\frac{5}{8} > \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ iii) $\frac{33}{5} = 6\frac{3}{5} < 6\frac{7}{10}$ iv) $\frac{31}{3} = 10\frac{1}{3} > 10\frac{2}{9}$

**d** For eksempel:

i) $6\frac{7}{8} < 6\frac{8}{9} < 7\frac{1}{17} < 7\frac{1}{16}$ ii) $1\frac{8}{9} < 1\frac{9}{10} < 2 < 2\frac{1}{50} < 2\frac{1}{25} < 2\frac{1}{15} < 2\frac{1}{10}$

## 397

**a** 18 trehjulssykler og 32 tohjulssykler.

**c** 12 trekanter og 7 kvadrater.

## 398

**a** i) 5 cm ii) 8 cm iii) 4 cm iv) 12 cm v) $2\frac{1}{2}$ cm = 2,5 cm vi) 6 cm

**b** Må velge disse sidelengdene:
i) 5 cm og 6 cm ii) 12 cm og 8 cm iii) 5 cm og 2,5 cm

## 399

**a** i) $MFM(12, 16) = 48$ ii) $MFM(18, 10) = 90$ iii) $MFM(21, 35) = 105$ iv) $MFM(32, 24) = 96$

**b** i) $\frac{5}{12} < \frac{7}{16}$ ii) $\frac{13}{18} > \frac{7}{10}$ iii) $\frac{19}{21} < \frac{32}{35}$ iv) $\frac{23}{32} > \frac{17}{24}$

**400**

c) $40\,000\ cm^2 = 400\ dm^2 = 4\ m^2$

d) $1\frac{1}{2}\ m^2 = 150\ dm^2 = 15\,000\ cm^2$

**401**

a) 13:00

b) 17:30

**402**

a) 100

b) 1 000

c) i) $3\ dm^3 = 3000\ cm^3$ ii) $2\ L = 2000\ cm^3$ iii) $5\ m^3 = 5\,000\,000\ cm^3$

d) $2\ m^3 = 2000\ L = 2\,000\,000\ cm^3$

e) $5\ L = 5\ dm^3$. Det går 200 slike bøtter på $1\ m^3$.

**404**

a) i) Vinkel 3. ii) Vinkel 4. iii) Vinkel 2. iv) Vinkel 5. v) Vinkel 1.

b) Vinkel 4.

c) Vinkel 5.

d) De to spisse vinklene i trekanten må være 30° og 60°.

# Hjernetrim

1. For eksempel: a) $1\frac{12}{13}, 2\frac{1}{11}$ b) $3\frac{21}{22}, 4\frac{1}{16}$
2. $3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}$ Hvis brøkene bytter plass, blir verdien mindre.
3. Påstand 3 er sann.
4. $6\frac{7}{9}, 6\frac{8}{9}, 7\frac{1}{9}, 7\frac{2}{9}, 7\frac{1}{3}, 7\frac{4}{9}, 7\frac{5}{9}, 7\frac{2}{3}.$

# Test deg selv

**1** **a-b)** Uendelig mange løsninger. **c)** $8\frac{7}{10}$

**2** **a)** 4 **b)** 2 **c)** 4 **d)** 12

**3** **a)** $1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$ **b)** $3\frac{7}{8} = \frac{31}{8}$ **c)** $2\frac{5}{12} = \frac{29}{12}$ **d)** $9\frac{2}{7} = \frac{65}{7}$

**4** **a)** $6 : 4 = 1\frac{1}{2}$ **b)** $15 : 9 = 1\frac{2}{3}$ **c)** $20 : 8 = 2\frac{1}{2}$ **d)** $18 : 15 = 1\frac{1}{5}$ **e)** $80 : 12 = 6\frac{2}{3}$

**5** $3\frac{7}{10} < 3\frac{3}{4} < 4\frac{3}{10} < 4\frac{1}{3} < 4\frac{2}{5}$

**6** For eksempel: **a)** $2\frac{9}{20}$ **b)** $6\frac{17}{24}$

**7** 15 grupper.

**8** **a)** 500 L **b)** 400 L **c)** 15 L

**9** **a)** $\frac{1}{3}$ **b)** $\frac{1}{12}$ **c)** $\frac{1}{4}$

**10** Den første har ingen løsning, den siste har uendelig mange.

**13** **a)** En løsning. **b)** To løsninger (kan ha én eller to vinkler med 50°).